Collection
Inter
Africaine de
Mathématiques

sous la direction
de Saliou Touré
Professeur à l'Université
d'Abidjan

MATHÉMATIQUES

6e

Salimata DOUMBIA
Maniang DIOP
Moumouni DORO
Abdoulaye KOUROUMA
Adou NIAMEN
Daniel PAULUS
Patrick VIORA

EDICEF
58, rue Jean-Bleuzen
92178 Vanves Cedex

L'idée d'harmoniser les programmes de mathématiques entre les pays francophones d'Afrique et de l'océan Indien remonte à l'année 1983 où fut organisé, par l'IRMA à Abidjan, le premier séminaire d'harmonisation. Depuis, trois autres séminaires ont suivi : en 1985 à Cotonou, en 1988 à Conakry et en juin 1992 à Abidjan avec la participation de 20 pays. La suite logique, souhaitée par tous les participants, est l'élaboration d'une collection inter-Africaine de manuels de mathématiques pour l'enseignement secondaire. Des rédacteurs de tous les pays participent à la réalisation de ce projet. Un comité de coordination travaille en concertation avec les cellules nationales mises en place dans chaque pays.

COMITÉ DE COORDINATION

Mme Anne Mas
M. Frédy Béghain
M. Claude Mathieu

Mme Georgette Ouédraogo-Haddad
M. Jacques Boubila
M. Soma Traoré

PARTICIPATION DES DIFFÉRENTS PAYS

PAYS	RÉDACTION DES MANUELS DE LA 6e À LA 2e S
BÉNIN	5e – 3e
BURKINA-FASO	6e – 3e
BURUNDI	
CAMEROUN	4e – 2e S
CENTRAFRIQUE	4e
COMORES	
CONGO	5e – 2e S
DJIBOUTI	
GABON	4e – 2e S
GUINÉE	6e – 3e
MADAGASCAR	4e
MALI	3e
MAURITANIE	
NIGER	5e
RWANDA	
SÉNÉGAL	6e – 3e – 2e S
TCHAD	4e
TOGO	5e
ZAÏRE	

ISSN 1248-587X
ISBN 2-85-069854-7

Programme de la classe de sixième

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Calcul numérique

I. ARITHMÉTIQUE
- Ensemble N des nombres entiers naturels
- Multiples, diviseurs
- Caractères de divisibilité : par 10 ; 100 ; 1 000 ; etc. ; par 2 ; 5 et 3 ; 9

II. FRACTIONS
- Différentes écritures d'une fraction
  – Simplification
  – Ecriture fractionnaire d'un nombre décimal
- Somme ou différence de deux fractions de même dénominateur
- Produit d'un entier naturel par une fraction

III. NOMBRES DÉCIMAUX (ARITHMÉTIQUES)
- Addition, soustraction, multiplication, division
- Comparaison
- Ordre de grandeur d'un résultat

IV. NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS
- Introduction
  – Ensemble D des nombres décimaux relatifs
  – Ensemble Z des nombres entiers relatifs
- Somme d'entiers relatifs
- Somme des décimaux relatifs

Programmes de calcul – Calcul littéral

I. ORGANISATION DES CALCULS
- Utilisation des propriétés de l'addition et de la multiplication
- Règles de priorité des opérations – Utilisation des parenthèses

II. INITIATION AU CALCUL LITTÉRAL

en relation avec les calculs de périmètres, d'aires et de volumes

Organisation de données

I. SITUATIONS DE PROPORTIONNALITÉ
- Tableau de proportionnalité
- Coefficients de proportionnalité

II. POURCENTAGE – ECHELLE
- Utilisation de pourcentages et d'échelles comme opérateurs

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIUES

Configurations de l'Espace

CUBE – PAVÉ DROIT – CYLINDRE
- Observation et description du solide
- Vocabulaire – Propriétés
- Réalisation d'un patron, d'un solide.
- Volume, aire

Configurations planes

I. DROITES
- Droites, points alignés, demi-droites
- Droites sécantes, droites perpendiculaires
- Droites parallèles – Définition – Propriétés

II. SEGMENTS
- Segment, support d'un segment.
- Longueur d'un segment – Mesure de longueur
- Milieu d'un segment
- Médiatrice – Définition

III. ANGLES
- Introduction de notion d'angle
- Vocabulaire
- Mesure (en degrés)
- Bissectrice

IV. TRIANGLES
- Vocabulaire
- Triangles particuliers
- Droites particulières d'un triangle
- Périmètre, aire

V. CERCLES
- Rayon, diamètre, corde
- Périmètre du cercle – Aire du disque

VI. PARALLÉLOGRAMMES
- Définition
- Propriétés :
  – longueur des côtés opposés
  – diagonales
- Losange, rectangle, carré
- Périmètre, aire

Applications du plan

I. FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE
- Programme de construction
- Droites, segments, angles symétriques par rapport à une droite

II. FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UN POINT
- Programme de construction
- Droites, segments, angles symétriques par rapport à un point

Géométrie analytique

I. REPÉRAGE D'UN POINT SUR UNE DROITE
- *En liaison avec la comparaison des nombres décimaux*

  Demi-droite graduée
- *En liaison avec l'introduction des nombres décimaux relatifs*

  Droite graduée :
  – origine, unité
  – abscisse d'un point

PRÉFACE

Dans un monde qui évolue rapidement, la maîtrise et l'approfondissement des mathématiques apparaissent comme une condition indispensable au développement des nations, plongées qu'elles sont dans l'ère de la haute technologie et de la mondialisation des marchés.

Voilà pourquoi les mathématiciens africains ont commencé, dès 1983, à organiser des réunions de concertation sur les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques qui jouent un rôle essentiel dans la préparation des jeunes aux défis de l'avenir.

La Collection Inter-Africaine de Mathématiques que nous proposons aujourd'hui aux élèves de l'Enseignement Secondaire des pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien est le fruit de cette collaboration franche et fraternelle qui a abouti, au mois de juin 1992, à l'élaboration et à l'adoption par tous ces pays des programmes des premier et second cycles de l'Enseignement Secondaire.

Elle a pour objectifs majeurs :

– l'harmonisation de la pédagogie des mathématiques et la mise à la disposition des élèves et des enseignants africains de manuels de qualité tenant compte du milieu socio-culturel africain en tant que support et véhicule privilégiés des concepts mathématiques ;

– l'acquisition par les élèves des bases d'une formation mathématique solide qui leur permettent d'analyser une situation, de conjecturer des hypothèses et de les valider ou non à l'épreuve des faits ou du raisonnement, de recourir aux modèles mathématiques qu'ils connaissent et de dégager une conclusion ;

– la diminution du coût du manuel pour permettre la réalisation d'un vieux rêve : un élève, un livre.

Les ouvrages de la Collection Inter-Africaine de Mathématiques, rédigés par des équipes d'enseignants, de chercheurs et de responsables pédagogiques africains, belges et français, s'appuient sur l'environnement des élèves pour les motiver, les faire agir, les amener à comprendre et à agir de nouveau, de manière autonome et créatrice. Les contenus adoptés et les méthodes pédagogiques préconisées ont été systématiquement expérimentés dans plusieurs pays avant que ne soient entreprises les rédactions définitives.

Conformément à notre conception de l'enseignement des mathématiques, nous n'avons pas voulu présenter les leçons sous forme d'exposés théoriques, mais comme des séances de travail au cours desquelles des activités de calcul, de dessin, de lecture de documents (le plus souvent empruntés au milieu africain) sont mises en œuvre pour solliciter et provoquer constamment la participation active des élèves.

Insérés dans les leçons, des exercices d'application immédiate permettent l'assimilation des notions étudiées. Placés à la fin des chapitres, des exercices d'entraînement et d'approfondissement permettent aux élèves d'éprouver leur compétence et aux professeurs d'évaluer leur enseignement.

Nous exprimons notre gratitude aux différents Ministres chargés de l'Education dans les pays francophones d'Afrique et de l'océan Indien, ainsi qu'aux responsables de la Coopération Française et de la Coopération Belge qui, par leur compréhension, leurs encouragements et leur soutien constant tant moral que matériel, nous ont permis de réaliser ces ouvrages dans les meilleures conditions possibles.

Enfin, nous espérons que ce manuel répondra au mieux à l'attente et aux besoins des utilisateurs (professeurs et élèves). Afin d'en améliorer les prochaines éditions, nous accueillerons avec reconnaissance les remarques, les critiques et les suggestions qu'ils voudront bien nous faire et, par avance, nous les en remercions.

Saliou TOURÉ

SOMMAIRE

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Cher élève,

Cet ouvrage t'est destiné.

Il contient les notions de mathématiques du programme de 6e que tu étudieras avec ton professeur.

A l'intérieur des leçons et dans chaque paragraphe, tu trouveras :

- *de nombreux exemples afin de mieux comprendre les énoncés des définitions, propriétés, règles...*
- *des exercices grâce auxquels tu pourras vérifier tes connaissances.*

En fin de chapitre, d'autres exercices te sont proposés sous les titres :

- *exercices d'entraînement, pour mieux utiliser ce que tu as appris ;*
- *exercices d'approfondissement, pour chercher et découvrir un peu plus.*

Ce livre sera ton compagnon de travail ; en l'utilisant régulièrement pour chercher, comprendre, apprendre et t'entraîner, le programme de Mathématiques de la classe de 6e n'aura plus de secret pour toi. Il doit t'aider à réussir, c'est ce que nous souhaitons.

Bon travail !

Les auteurs

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Nul n'entre ici s'il n'est géomètre.

PLATON (428-347 av. J.-C., Athènes)

1 Droites

Les parallèles sont des droites qui étant situées dans un même plan et étant prolongées indéfiniment de part et d'autre ne se rencontrent ni d'un côté ni de l'autre.

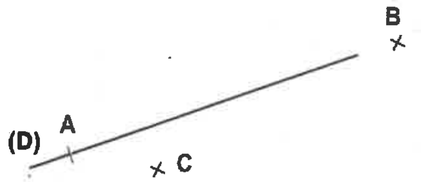
Euclide,
Livre 1 des Éléments.

SOMMAIRE

1 Droites - Points alignés

1.1 POINTS ALIGNÉS

Points et droite



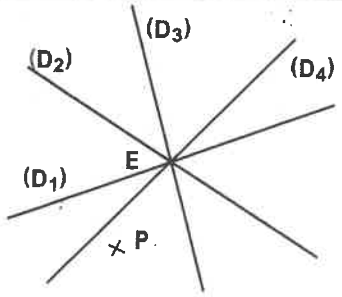
La droite (D) **passe** par le point A.
On dit aussi que le point A est sur la droite (D).
On écrit : $A \in (D)$.
On lit : le point A **appartient** à la droite (D).
La droite (D) ne passe pas par le point C.
On écrit : $C \notin (D)$.

Attention ! Le point B appartient à la droite (D).

• *Comment peux-tu le vérifier ?*

On peut prolonger indéfiniment la trace d'une droite. On dit qu'**une droite est illimitée.**

Droite passant par deux points



Plusieurs droites passent par le point E.

• *Peux-tu en tracer d'autres ?*

Par un point, il passe autant de droites que l'on veut.

• *Combien peux-tu tracer de droites passant par les points E et P ?*

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

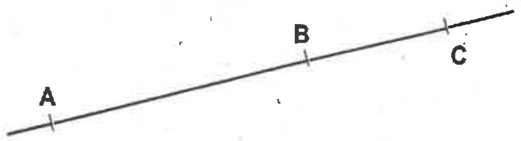
Par deux points, il ne passe qu'une seule droite.

Notation :
La droite qui passe par les points A et B se note **(AB)** ou **(BA)**.

Points alignés

DÉFINITION

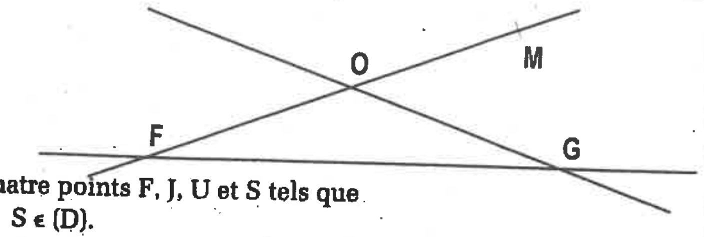
Trois points sont alignés lorsqu'ils appartiennent à une même droite.



Pour traduire que les points A, B et C sont alignés, on écrira :
$A \in (BC)$ ou $B \in (AC)$
ou encore $C \in (AB)$.

EXERCICES

1.a Donne un nom à chacune des droites ci-contre.



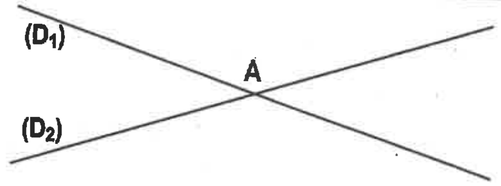
1.b Trace une droite (D). Marque quatre points F, J, U et S tels que
$F \in (D)$, $J \in (D)$, $U \notin (D)$ et $S \in (D)$.
• Quels sont les différents noms de la droite (D) ?

1.c Marque cinq points B, E, H, M et T tels que :
H, T et B soient alignés ;
B, M et T soient non-alignés ;
E, T et M soient alignés.

1.2 DROITES SÉCANTES

DÉFINITION

Deux droites sécantes sont des droites qui ont un seul point commun.



Les droites (D_1) et (D_2) sont sécantes en A.

EXERCICES

1.d Trace une droite (D). Marque les points B, C, U et V sur cette droite (D).
Marque ensuite un point L tel que $L \notin (D)$.
Que peux-tu dire des droites (BV) et (UL) ?
Que peux-tu dire des droites (UV) et (CL) ?

1.e À main levée, trace deux droites (D_1) et (D_2) sécantes en O.

2 Droites perpendiculaires

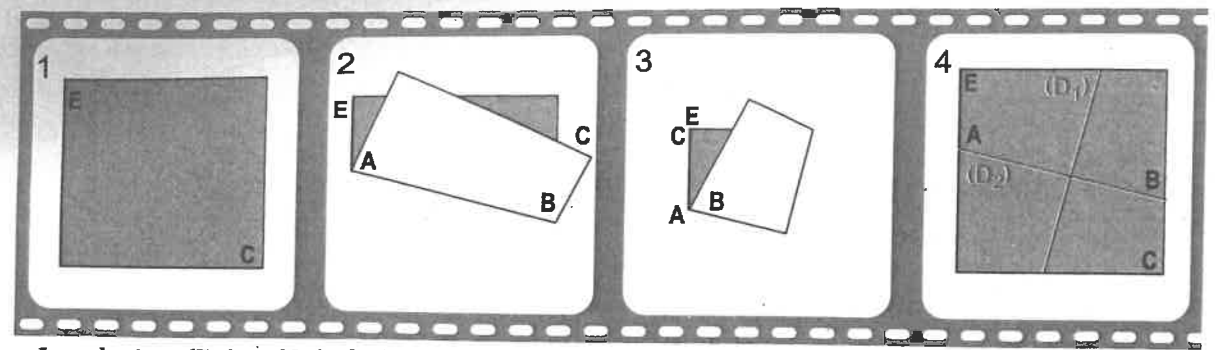
2.1 PRÉSENTATION

Activité

Construis deux droites sécantes en pliant deux fois une feuille de papier, comme l'indique le film suivant :

FILM DE CONSTRUCTION

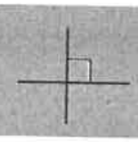
Comment obtenir des droites perpendiculaires en pliant deux fois une feuille de papier.



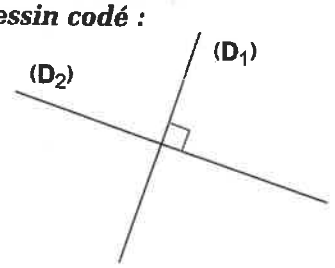
- Les droites (D_1) et (D_2) obtenues sont perpendiculaires.
- On utilise l'équerre pour vérifier que des droites sont perpendiculaires.

Convention de dessin

Pour indiquer sur une figure que deux droites sont perpendiculaires, on utilise le dessin :



Dessin codé :



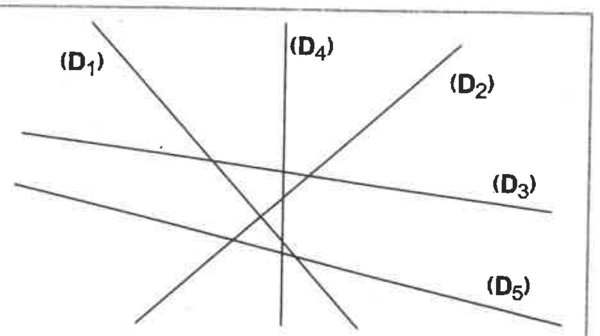
Les droites (D_1) et (D_2) sont **perpendiculaires.**

On écrit : $(D_1) \perp (D_2)$ ou $(D_2) \perp (D_1)$.

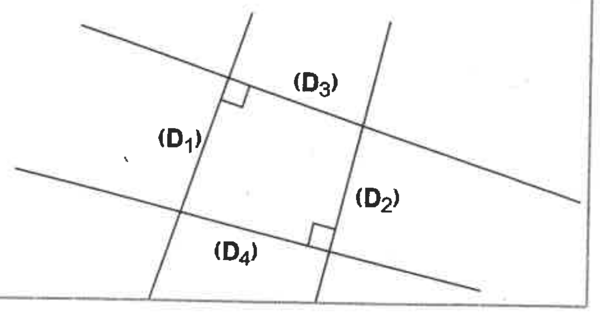
On lit : (D_1) est **perpendiculaire** à (D_2)
ou
(D_2) est **perpendiculaire** à (D_1).

EXERCICES

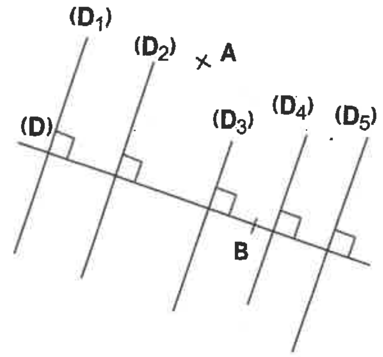
2.a Sur la figure ci-contre, deux droites sont perpendiculaires.
Utilise l'équerre pour trouver ces deux droites perpendiculaires.



2.b Sur la figure ci-contre, on a utilisé la convention de dessin pour indiquer que des droites sont perpendiculaires.
- Écris les noms de deux droites perpendiculaires.
- Écris les noms de deux droites qui ne sont pas perpendiculaires.



2.2 DROITES PERPENDICULAIRES À UNE DROITE DONNÉE



Plusieurs droites sont perpendiculaires à la droite (D).
- *Peux-tu en tracer d'autres ?*

On peut tracer autant que l'on veut de droites perpendiculaires à une droite donnée.
- *Combien peux-tu tracer de droites passant par le point A et perpendiculaires à la droite (D) ?*
- *Combien peux-tu tracer de droites passant par le point B et perpendiculaires à la droite (D) ?*

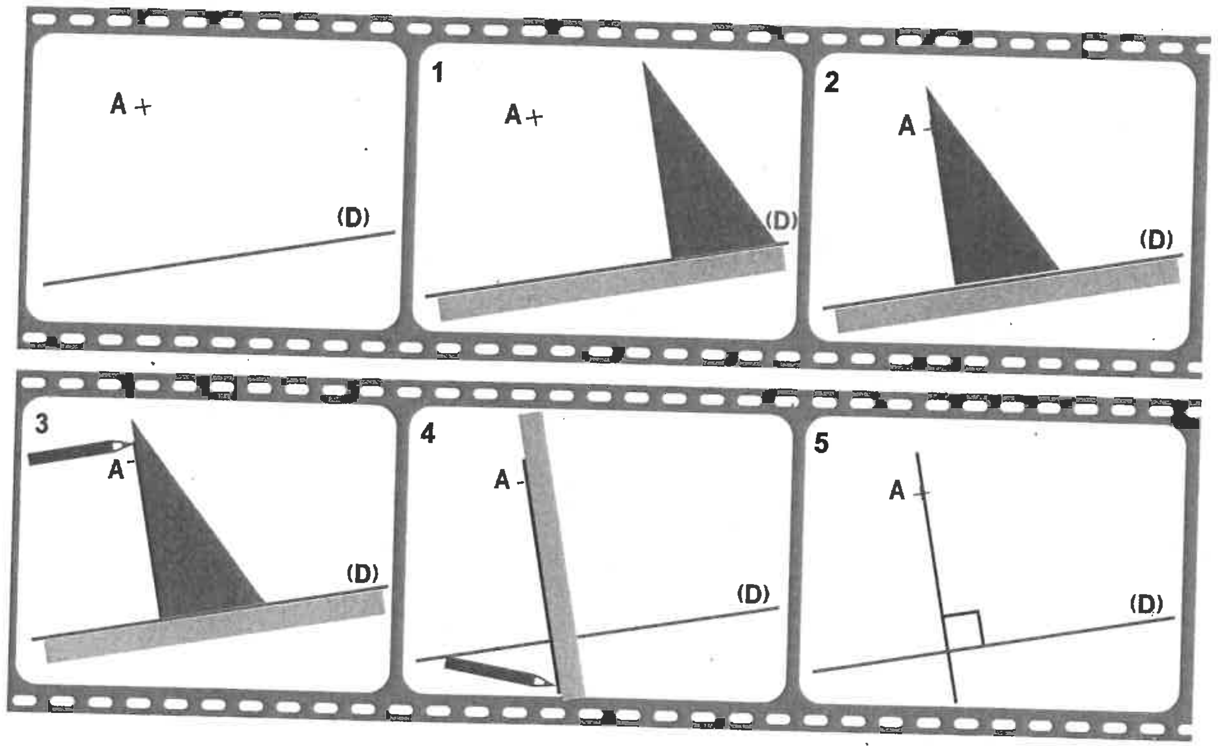
On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Par un point, on ne peut tracer qu'une seule droite perpendiculaire à une droite donnée.

FILM DE CONSTRUCTION

Comment tracer, à l'aide d'une équerre, la droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné.



EXERCICES

2.c Trace une droite (D). Construis une droite (L) perpendiculaire à (D).

2.d À main levée : trace une droite (D), trace trois perpendiculaires à (D).

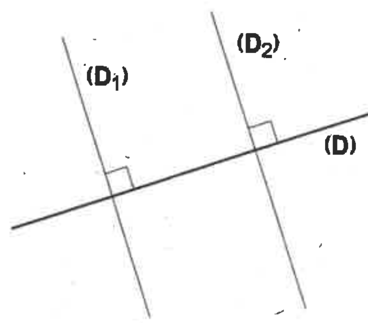
2.e Trace une droite (D). Marque un point E appartenant à (D). Construis la droite perpendiculaire à (D) et passant par E.

2.f À main levée : trace une droite (D), marque un point M n'appartenant pas à (D), trace la perpendiculaire à (D) passant par M.

2.g À main levée : trace une droite (D), marque un point S appartenant à (D), trace la perpendiculaire à (D) passant par S.

3 Droites parallèles

3.1 PRÉSENTATION



Lorsque deux droites (D_1) et (D_2) sont perpendiculaires à une droite (D), elles n'ont aucun point commun.

On dit que ces **droites** (D_1) et (D_2) sont **parallèles**.

On écrit : $(D_1) // (D_2)$ ou $(D_2) // (D_1)$.

On lit : **(D_1) est parallèle à (D_2)**

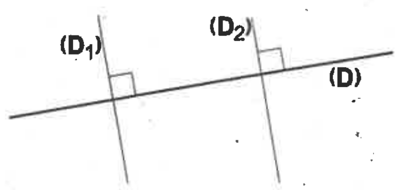
ou

(D_2) est parallèle à (D_1).

DÉFINITION

Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles.

Dessin codé:



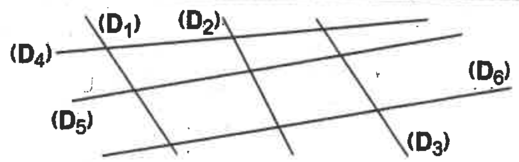
L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette définition.

Données $(D_1) \perp (D)$ | $(D_2) \perp (D)$

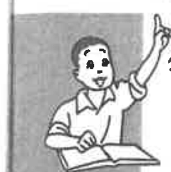
Conclusion $(D_1) // (D_2)$

EXERCICES

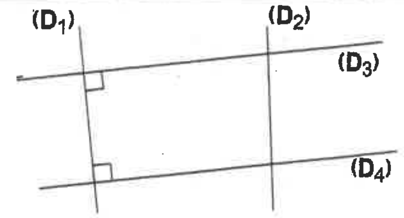
3.a Sur la figure ci-contre, deux droites sont parallèles.
Utilise la règle et l'équerre pour trouver ces deux droites parallèles.



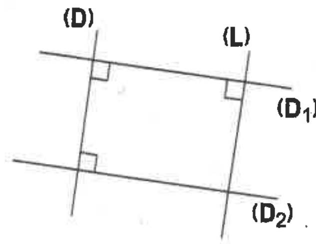
EXERCICES



3.b Sur la figure ci-contre, on a utilisé la convention de dessin pour indiquer que des droites sont perpendiculaires.
- Écris les noms de deux droites parallèles.
- Écris les noms de deux droites qui ne sont pas parallèles.



3.c Cite toutes les droites parallèles du dessin codé ci-contre.



Puis, complète les organigrammes suivants :

Données (D_1).....(D) | (D_2).....(D)

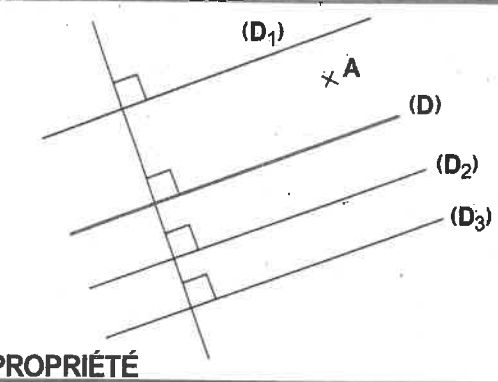
Conclusion $(D_1) // (D_2)$

Données (D).....(D_1) | ....

Conclusion (D) // (L)

3.2 PROPRIÉTÉS

Droites parallèles à une droite donnée



Plusieurs droites sont parallèles à la droite (D).
- *Peux-tu en tracer d'autres ?*

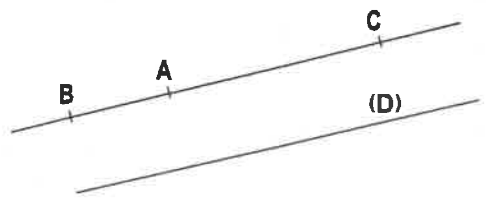
On peut tracer autant que l'on veut de droites parallèles à une droite donnée.

- *Combien peux-tu tracer de droites passant par le point A et parallèles à la droite (D) ?*

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Par un point n'appartenant pas à une droite donnée, on ne peut tracer qu'une seule droite parallèle à cette droite.



L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette propriété.

Données (AB) // (D) | (AC) // (D)

Conclusion A, B, C alignés

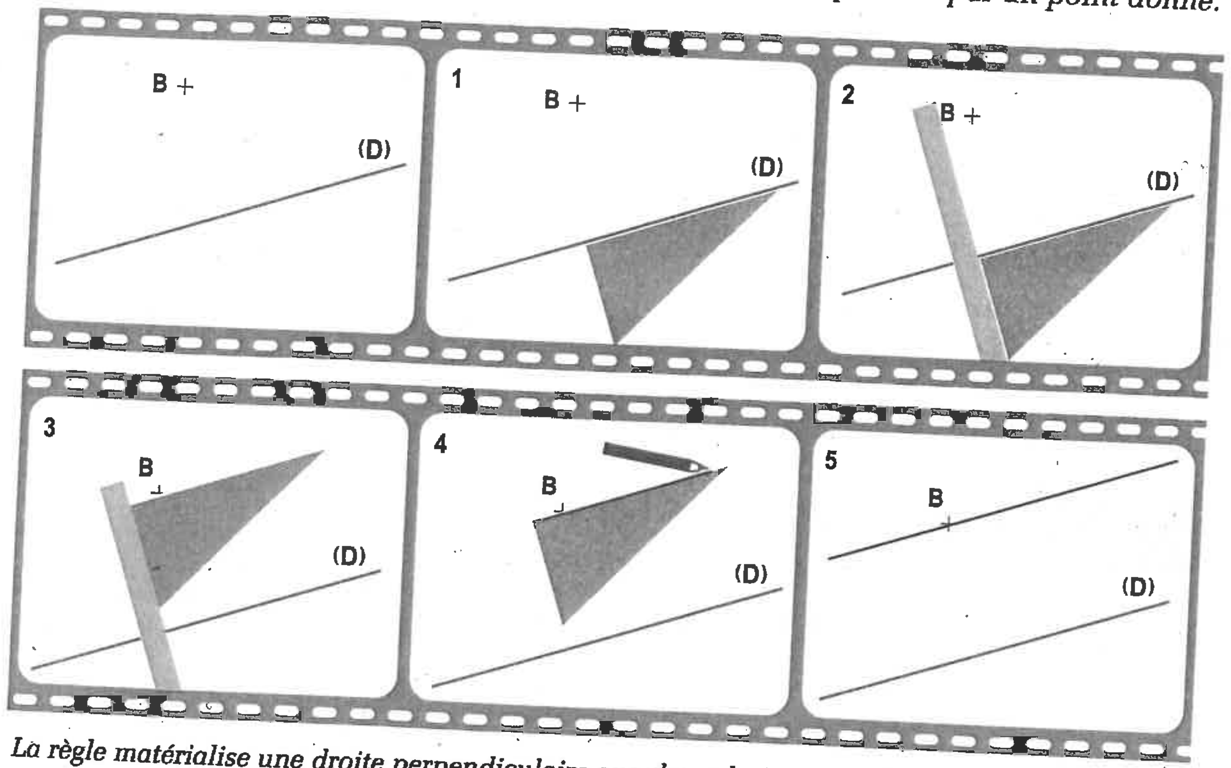
EXERCICES

3.d Trace une droite (D). Construis une droite (L) parallèle à (D).

3.e À main levée : trace une droite (D), trace trois droites parallèles à (D).

FILM DE CONSTRUCTION

Comment tracer la droite parallèle à une droite donnée et passant par un point donné.



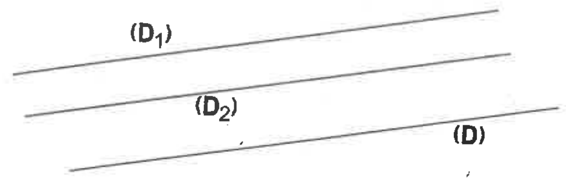
La règle matérialise une droite perpendiculaire aux deux droites parallèles.

EXERCICES

3.f Trace une droite (D). Marque deux points A et B qui n'appartiennent pas à (D). Construis les parallèles à (D) passant l'une par A, l'autre par B.

3.g À main levée, trace une droite (D), marque un point F n'appartenant pas à (D), trace la parallèle à (D) passant par F.

Positions d'une droite par rapport à deux droites parallèles

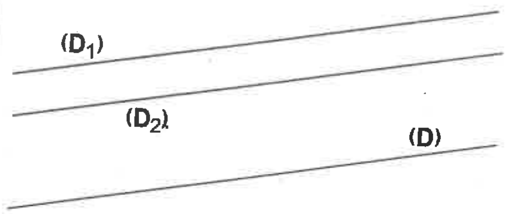


Les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.
Les droites (D) et (D_2) sont parallèles.
Vérifie à l'aide des instruments de dessin qui conviennent que les droites (D) et (D_1) sont parallèles.

On admet la propriété suivante :

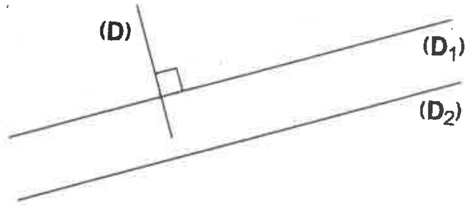
PROPRIÉTÉ

Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est parallèle à l'une, elle est parallèle à l'autre.



L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette propriété :

Données	$(D_1) // (D_2)$	$(D_2) // (D)$
Conclusion	$(D_1) // (D)$	

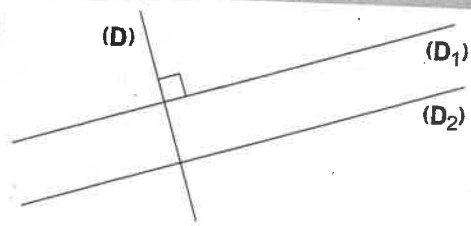


Les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.
La droite (D) est perpendiculaire à la droite (D_1).
Vérifie à l'aide de l'instrument de dessin qui convient que la droite (D) est perpendiculaire à la droite (D_2).

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est perpendiculaire à l'une, elle est perpendiculaire à l'autre.



L'organigramme ci-dessous traduit l'utilisation de cette propriété :

Données	$(D_1) // (D_2)$	$(D) \perp (D_1)$
Conclusion	$(D) \perp (D_2)$	

REMARQUE

Deux droites étant parallèles, lorsqu'une droite est sécante à l'une, elle est sécante à l'autre.

EXERCICES

3.h À main levée : trace deux droites parallèles (D_1) et (D_2), trace une droite (L) parallèle à (D_1) et (D_2).

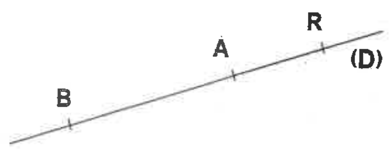
EXERCICES

3.i À main levée : trace deux droites parallèles (D_1) et (D_2), trace une droite (L) sécante à (D_1) et (D_2).

3.j À main levée : trace deux droites parallèles (D_1) et (D_2), trace une droite (D) perpendiculaire à (D_1) et (D_2).

4 Demi-droites - Segments

4.1 DEMI-DROITES



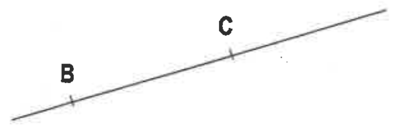
La partie de la droite (D), en rouge sur la figure, est une **demi-droite.**
Elle a pour **origine A** et **passe par** le point B.
Cette demi-droite est illimitée du côté du point B.
Elle s'écrit : **[AB)**
La droite (D) est le **support** de la demi-droite [AB).

Nomme et définis de même l'autre demi-droite d'origine A et dont le support est la droite (D).

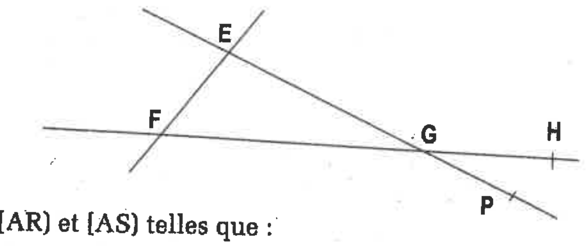
> Un point d'une droite donnée détermine deux demi-droites ayant pour support la droite donnée; ces deux demi-droites sont des **demi-droites opposées.**

EXERCICES

4.a Marque un point A tel que A ∈ [BC).
Marque un point E tel que E ∈ (BC) et E ∉ [BC).
Trace la demi-droite [AB) en rouge.
Trace la demi-droite [BA) en vert.
Avec les points de la figure, donne deux autres noms de la demi-droite [EB).



4.b Redessine la figure ci-contre.
Trace la demi-droite [GF) en vert, la demi-droite [GH) en rouge et la demi-droite [PE) en noir. Donne un autre nom à la demi-droite [PE).

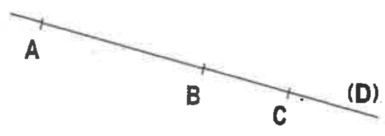


4.c Trace quatre demi-droites [AM), [AN), [AR) et [AS) telles que :
- [AM) et [AN) aient le même support
- [AR) et [AS) n'aient pas le même support.

4.d À main levée, trace deux demi-droites [BF) et [BG) qui ont le même support.

4.e À main levée, trace deux demi-droites [CS) et [CP) qui n'ont pas le même support.

4.2 SEGMENTS



La partie de la droite (D), en rouge sur la figure, est appelée un **segment.**
Il a pour **extrémités** les points A et B.
Il s'écrit : **[AB]** ou encore [BA].
La droite (D) est le **support** du segment [AB].

Nomme et définis de même un autre segment de la droite (D).

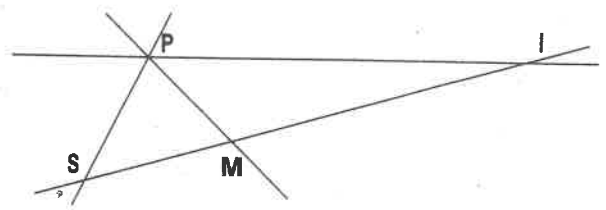
NE CONFONDS PAS

(AB) qui est une écriture de la droite passant par les points A et B.
et [AB) qui est une écriture de la demi-droite d'origine A et passant par B.
et [AB] qui est une écriture du segment d'extrémités A et B.

EXERCICES

4.f On donne la figure ci-contre.
Recopie les phrases ci-dessous, puis complète par ∈ ou ∉ :

S ...... [IM) S ...... [MI]
S ...... [MI) S ...... (MI)

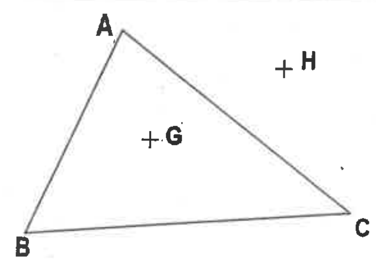


4.g Combien de segments peux-tu nommer sur la figure ci-contre ?

5 Applications aux triangles et aux quadrilatères

5.1 TRIANGLE

Vocabulaire



Les trois points non alignés A, B et C sont les **sommets** du **triangle ABC.**

Les segments [AB], [BC] et [CA] sont les **côtés** de ce triangle.
Le segment [BC] est le **côté opposé au sommet** A.
Le sommet C est le **sommet opposé au côté** [AB].

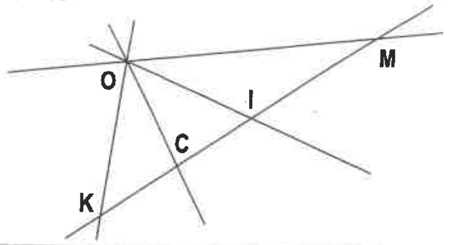
Le point G est à l'**intérieur** du triangle ABC.
Le point H est à l'**extérieur** du triangle ABC.

EXERCICES

5.a Trace un triangle RST. Trace les supports de ses côtés.
Trouve les autres noms du triangle RST.

5.b À main levée, trace un triangle PQR.
Quel est le côté opposé au sommet P ?
Quel est le sommet opposé au côté [PQ] ?

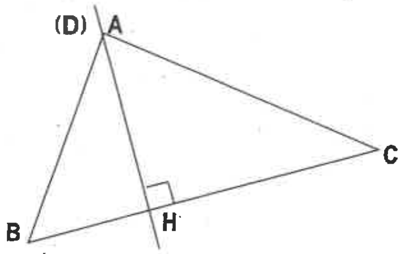
5.c Combien de triangles peux-tu nommer sur la figure ci-contre ?



Hauteur d'un triangle

DÉFINITION

Une hauteur d'un triangle est la droite passant par un sommet et perpendiculaire au support du côté opposé.



ABC est un triangle.

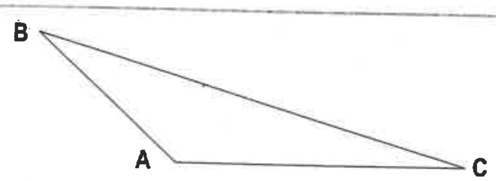
La droite (D) passe par le sommet A et est perpendiculaire à (BC).
Cette droite coupe (BC) en H.

(AH) est **une hauteur** du triangle ABC.

Un triangle a trois hauteurs.

EXERCICES

5.d Reproduis la figure ci-contre.
- Trace la hauteur passant par B.
- Trace la hauteur passant par C.



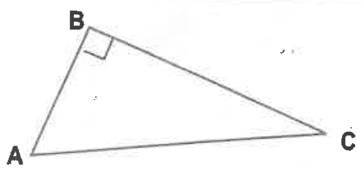
5.e Dans un triangle ABC, la hauteur passant par A coupe (BC) en H.
- Fais une figure telle que $H \in [BC]$.
- Fais une figure telle que $H \notin [BC]$.

5.f À main levée, trace une des hauteurs d'un triangle AFM.

Triangle rectangle

DÉFINITION

Un triangle rectangle est un triangle qui a deux côtés dont les supports sont perpendiculaires.



ABC est **un triangle rectangle en B.**

On a : $(AB) \perp (BC)$

Le côté [AC], opposé au sommet B, est l'**hypoténuse** du triangle rectangle ABC.

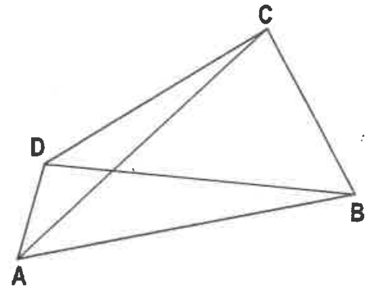
EXERCICES

5.g Trace un triangle ABC rectangle en A.
- Trace la hauteur passant par A.
- Quelle est la hauteur passant par B ?

5.h Trace un triangle rectangle EFG d'hypoténuse [FG].

5.i Trace un triangle rectangle BSM à main levée.

5.2 QUADRILATÈRES



ABCD est un quadrilatère. Un quadrilatère a quatre côtés.

Dans le quadrilatère ABCD :
- A et C sont des **sommets opposés** ;
- [DC] et [AB] sont des **côtés opposés** ;
- [CB] et [BA] sont des **côtés consécutifs** ;
- [DB] et [AC] sont ses **diagonales**.

Dans le quadrilatère ABCD, nomme deux autres côtés opposés, deux autres sommets opposés, deux autres côtés consécutifs.

EXERCICES

5.j Construis un quadrilatère BCEF dont les diagonales sont perpendiculaires.

5.k À main levée, dessine un quadrilatère ABCE.

5.l Construis un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

5.m Construis un quadrilatère qui a deux côtés consécutifs perpendiculaires.

5.n Construis un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles et deux côtés consécutifs perpendiculaires.

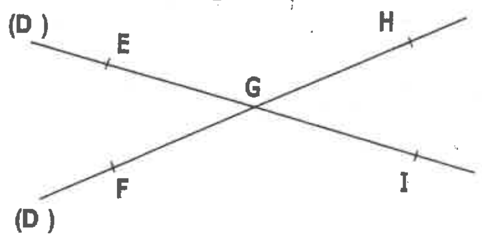
ENTRAINEMENT

1 DROITES

1 Marque deux points A et B.
Trace la droite (AB). Marque un point C n'appartenant pas à (AB).
Trace les droites (AC) et (BC).

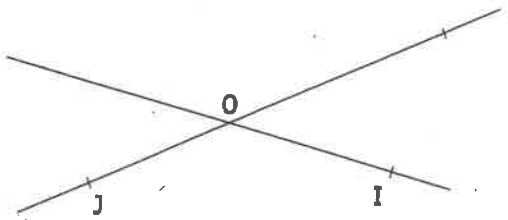
2 Fais l'exercice 1 en traçant les droites demandées à main levée.

3 Reproduis la figure ci-dessous.



Donne deux autres noms à la droite (D_1) et deux autres noms à la droite (D_2).

4 Reproduis la figure ci-dessous.



Marque :
- un point L tel que O, I et L soient alignés ;
- un point M tel que O, J et M soient alignés ;
- un point N tel que I, K et N soient alignés ;
- un point P tel que I, J et P soient alignés.

Complète par un nom de droite qui convient
L ∈ (........) ; M ∈ (........) ;
N ∈ (........) ; P ∈ (........).

5 Marque trois points A, B et C non alignés.
Marque un point E aligné avec les points B et C.
Marque un point F aligné avec les points A et C.

6 Marque six points P, M, N, R, S et T tels que trois quelconques d'entre eux ne soient pas alignés.

7 Marque quatre points A, B, C et E tels que trois quelconques d'entre eux ne soient pas alignés.
Trace toutes les droites passant par ces points pris deux à deux. Écris leurs noms.

8 Reproduis la figure ci-dessous.

Trace les droites (KR), (XY), (KX) et (YR).
Les droites (KR) et (XY) sont sécantes en A et les droites (RY) et (KX) sont sécantes en E.
Marque les points A et E.

9 Trace à main levée trois droites (D_1), (D_2) et (D_3) telles que (D_1) et (D_2) soient sécantes en O ; (D_2) et (D_3) soient sécantes en I ; (D_1) et (D_3) soient sécantes en P.

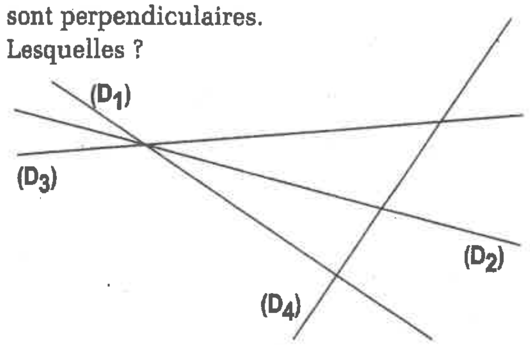
10 Marque un point O.
Trace les droites (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4) passant par ce point O.
Trace ensuite une droite (D') ne passant pas par O et qui soit sécante aux droites (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4).

11 Fais l'exercice 10 en traçant les droites demandées à main levée.

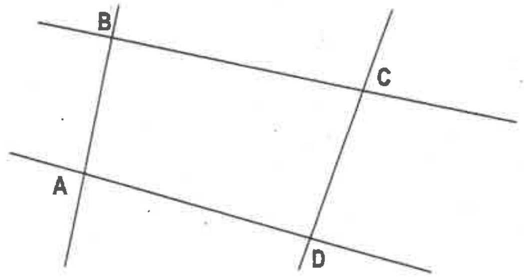
12 Les points A, B, C et E appartiennent à une droite (D) et le point F n'appartient pas à cette droite (D).
Quels sont les points d'intersections des droites : (AC) et (CF) ; (AE) et (CF) ; (CE) et (BF) ; (CF) et (BF) ?

2 DROITES PERPENDICULAIRES

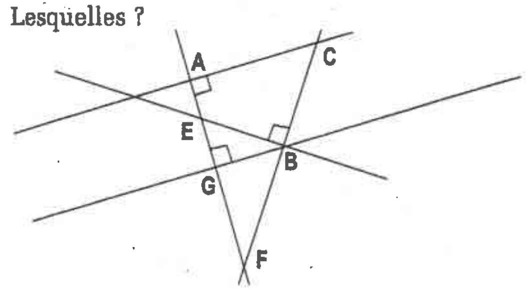
13 Observe bien cette figure. Deux droites sont perpendiculaires.
Lesquelles ?



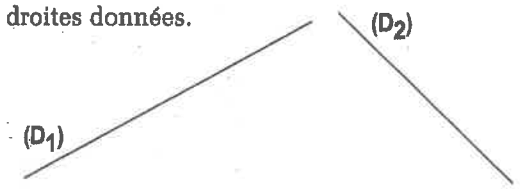
14 Sur la figure ci-dessous, deux droites sont perpendiculaires. Utilise l'équerre pour les retrouver.



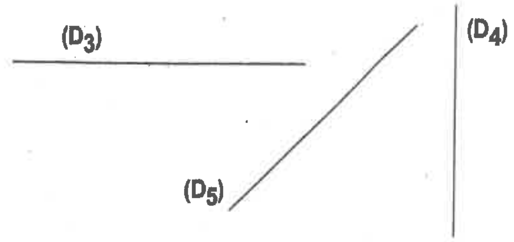
15 Sur la figure ci-dessous, certaines droites sont perpendiculaires deux à deux.
Lesquelles ?



16 Reproduis les droites ci-dessous. Puis, construis avec la règle et l'équerre, quatre droites perpendiculaires à chacune des droites données.

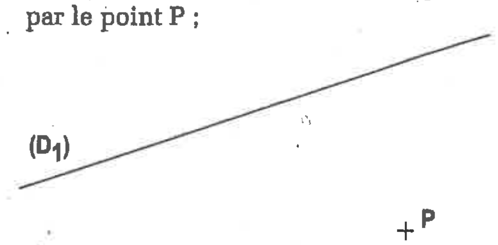


17 Reproduis les droites ci-dessous. Puis, trace à main levée, une droite perpendiculaire à chacune des droites données.

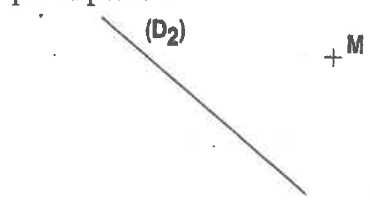


18 Trace une droite (D). Marque un point J sur la droite (D) et deux points K et L, de part et d'autre de la droite (D).
Trace les perpendiculaires à (D) passant par J, K et L.

19 Reproduis les figures ci-dessous. Puis, dans chaque cas, construis avec la règle et l'équerre :
- la perpendiculaire à la droite (D_1) passant par le point P ;



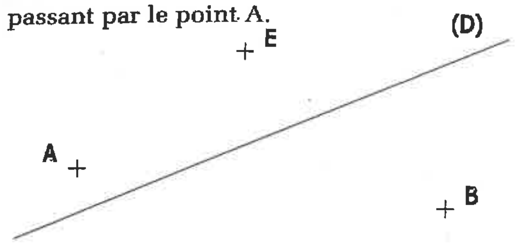
- la perpendiculaire à la droite (D_2) passant par le point M.



20 Fais l'exercice 19 en traçant les droites demandées à main levée.

21 Trace deux droites sécantes (D_1) et (D_2). Avec la règle et l'équerre, construis une droite perpendiculaire à chacune des droites sécantes. Que peux-tu dire des deux droites tracées ?

22 Reproduis la figure ci-dessous.
Trace la droite (D_1) perpendiculaire à (D) et passant par le point A.

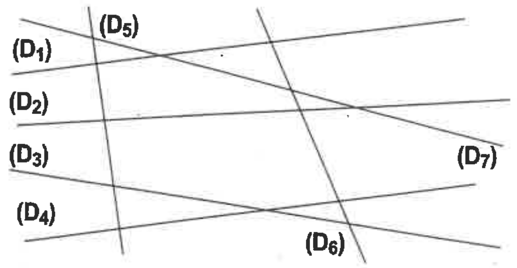


Trace la droite (D_2) perpendiculaire à (D_1) et passant par le point B
Trace la droite (D_3) perpendiculaire à (AB) passant par le point E.

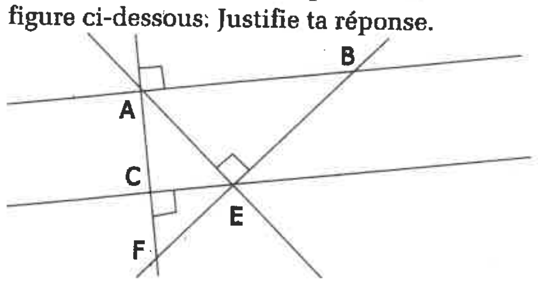
23 Fais l'exercice 22 en traçant les droites demandées à main levée.

3 DROITES PARALLÈLES

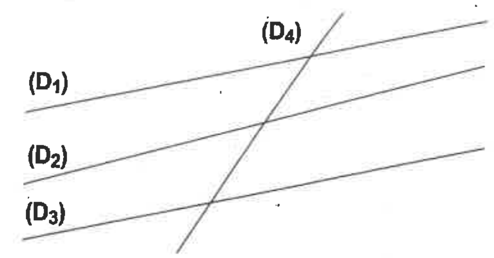
24 Observe la figure ci-dessous. Deux droites sont parallèles. Cite-les.



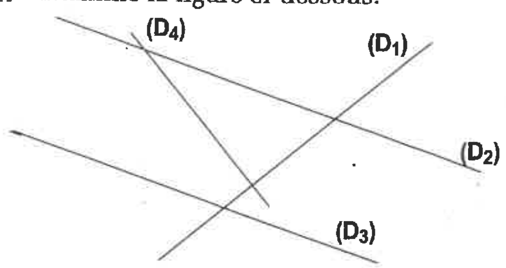
25 Trouve les droites parallèles sur la figure ci-dessous. Justifie ta réponse.



26 Sur la figure suivante, deux droites sont parallèles. Utilise la règle et l'équerre pour les retrouver.

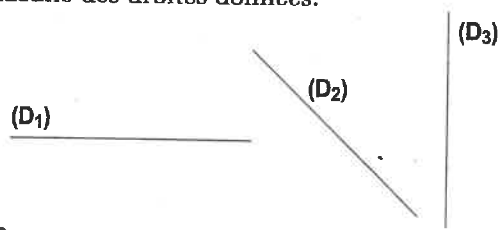


27 Examine la figure ci-dessous.



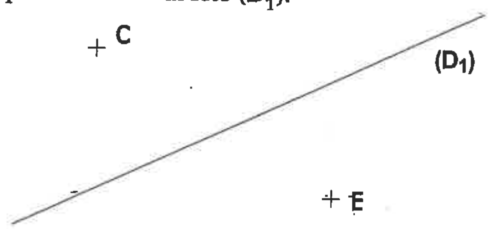
Deux droites sont parallèles ; cite-les.
Deux droites sont perpendiculaires ; cite-les.
Cite deux droites sécantes non perpendiculaires.
Écris tes réponses en langage mathématique chaque fois que cela est possible.

28 Reproduis les trois droites ci-dessous. Puis, construis trois droites parallèles à chacune des droites données.

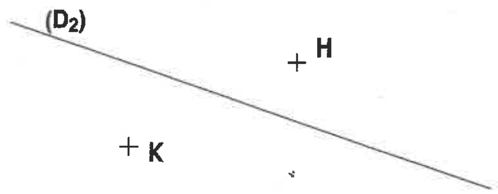


29 Fais l'exercice 28 en effectuant les tracés à main levée.

30 Reproduis les figures ci-dessous.
• Par chacun des points C et E construis la parallèle à la droite (D_1).



• Par chacun des points H et K, construis la parallèle à la droite (D_2).



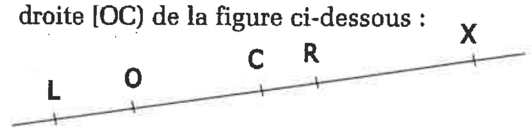
31 Fais l'exercice 30 en effectuant les tracés à main levée.

32 Trace deux droites perpendiculaires (D_1) et (D_2). Construis trois droites parallèles à (D_1).
Quelle est la position de (D_2) par rapport à ces trois droites ?
Justifie ta réponse.

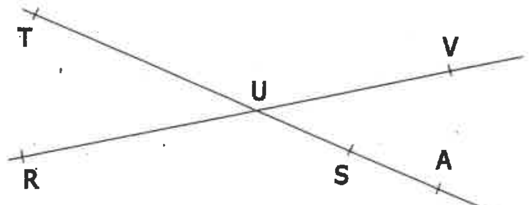
33 On donne quatre droites (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4) parallèles entre elles. Trace une droite (D) perpendiculaire à (D_2).
Quelle est la position de (D) par rapport à chacune des droites (D_1), (D_3) et (D_4) ?
Justifie ta réponse.

4 DRMI-DROITES - SEGMENTS

34 Donne les autres noms de la demi-droite [OC) de la figure ci-dessous :



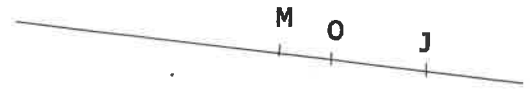
35 On te propose la figure ci-dessous :



Recopie, puis complète par $\in$ ou $\notin$:

R .... (US)	T .... (US)
A .... (US)	U .... (US)
R .... (US)	T .... (US)
A .... (US)	U .... (US)

36 Reproduis la figure ci-dessous :



Place les points F, G, H et P tels que :
$F \in [OJ)$; $G \in [OM)$; $H \notin (OM)$;
$P \in [OM)$ et $P \in [MO)$.

5 APPLICATIONS AUX TRIANGLES ET AUX QUADRILATÈRES

37 Marque trois points T, S et F non alignés. Trace le triangle TSF.

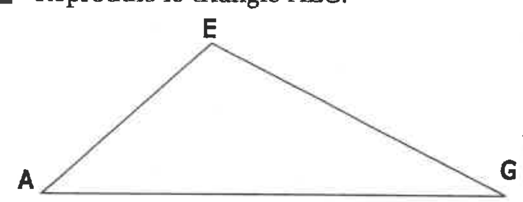
38 Trace un triangle BTS à main levée.

39 Trace deux triangles AMI et OMI à main levée.

40 Trace un triangle ABC. Construis la parallèle à (BC) passant par A, la parallèle à (AC) passant par B et la parallèle à (AB) passant par C.

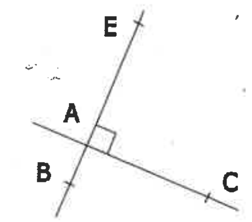
41 Trace un triangle MTR.
Trace en rouge la hauteur passant par M et en vert la hauteur passant par R.

42 Reproduis le triangle AEG.



Trace en rouge la hauteur passant par A et en vert la hauteur passant par G.

43 Reproduis la figure ci-dessous.



Trace le triangle BCE.
Que représente la droite (AC) pour ce triangle ? Pourquoi ?

44 Construis un triangle BSU rectangle en U.

45 Trace un quadrilatère à main levée. Appelle-le BRCI. Trace ses diagonales.

46 À main levée, trace un quadrilatère qui a deux côtés parallèles.

47 À main levée, trace un quadrilatère qui a deux côtés consécutifs perpendiculaires.

48 À main levée, trace un quadrilatère qui a deux côtés perpendiculaires et deux côtés parallèles.

APPROFONDISSEMENT

49 Fais un dessin tel que (AC) et (CE) désignent la même droite, B $\in$ (CE) et F $\notin$ (AC). A-t-on : B $\in$ (AC) ? F $\in$ (CE) ?

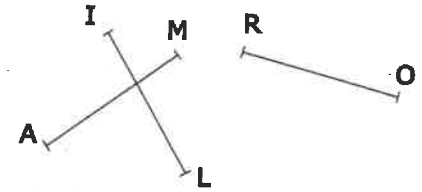
50 Marque deux points M et P.
Trace six droites telles que quatre droites passent par le point M et trois droites passent par le point P.

51 Marque quatre points A, B, C et D tels que trois quelconques d'entre eux ne soient pas alignés. Trace :
- toutes les droites passant par le point A et un autre point de la figure ; compte-les,
- toutes les nouvelles droites passant par le point B et un autre point de la figure ; compte-les,
- toutes les nouvelles droites passant par le point C et un autre point de la figure ; compte-les.

Peux-tu tracer de nouvelles droites passant par deux points quelconques de la figure ?
Combien de droites as-tu tracées en tout ?
Fais de même pour 5 points A, B, C, D et E.
Combien de droites as-tu tracées ?
Pourrais-tu, sans faire de figure, trouver le nombre de droites pour 6 points ? Quel serait ce nombre ? Et pour 10 points ?

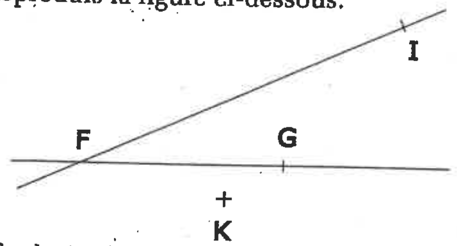
52 Marque six points A, B, C, E, F et G, tels que les droites (BC) et (EF) soient sécantes en A et les droites (CE) et (BF) soient sécantes en G.

53 Reproduis la figure ci-dessous. Marque les points B, G et H sachant que :
(AM) et (RO) sont sécantes en B ;
(AM) et (IL) sont sécantes en G ;
(IL) et (RO) sont sécantes en H.



54 Trace un quadrilatère ABCE tel que ABCE n'est pas un rectangle et (AB) $\perp$ (BC) et (EA) $\perp$ (EC).

55 Reproduis la figure ci-dessous.



Trace la droite (D_1) passant par le point I et perpendiculaire à (FG), puis, la droite (D_2) passant par le point K et perpendiculaire à (FI).
Marque le point H tel que : H $\in$ (D_2) et (IH) $\perp$ (FG). Explique.

56 Trace une droite (D) et marque un point A n'appartenant pas à (D).
Trace la droite (D') passant par A et perpendiculaire à (D). Marque un point B n'appartenant ni à (D) ni à (D'). Trace la droite (D_1) passant par B et perpendiculaire à (D').
Quelle est la position de (D) par rapport à (D_1) ?

57 Trace deux droites (AB) et (AC) non perpendiculaires. Trace la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB).

Construis la droite (D') passant par B et parallèle à (AC).
Marque un point E appartenant à (D').
Construis la droite (L) passant par E et parallèle à (D).
Quelle est la position de (AB) par rapport à (L) ?

58 1° Construis deux droites perpendiculaires (D_1) et (D_2).
Désigne par A le point d'intersection de ces deux perpendiculaires.
2° Marque un point B, distinct de A, sur (D_1).
3° Trace la droite (D_3) passant par B et perpendiculaire à (D_1).
Que peux-tu dire des droites (D_2) et (D_3) ?
4° Marque un point C, distinct de B, sur (D_3).
5° Trace la droite (D_4) passant par C et perpendiculaire à (D_3).
Que peux-tu dire des droites (D_4) et (D_1) ?
6° Marque le point E, point d'intersection des droites (D_4) et (D_2).
7° La droite (D_4) est-elle perpendiculaire à la droite (D_2) ?
8° Que peux-tu dire de la figure ABCE ?

59 Marque cinq points R, S, T, U et V tels que : (TU) // (RS) et (TV) // (RS).
Que peux-tu dire des points T, U et V ?

60 Trace deux droites sécantes (OG) et (OE). Marque un point M tel que (EM) $\perp$ (OE) et (GM) // (OE).
Un énoncé du cours te permet d'affirmer que (EM) et (GM) sont perpendiculaires. Lequel ?

61 Un point d'une droite détermine deux demi-droites.
Combien deux points d'une droite déterminent-ils de demi-droites ?
Même question pour trois points, pour quatre points, pour cent points.

62 1° Combien y a-t-il de segments sur la figure ci-dessous ?

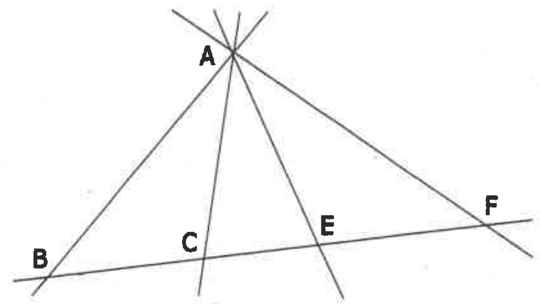
2° Combien y a-t-il de segments sur la figure ci-dessous ?

Cherche une méthode te permettant de les compter sans en oublier.
En appliquant ta méthode, trouve le nombre de segments pour six points, pour dix points alignés.

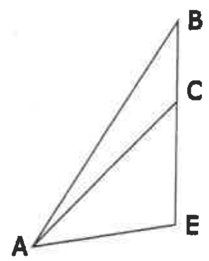
63 Fais une figure d'après les indications suivantes : (D) $\perp$ (D'), [ER] a pour support la droite (D), [OS] a pour support la droite (D') et (SR) // (OE).

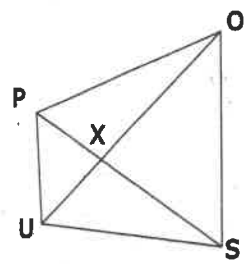
64 Fais l'exercice 63 en effectuant les tracés demandés à main levée.

65 Examine la figure proposée. Combien y a-t-il de triangles ? Cite-les.



66 Combien y a-t-il de triangles dans chacune des figures ci-dessous ? Cite-les.





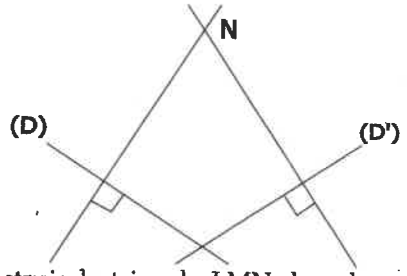
EXERCICES

67 Trace deux triangles ABC et EFG tels que les côtés [AB] et [EF] aient le même support mais aucun point commun.

68 Construis deux triangles RST et HKL tels que :
- les côtés du triangle RST n'ont pas de point commun avec ceux du triangle HKL,
- les supports des côtés [ST] et [HK] sont perpendiculaires.

69 Fais l'exercice 68 en effectuant les tracés demandés à main levée.

70 Reproduis la figure ci-dessous.



Construis le triangle LMN dans lequel (D) et (D') sont deux hauteurs.

71 Fais l'exercice 70 en effectuant les tracés demandés à main levée.

72 Marque trois points alignés C, E et F tels que $C \in [EF]$. Trace la droite (D) passant par F et perpendiculaire à (EC). Marque un point G tel que : $G \in (D)$ et $G \notin (EC)$.
Une hauteur du triangle CEG est représentée sur ton dessin. Laquelle ?
Trace en rouge une autre hauteur de ce triangle. Précise laquelle.

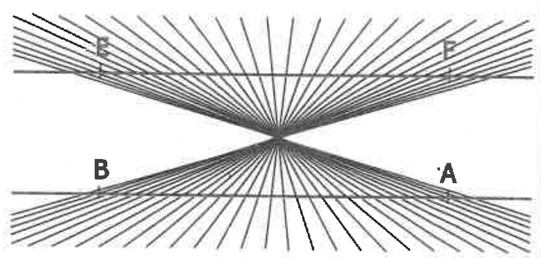
73 Trace un triangle TMC. Trace la droite (D) passant par T et perpendiculaire à (MT). La hauteur passant par C coupe (MT) en K. Quelle est la position de (D) par rapport à (CK) ?

74 (DR) est perpendiculaire à (OI) et (OI) est perpendiculaire à (TE). Un énoncé du cours envisage cette situation. Lequel ?

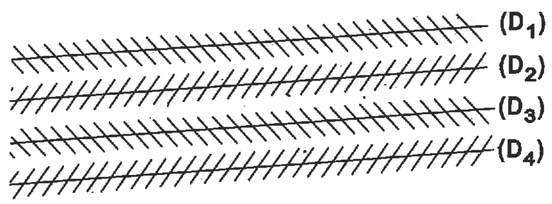
75 Trace un triangle ABC rectangle en B. Construis la parallèle à (BC) passant par A. Construis la parallèle à (AB) passant par C. Les deux droites tracées se coupent en E. Que peux-tu dire des droites (AE) et (CE) ? Justifie.

76 **ILLUSIONS D'OPTIQUE**

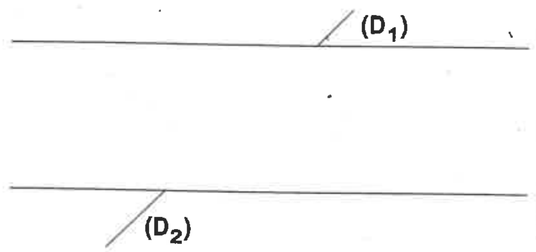
• Les traits qui joignent les points A et B, les points E et F, ne semblent pas être des droites. Et pourtant ....



• Les droites (D_1), (D_2), (D_3) et (D_4) semblent ne pas être des droites parallèles. Et pourtant ....



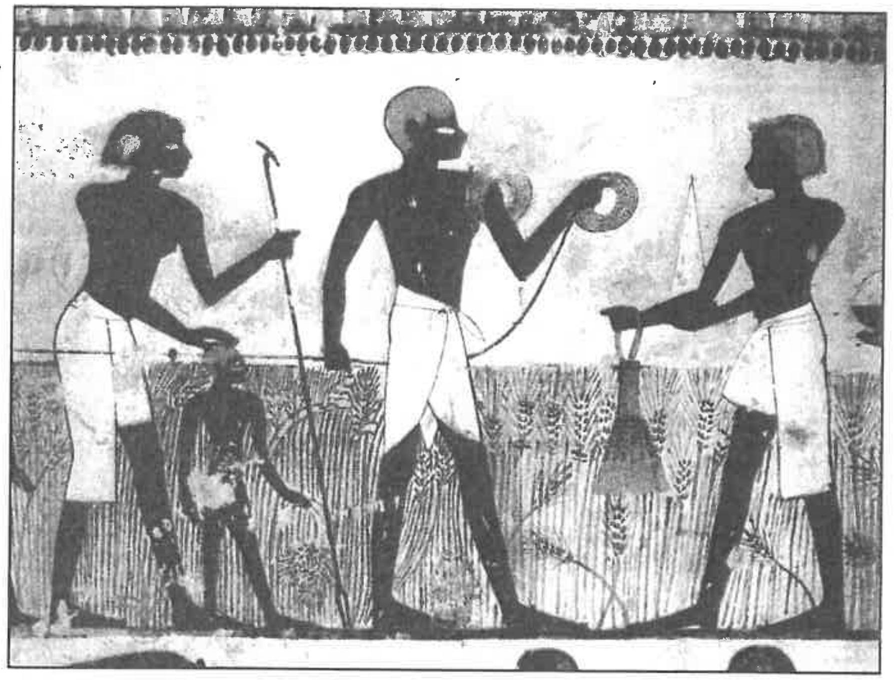
• Les droites (D_1) et (D_2) semblent être **deux** droites parallèles. Et pourtant ....



2

Mesures de segments

Photo Dagli Orti



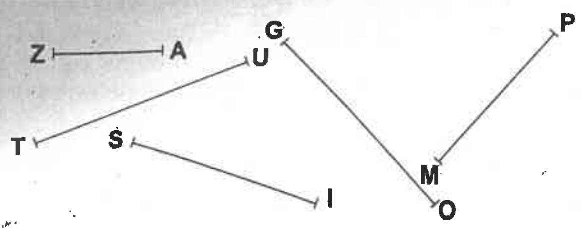
Il y a 3000 ans, en Égypte : des arpenteurs mesurent un champ de blé pour en retrouver les limites après la crue du Nil.

SOMMAIRE

1 Mesure d'un segment

1.1 COMPARAISON DE LONGUEURS DE SEGMENTS

Utilisation d'un calque pour comparer

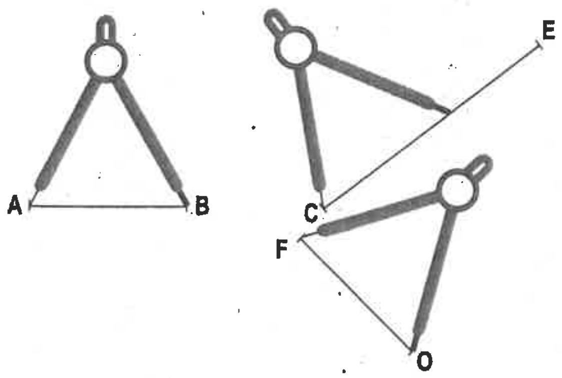


Reproduis sur un papier calque le segment [UT] de la figure ci-contre.

Le calque de [UT] est superposable à l'un des segments de la figure . Trouve-le.

Des segments superposables ont la même longueur.

Utilisation d'un compas pour comparer



Pour **comparer** ou **reporter** des longueurs, l'un des instruments de dessin utilisé est le compas.

Le segment [AB] est **plus court** que le segment [CE]

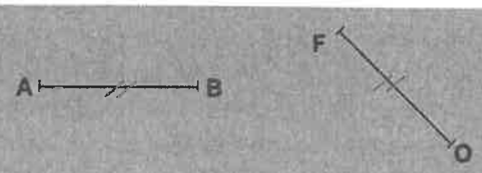
ou encore

le segment [CE] est **plus long** que le segment [AB].

Les segments [AB] et [FO] ont **la même longueur**.

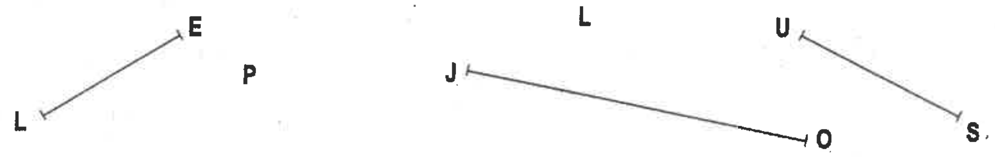
Convention de dessin

On marquera des segments d'un même signe pour indiquer qu'ils ont la même longueur.



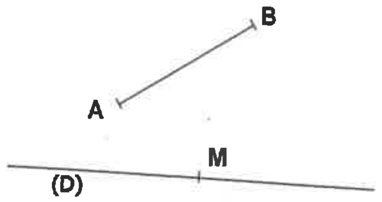
EXERCICES

1.a Parmi les segments ci-dessous, nomme le segment le plus long ; le segment le plus court.



1.b À main levée, trace deux segments [AB] et [EF] tels que [AB] soit plus court que [EF].

Activité - Construire des segments de même longueur



On donne :
- un segment [AB]
- une droite (D)
- un point M sur cette droite.

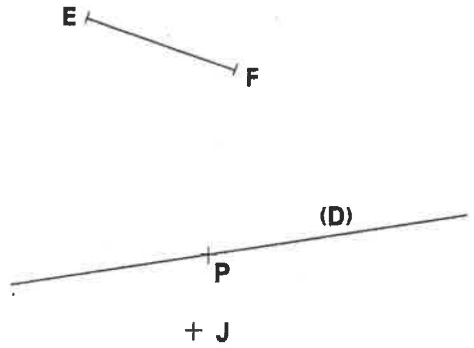
Construis un segment de support (D), d'extrémité M et de même longueur que [AB].

Peux-tu en construire un autre?

Utilise la convention de dessin précédente pour indiquer que les segments de la figure ont la même longueur.

EXERCICE

1.c Redessine chacune des figures ci-dessous.

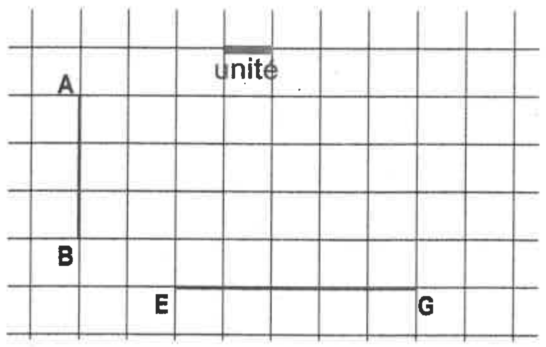


- Construis un segment [HG] de même longueur que [EF] et de support (D).
- Sur (D), construis un segment [MP] de même longueur que [EF].
- Construis un segment [JK] de même longueur que [EF].
- Construis un segment [AB] de même longueur que [EF].

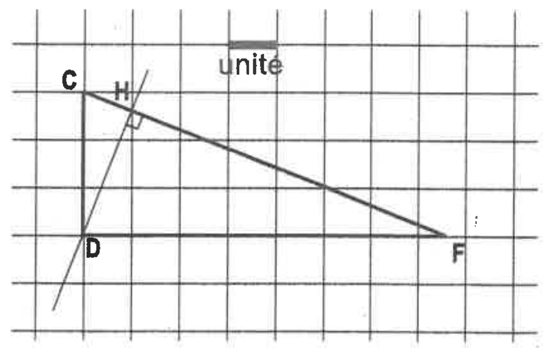
1.2 MESURE D'UN SEGMENT

Activité - Mesurer un segment sur un quadrillage

Donne la mesure de chacun des segments [AB] et [EG].

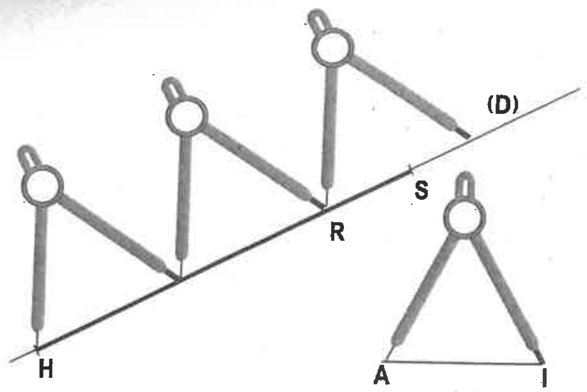


Donne la mesure ou un encadrement de la mesure de chacun des segments [CD] et [DF].



Par report de longueurs avec le compas, donne la mesure ou un encadrement de la mesure de chacun des segments [CF] et [DH].

Utilisation d'un compas pour mesurer un segment



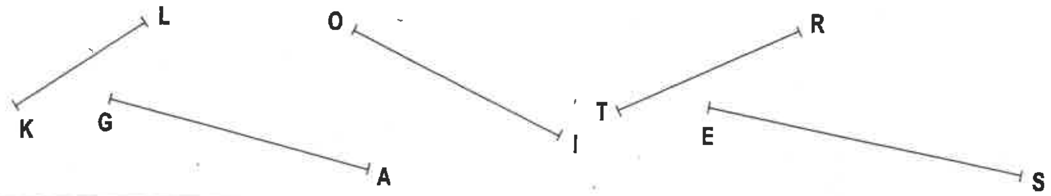
La longueur du segment [AI] est choisie comme unité.

La **mesure du segment** [HR] est 2.
On dit aussi que :
la **distance des points** H et R est 2.
On écrit : **HR = 2**
On lit : "distance HR égale 2"

On a un **encadrement** de la distance HS :
2 < HS < 3

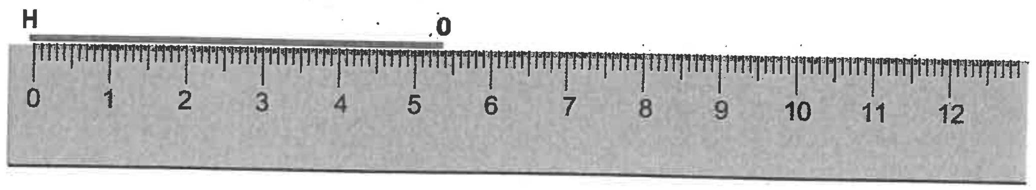
EXERCICE

1.d L'unité choisie est la longueur du segment [KL].
Pour chacun des segments ci-dessous, donne la mesure ou un encadrement de cette mesure par deux nombres entiers naturels consécutifs.



Unités usuelles-Conversions

Mesurons des segments à l'aide de la règle graduée.
La règle graduée permet d'utiliser des **unités usuelles** : le **centimètre** et le **millimètre**.



Avec **le centimètre comme unité**, on écrira : HO = 5,4
Avec **le millimètre comme unité**, on écrira : HO = 54

Les phrases "HO = 5,4" et "HO = 54" ne signifient rien si on ne précise pas l'unité choisie.

NE CONFONDS PAS LES NOTATIONS

(AB)	et	[AB]	et	AB
droite		segment		distance

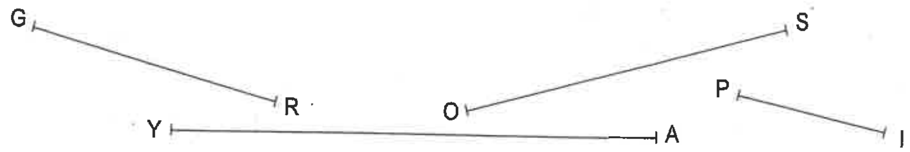
Pour effectuer des conversions, on peut utiliser un tableau comme ci-dessous.

TABLE DE CONVERSION

km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
		1	0				1 dam = 10 m
			0	0	0	1	1 mm = 0.001 m

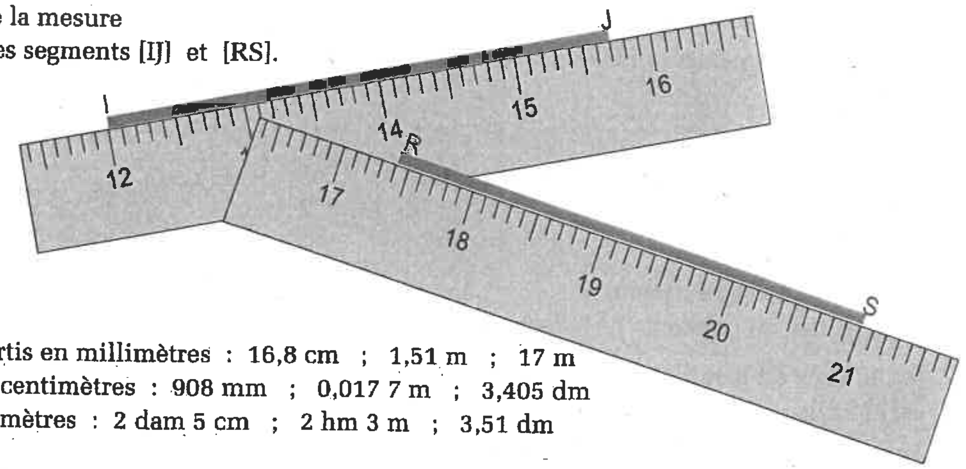
EXERCICES

1.e L'unité est le millimètre.
Donne la mesure de chacun des segments ci-dessous.



1.f Trace un segment [AB] de 8 cm. Place sur ce segment un point M à 3,5 cm de A. Calcule BM.

1.g Donne la mesure de chacun des segments [IJ] et [RS].



1.h Convertis en millimètres : 16,8 cm ; 1,51 m ; 17 m
Convertis en centimètres : 908 mm ; 0,017 7 m ; 3,405 dm
Convertis en mètres : 2 dam 5 cm ; 2 hm 3 m ; 3,51 dm

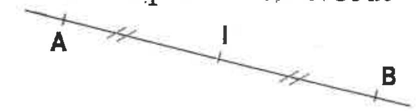
2 Milieu d'un segment

2.1 MILIEU D'UN SEGMENT

DÉFINITION

On appelle milieu d'un segment, le point de ce segment qui est à égale distance de ses extrémités.

Traduction par un dessin codé

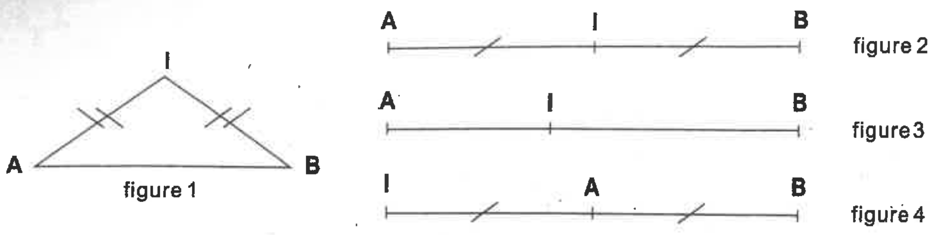


Traduction mathématique

I est le milieu de [AB]	signifie que	I ∈ (AB) et AI = IB

EXERCICES

2.a Parmi les quatre dessins codés ci-dessous, trouve celui qui indique que le point I est le milieu du segment [AB].

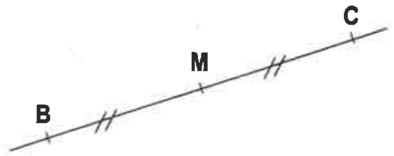


2.b Trace un segment [MN]. Marque le point J milieu de [MN]. Marque ensuite le point P tel que N soit le milieu de [JP].

2.c Trace une droite (D). Marque trois points A,B et I sur cette droite (D) tels que B soit le milieu de [AI].

2.d À main levée, trace un segment [EF], puis marque le mieux possible le milieu O de [EF].

2.e Recopie l'organigramme ci-dessous, puis complète-le d'après le dessin codé.



....	....
M est le milieu de [BC]	

2.f L'unité est le centimètre.
U est le milieu du segment [TA]. Sachant que TA = 7, calcule TU.

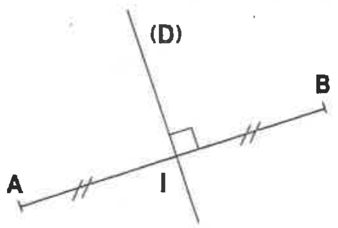
2.g L'unité est le millimètre.
O est le milieu de [CP]. Sachant que CO = 45, calcule CP.

2.2 MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

DÉFINITION

La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui est perpendiculaire au support de ce segment.

Traduction par un dessin codé



Traduction mathématique

(D) est la médiatrice de [AB] signifie que (D) passe par le milieu de [AB] et (D) est perpendiculaire à (AB)

En utilisant la définition

Données

(D) est la médiatrice de [AB]

Conclusion

(D) passe par le milieu de [AB] | (D) ⊥ (AB)

Données

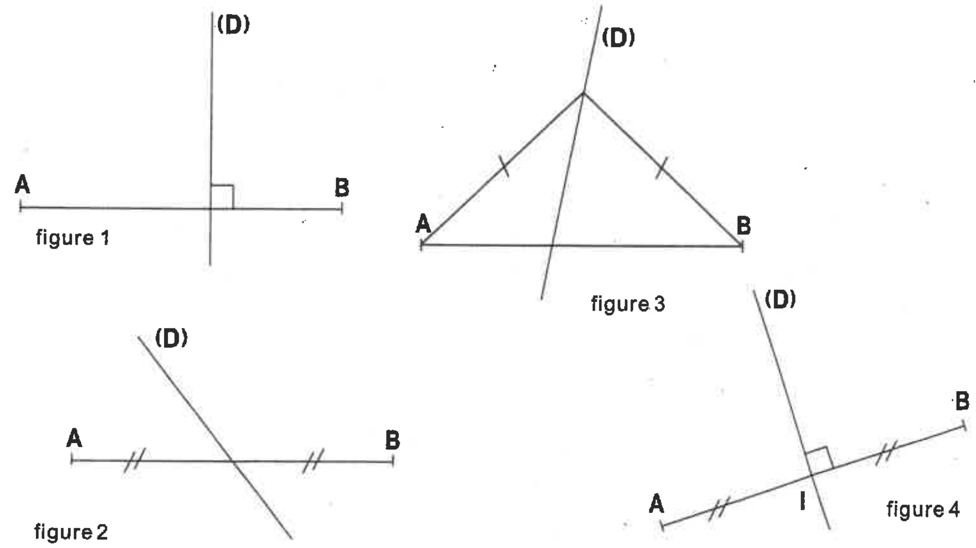
(D) passe par le milieu de [AB] | (D) ⊥ (AB)

Conclusion

(D) est la médiatrice de [AB]

EXERCICES

2.h Parmi les figures codées ci-dessous, quelle est celle qui montre que (D) est la médiatrice du segment [AB] ?

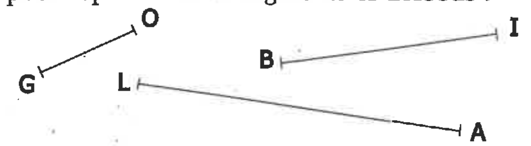


2.i À main levée, trace la médiatrice (D) d'un segment [PM].

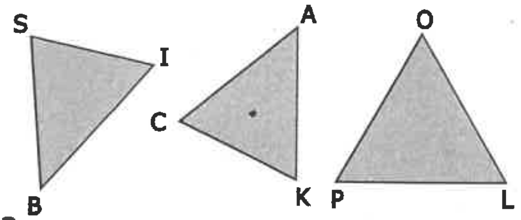
ENTRAINEMENT

1 MESURE D'UN SEGMENT

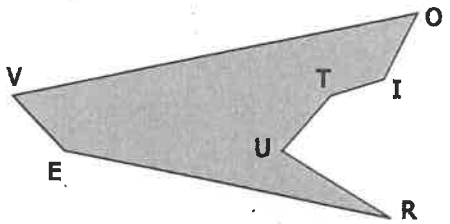
1 Sers-toi de ton compas et de ta règle pour reproduire les segments ci-dessous :



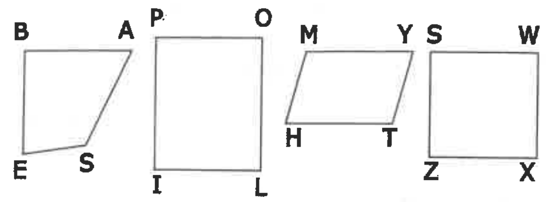
2 Parmi les triangles ci-dessous :
- un triangle a 3 côtés de même longueur ; utilise ton compas pour le trouver ; nomme-le.
- un triangle a seulement 2 côtés de même longueur ; utilise ton compas pour le trouver ; nomme-le.



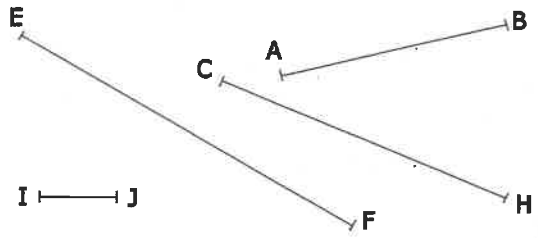
3 Trois côtés de la figure ci-dessous ont même longueur ; sers-toi de ton compas pour les trouver ; nomme-les.
Utilise ton compas pour trouver le côté le plus court ; nomme-le.
Utilise ton compas pour trouver le côté le plus long ; nomme-le.



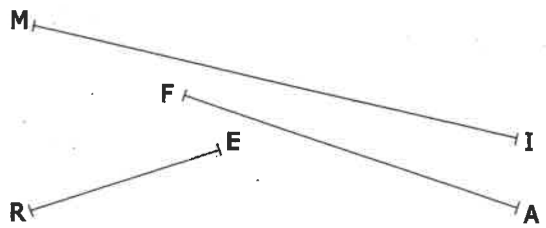
4 Parmi les figures suivantes :
- une figure a 4 côtés de même longueur ; sers-toi de ton compas pour la trouver ; nomme-la ;
- une figure a 3 côtés de même longueur ; sers-toi de ton compas pour la trouver ; nomme-la ;
- trois figures ont les côtés opposés de même longueur ; sers-toi de ton compas pour les trouver ; nomme-les ;



5 La longueur de [IJ] est prise comme unité.
Quelle est la mesure du segment [AB] ?
Quel est le segment dont la mesure est 5 ?

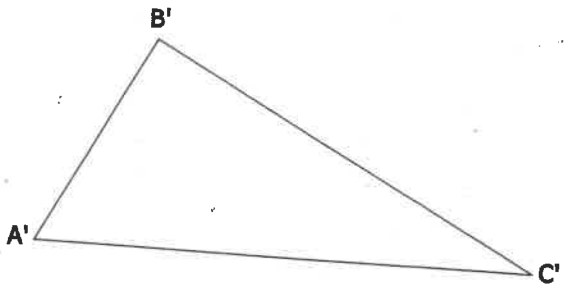


6 L'unité est le millimètre. Donne la mesure de chacun des segments ci-dessous.



L'unité est le centimètre. Donne la mesure de chacun des segments ci-dessus.

7 L'unité est le millimètre. Donne la mesure de chacun des côtés du triangle A'B'C'.



8 En prenant le millimètre pour unité, trace un segment [BC] tel que BC = 92.
En prenant le centimètre pour unité, trace un segment [EF] tel que EF = 7,3.

9 L'unité est le centimètre.
Trace un segment [SO] tel que SO = 7.
Marque un point I appartenant à [SO] tel que SI = 3. Calcule IO.

10 L'unité est le centimètre.
Trace un segment [AB] tel que AB = 9,5.
Marque un point C appartenant à [AB] tel que AC = 4,5. Calcule CB.

11 Convertis en millimètres :
1° 15,3 cm - 7,32 cm - 18 cm.
2° 5 m - 125 m - 24,6 m - 0,97 m.
3° 3 dm - 0,6 dm - 1,32 dm

12 Convertis en centimètres :
1° 1 000 mm - 26,9 mm - 0,7 mm - 236 mm.
2° 54 dm - 0,531 dm - 0,09 dm - 12,15 dm.
3° 1 m - 265 m - 0,000 39 m - 0,304 m.

13 Convertis 2,165 m et 0,23 m en décimètres, en centimètres et en millimètres.
Convertis 2,165 m et 634 m en décamètres, en hectomètres et en kilomètres.

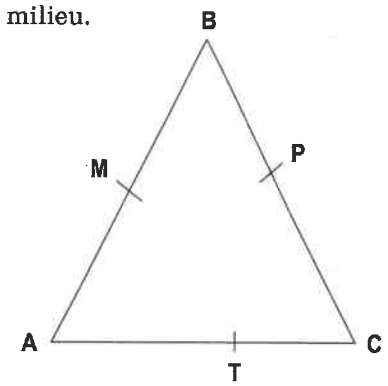
14 Recopie puis complète en indiquant l'unité manquante.
32 mm = 0,32 ....
62,5 cm = 0,006 25 ....
5 300 .... = 53 dam

15 Lorsqu'un menuisier parle d'une planche de 35, quelle unité utilise-t-il ?
Lorsqu'un photographe propose une pellicule en 24 x 36, quelle unité utilise-t-il ?
Lorsque l'ami de ton père lui dit que, dans sa maison, il a une salle de séjour de 5 sur 6, quelle unité utilise-t-il ?
Lorsque ton professeur te demande d'aller acheter des feuilles de papier format 21 x 29,7 ; quelle unité utilise-t-il ?

2 MILIEU D'UN SEGMENT

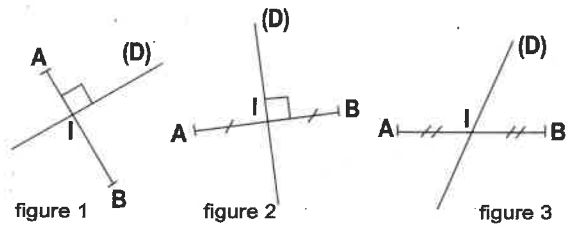
16 Trace une droite (D). Marque un point I appartenant à (D). Marque les points A et B appartenant à (D) et situés à cinq centimètres du point I.
Que représente le point I pour le segment [AB] ?

17 L'un des points M, P et T est le milieu d'un des côtés du triangle ABC.
Sans utiliser d'instrument de mesure, dis quel est ce point et quel est le côté dont il est le milieu.



18 L'unité est le millimètre.
I est le milieu d'un segment [AB]. Calcule la distance AB dans les cas suivants : AI = 85, AI = 120, AI = 15.

19 L'une des figures ci-dessous indique que la droite (D) est la médiatrice du segment [AB].
Quelle est cette figure ? Explique ta réponse.



20 On sait que : M est le milieu de [EF], M $\in$ (D_1) et $(D_1) \perp$ (EF).
Que peux-tu dire de (D_1) ?

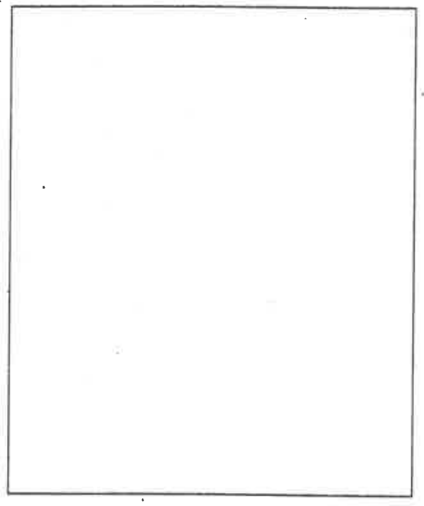
21 Trace un quadrilatère KLOI.
Construis la médiatrice de chaque côté de ce quadrilatère KLOI.

22 A, B et C sont trois points alignés dans cet ordre. Fais une figure.
Construis la médiatrice de [AB], puis la médiatrice de [BC].

Que peux-tu dire de ces médiatrices ? Justifie ta réponse.

23 Reproduis le cadre ci-dessous dans ton cahier. Construis dans ce cadre :
1° un segment [HB] de même longueur que [AC] ;

2° un segment [MI] plus long que [AC] ;
3° un segment [TU] plus court que [AC].
Ces segments ne doivent pas se couper.



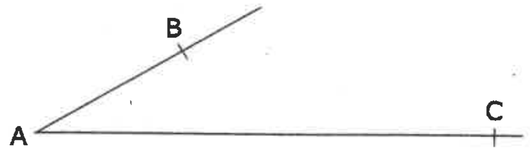
24 Marque deux points A et B.
Utilise ton compas pour construire :
1° un segment [AM] de support (AB) tel que la distance AM soit le double de la distance AB ;
2° un segment [AR] de support (AB) tel que la distance AR soit le quart de la distance AB.

25 L'unité est le centimètre.
• trace un segment [EF]
tel que : EF = 7.
• place un point B
tel que : EB = 3 et FB = 4.
Que peux-tu dire du point B
par rapport au segment [EF] ?

26 Trace une droite (AB). Place le point M sur [AB] tel que BM soit le triple de AB. Place le point I sur [AB] tel que AI soit la moitiè de AM. Que représente B pour [AI] ?

27 • 1 mm = 1 000 µm (micromètre ou micron). Converti 1 µm en millimètres.
• 1 angström = 0,000 1 micromètre. Converti 1 µm en angström.

28 L'unité est le centimètre. Reproduis la figure ci-dessous.



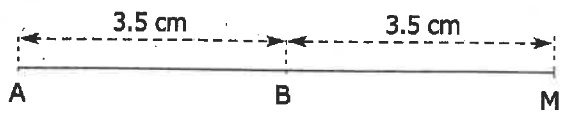
Marque le point M sur [AB] tel que AM = 5,5. Constuis le point I milieu de [BC] et le point E tel que C soit le milieu de [ME].

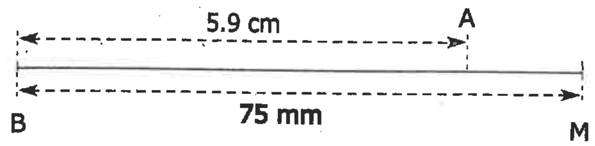
29 Trace un triangle BFR. Construis le point A milieu du côté [BR], le point E milieu du côté [RF] et le point O milieu du côté [BF]. Trace les droites (AE), (OE) et (AO).
Utilise tes instruments de dessin pour trouver les droites parallèles de la figure. Cite-les.

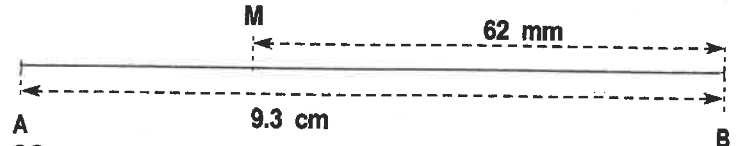
30 Construis la médiatrice (D) d'un segment [AB]. I est le point d'intersection des deux droites (D) et (AB) . Marque le point I.
Marque deux points R et S de (D) tel que la droite (AB) soit la médiatrice de [RS].
Compare les longueurs des côtés du quadrilatère ARBS.

APPROFONDISSEMENT

31 A, M et B sont des points alignés.
Dans chaque cas, trouve la distance AM.







32 On donne le problème suivant à deux élèves : "B, C et I sont des points alignés . Les longueurs des segments [BI] et [IC] sont respectivement 2,5 cm et 7,3 cm.
Quelle est la mesure en centimètres du segment [BC] ?"
Après avoir fait une figure, les deux élèves obtiennent des résultats différents mais corrects pour chacune des figures qu'ils ont faites. Explique.

33 L'unité est le centimètre.
A, I et B sont trois points alignés dans cet ordre et tels que AI = 3 et IB = 5. Fais une figure.
Le point M est le milieu du segment [AB]. Calcule la distance AM, puis, la distance IM de deux façons différentes.

34 L'unité est le millimètre.
Marque trois points A, B et C alignés dans cet ordre, tels que AB = 4,2 et BC = 6,8.
M est le milieu du segment [AB] et P celui du segment [BC]. Calcule MP.

35 Marque trois points A, B et C alignés dans cet ordre sur une droite (D). Construis les médiatrices des segments [AB] et [AC].
Que peux-tu dire de ces médiatrices ? Justifie ta réponse.

36 Marque deux points A et B sur une droite (D).
Utilise le compas pour marquer le point C tel que A soit le milieu de [BC]. Par le point A, trace la droite (D_1) perpendiculaire à (D).
Que représente la droite (D_1) pour le segment [BC] ? Justifie ta réponse.
Marque un point I appartenant à (D_1) et n'appartenant pas à (CB).
Trace la droite (BI). Marque le point F tel que I soit le milieu de [BF]. Trace la droite (CF).
Les droites (CF) et (D) sont perpendiculaires. Vérifie-le.
Que peux-tu dire des droites (AI) et (CF) ? Justifie ta réponse.

37 Construis deux droites perpendiculaires (AB) et (AC). La médiatrice (D_1) du segment [AB] coupe celui-ci en H. Construis (D_1) et marque le point H. La médiatrice (D2) du segment [AC] coupe celui-ci en J.
Construis (D_2) et marque le point J. (D_1) et (D_2) se coupent au point I. Marque le point I.
Que peux-tu dire des droites (D_1) et (AC) ? Justifie ta réponse.
Que peux-tu dire des droites (D_1) et (D_2) ? Justifie ta réponse.
Explique comment vérifier que le point I est le milieu du segment [BC].

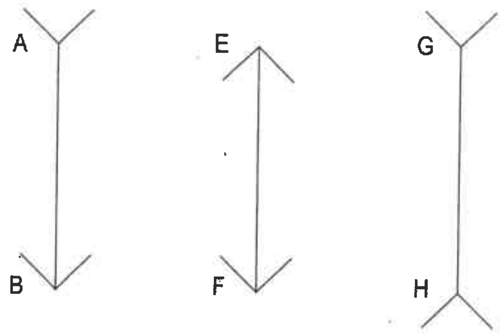
38 Trace un segment [AI]. Place le point E milieu de [AI]. Par le point A, construis la droite (D1) perpendiculaire à (AI). Par le point E, construis la droite (D2) parallèle à (D1).
Que représente la droite (D2) pour le segment [AI] ? Justifie ta réponse.

39 Marque le point E milieu d'un segment [AB]. Marque le point F tel que B soit le milieu de [EF].
Par quel nombre faut-il multiplier BF pour obtenir AF ?
Marque deux points R et S n'appartenant pas à (AB) et tels que le point F soit le milieu du segment [RS].
Construis le point K milieu du segment [RA]. Vérifie que les points S, B et K sont alignés.

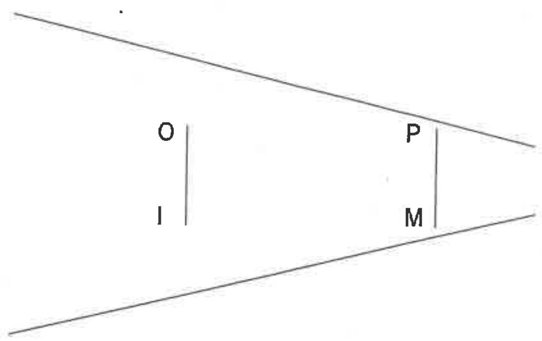
EXERCICES

Vérifie ensuite que SK est le triple de BK.
Les droites (RB) et (AS) se coupent au point J. Marque ce point J.
Vérifie que J est le milieu du segment [AS].

40 ILLUSIONS D'OPTIQUE

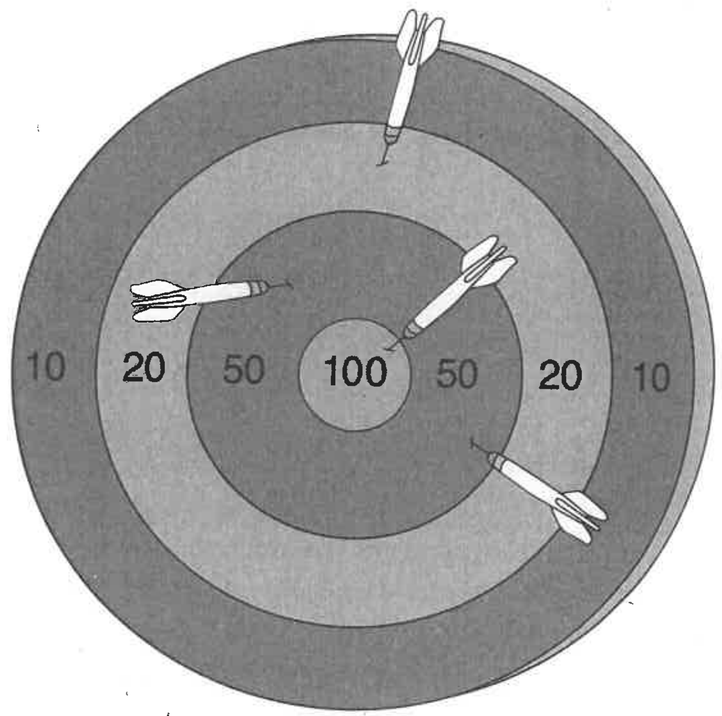


Les segments [AB], [EF] et [GH] semblent ne pas avoir la même longueur.
Et pourtant ....



Les segments [IO] et [PM] semblent ne pas avoir la même longueur.
Et pourtant ....

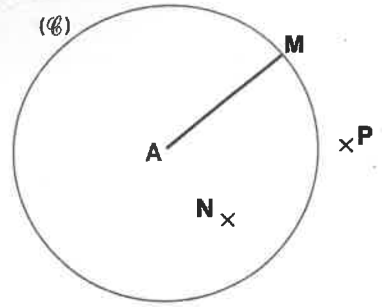
3 Cercles



SOMMAIRE

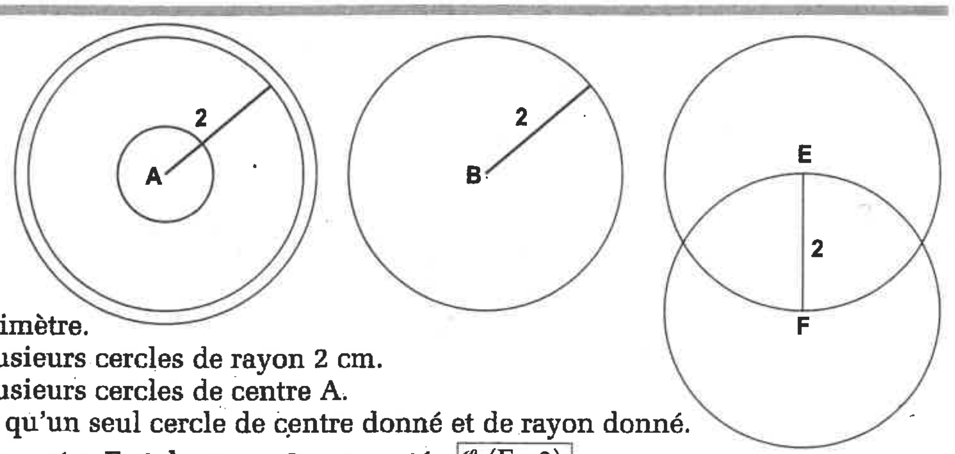
1 Cercle

Présentation



L'unité choisie est le centimètre.
A est un point du plan.
L'ensemble (𝒞) des points du plan situés à 2 centimètres du point A est le **cercle de centre A et de rayon 2**.
Le point M appartient à (𝒞).
Le point N est à l'intérieur de (𝒞).
Le point P est à l'extérieur de (𝒞).

Notation du cercle



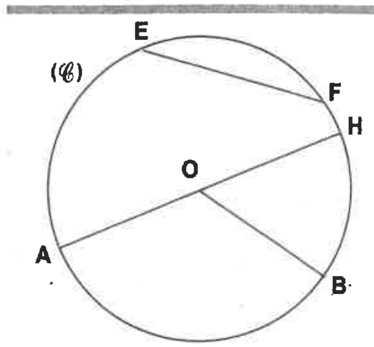
L'unité est le centimètre.
On peut tracer plusieurs cercles de rayon 2 cm.
On peut tracer plusieurs cercles de centre A.
On ne peut tracer qu'un seul cercle de centre donné et de rayon donné.
Ainsi, **le cercle de centre F et de rayon 2**, sera noté : $\boxed{\mathscr{C}\ (F\ ;\ 2)}$
On lit : "cercle de centre F et de rayon 2".

Organigrammes

L'unité est le centimètre.
On donne un point I.
Trace le cercle 𝒞 (I ; 3). Marque un point A sur ce cercle.
Trace le cercle 𝒞 (A ; 3). Par quel point ce cercle passe-t-il ?
Justifie ta réponse.

A ∈ 𝒞 (I ; 3)	AI = 3
↓	↓
IA = ...	I ∈ ....

Vocabulaire



O est le centre du cercle (𝒞).
Les points A, B, H, F et E appartiennent à ce cercle.
Les segments [OA], [OB] et [OH] sont aussi appelés des **rayons** de ce cercle.
Les segments dont les extrémités appartiennent au cercle sont appelés des **cordes**.
Ainsi, [EF] et [AH] sont des cordes.
Le centre O de ce cercle appartient à la corde [AH].
[AH] est un **diamètre** de ce cercle.

Les mots **rayon** et **diamètre** ont **plusieurs significations**.
Ils pourront désigner soit des segments, soit des nombres.

EXERCICES

1.a A, B, E, M et C appartiennent à un cercle de centre O.
Trace trois rayons et deux cordes de ce cercle.

1.b Trace un segment [AB].
Construis un cercle ayant [AB] pour diamètre.
Combien peux-tu tracer de cercles ayant [AB] pour diamètre ?

1.c À main levée :
- trace un cercle de centre O ;
- trace un rayon [OA] de ce cercle ;
- trace une corde [EF] de ce cercle.

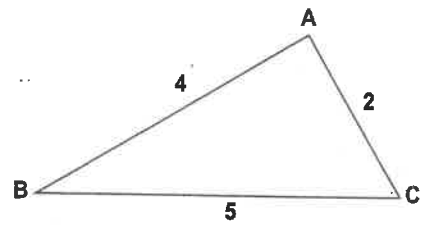
2 Utilisation du compas pour construire des triangles

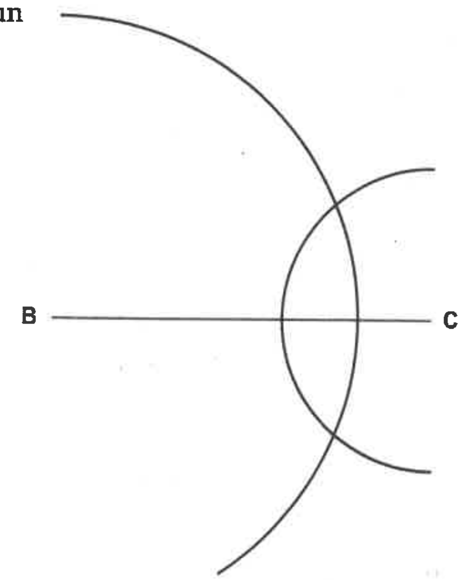
2.1 CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE CONNAISSANT LES MESURES DE SES CÔTÉS

Activité

On donne un segment [BC] de longueur 5 cm. Termine la construction d'un triangle ABC dont les côtés [AB] et [AC] ont respectivement pour longueur 4 cm et 2 cm.

Voici une esquisse de la figure (c'est-à-dire un dessin approximatif à main levée de ce que l'on veut obtenir).





Le point A qu'il te faut construire est commun à deux cercles :
– l'un de centre B,
– l'autre de centre C.
Précise les rayons de ces cercles.
Réalise la construction.

Activité

L'unité est le centimètre.
On veut construire un triangle MPQ tel que MP = 6 ; PQ = 5,5 et MQ = 3.
Fais une esquisse de la figure.
Trouve une méthode de construction.
Réalise la construction.

EXERCICES

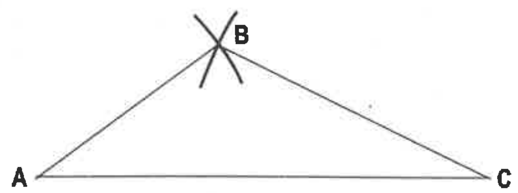
2.a L'unité est le centimètre.
Construis un triangle TCI tel que TI = 5 ; TC = 3,5 et CI = 4.

2.2 TRIANGLES SUPERPOSABLES

Activité

On veut construire des triangles dont les côtés ont pour longueurs 3 cm, 4 cm et 6 cm.

On a construit un premier triangle ABC tel que les côtés [AB], [BC] et [CA] ont respectivement pour longueurs 3 cm, 4 cm et 6 cm en :
- traçant un segment [AC] de longueur 6 cm,
- construisant le troisième sommet B du triangle.



Construis un deuxième triangle RST tels que les côtés [RS], [ST] et [TR] ont respectivement pour longueurs 3 cm, 4 cm et 6 cm en traçant d'abord le côté [ST] de longueur 4 cm.

Les triangles ABC et RST ont leurs côtés **respectivement de même longueur**.
Vérifie avec un calque qu'ils sont superposables.

Nous admettrons la propriété suivante :

Propriété

Deux triangles qui ont leurs trois côtés respectivement de même longueur sont superposables.

2.3 CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE ISOCÈLE

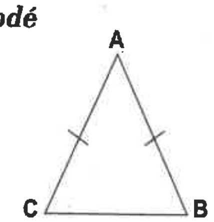
Activité

Construis un triangle ABC dont les côtés [AB] et [AC] ont la même longueur.

DÉFINITION

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

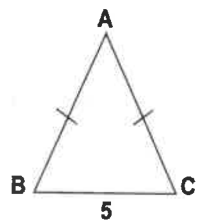
Dessin codé

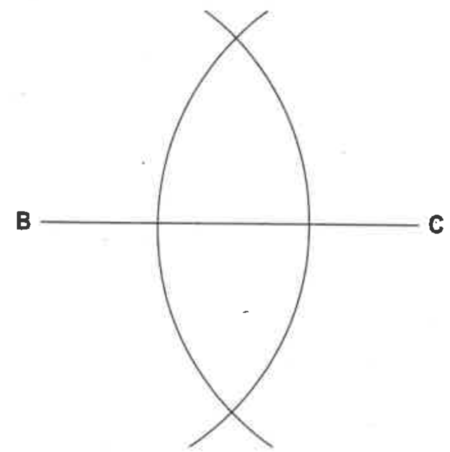


ABC est un **triangle isocèle en A.**
A est le **sommet principal** de ce triangle.
On a : AC = AB
Le côté [BC], opposé au sommet A, est la **base** de ce triangle isocèle.

Activité : Construire un triangle isocèle de base donnée

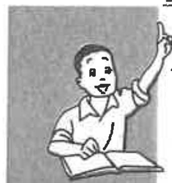
On donne un segment [BC] de longueur 5 cm.
On veut construire le sommet principal A d'un triangle isocèle ABC de base [BC].
Voici une esquisse de la figure.





Le point A est commun à deux cercles :
– l'un de centre B,
– l'autre de centre C.
Compare les rayons de ces cercles.
Réalise la construction.

EXERCICES



2.b SMA est un triangle isocèle en A.
Quels sont les côtés de même longueur ? Quelle est la base ?

2.c Contruis un triangle GTU isocèle en U.

2.d Contruis un triangle EKR isocèle en E et tel que la longueur du côté [KE] soit 5 centimètres.

2.e L'unité est le centimètre.
Construis un triangle isocèle ABC tel que AC = 4,5 ; BC = 5 et BA = 5.

2.4 CONSTRUCTION D' UN TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

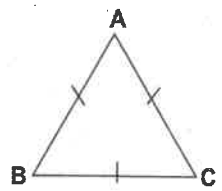
Activité

Construis un triangle dont les trois côtés ont la même longueur.

DÉFINITION

Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Traduction par un dessin codé



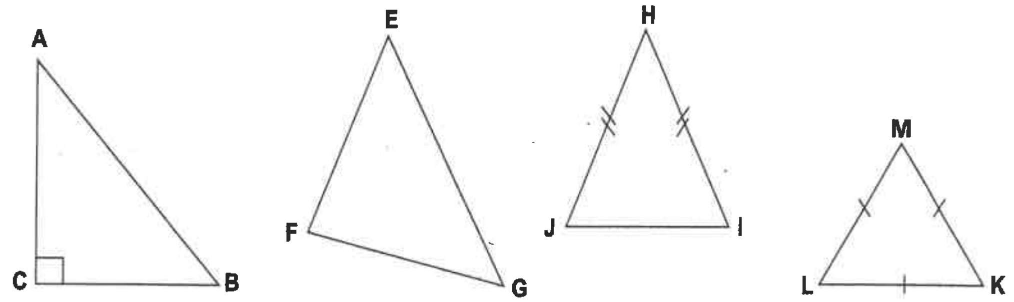
Traduction mathématique

ABC est un triangle équilatéral	signifie que	AB = BC = CA

EXERCICES

2.f Construis un triangle équilatéral de 4 cm de côté.

2.g Un triangle équilatéral est dessiné parmi les triangles ci-dessous. Nomme-le.



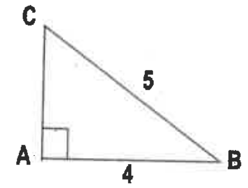
2.5 CONSTRUCTION D' UN TRIANGLE RECTANGLE CONNAISSANT LES MESURES DE L'HYPOTÉNUSE ET D'UN AUTRE CÔTÉ

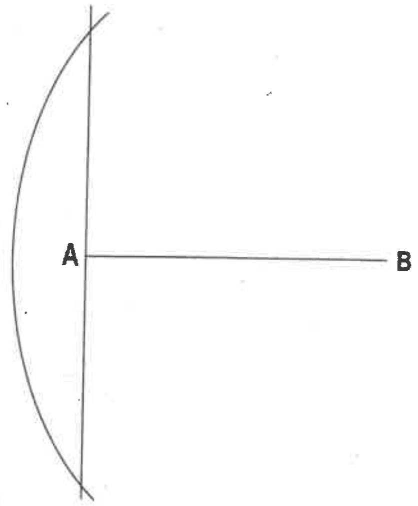
Activité

On donne un segment [AB] de 4 cm.

On veut construire le troisième sommet d'un triangle ABC rectangle en A et dont l'hypoténuse a une longueur de 5 cm.

Voici une esquisse de la figure.





Le point C est commun à une droite et un cercle.
Quelle est cette droite ?
Quel est ce cercle ?
Réalise la construction.

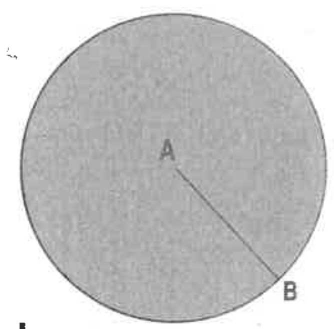
EXERCICES

2.h L'unité est le centimètre.
Construis un triangle EFG rectangle en G tel que : EG = 2,5 et EF = 6,5.

2.i À main levée, construis un triangle EPM rectangle en M.
Marque la convention de dessin sur la figure.

3 Périmètre d'un cercle - Aire d'un disque

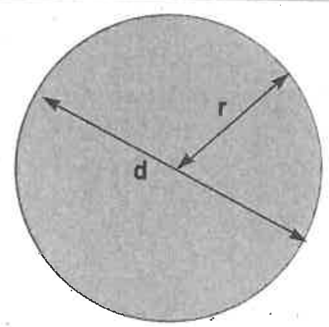
Présentation du disque



L'unité est le centimètre.
Traçons un cercle $\mathscr{C}$ (A ; 2) en rouge.
Colorions ensuite l'intérieur de ce cercle en rouge.

L'ensemble des points rouges obtenus s'appelle le disque de centre A et de rayon 2.

Formule



Périmètre du cercle :

$\boxed{\mathscr{P} = 2 \times \pi \times r}$

Aire du disque :

$\boxed{\mathscr{A} = r \times r \times \pi}$

Valeurs approchées de π

Pour calculer le périmètre d'un cercle, on remplace souvent π par **3,14**.
En fait, **3,14 n'est pas** le nombre π, mais une **valeur approchée de ce nombre**.

Les mathématiciens de l'Antiquité ont fait des recherches sur ce nombre.
On sait depuis longtemps que π n'est pas un nombre décimal. Cependant, à l'aide d'ordinateurs on peut obtenir des nombres décimaux de plus en plus proches de π.
Dans certains calculs, on utilise parfois 3,141 6 comme valeur approchée de π pour obtenir des résultats plus précis.
Voici, pour information, une autre valeur approchée, encore plus précise, de π avec cinquante chiffres après la virgule :

3, 141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 375 10

3,14 n'étant pas la valeur exacte de π, il n'est pas correct d'écrire $\pi = 3{,}14$.

On écrira plutôt : $\pi \cong 3{,}14$ ou $\pi \approx 3{,}14$ ou $\pi \simeq 3{,}1$

Les symboles "$\cong$" ; "$\approx$" ou "$\simeq$" signifient :

"à peu près égal à" ou "environ égal à".

Ainsi, si on remplace π par une de ses valeurs approchées, on ne pourra pas parler du périmètre d'un cercle, mais d'une valeur approchée du périmètre de ce cercle.

EXERCICES

3.a Trouve une formule qui fait intervenir le diamètre d dans le calcul du périmètre $\mathcal{P}$ d'un cercle.

3.b L'unité est le centimètre.
Calcule une valeur approchée du périmètre d'un cercle de rayon 5.
(Prends $\pi \approx 3{,}141\,6$)
Calcule une valeur approchée du périmètre d'un cercle de diamètre 8.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$)

3.c L'unité est le millimètre.
Calcule une valeur approchée du rayon d'un cercle de périmètre 250.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$)

3.d L'unité est le centimètre.
Calcule une valeur approchée de l'aire d'un disque de rayon 2,5. (Prends $\pi \approx 3{,}1$)
Calcule une valeur approchée de l'aire d'un disque de rayon 4. (Prends $\pi \approx 3{,}14$)

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 CERCLE

1 L'unité est le centimètre.
Marque un point O. Trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon 2,5.
Trace un diamètre [AB] de ce cercle. Trace le cercle de centre A et dont un des rayons est le segment [AB].
Marque un point E sur le cercle $\mathscr{C}$. Trace le cercle de centre E et passant par le point B.

2 L'unité est le centimètre.
Trace un cercle de rayon 2. Marque un point A sur ce cercle.
Construis une corde de 3 cm de longueur et d'extrémité A.
Combien de cordes vas-tu trouver ?

3 L'unité est le centimètre.
Place un point O sur ta feuille. Nous voulons tracer des cercles de rayon 2 passant par O.
Trace un cercle $\mathscr{C}_1$ de centre A, de rayon 2 et passant par O.
Trace un cercle $\mathscr{C}_2$ de centre B, de rayon 2 et passant par O.
Trace deux autres cercles $\mathscr{C}_3$ et $\mathscr{C}_4$ de centres E et F, de rayon 2 et passant par O.
Combien peux-tu tracer de cercles de rayon 2 et passant par O ?
Trouve un cercle passant par les points A, B, E et F.

4 L'unité est le centimètre.
Marque un point A sur ta feuille et trace le cercle $\mathscr{C}$(A ; 4). Marque un point B tel que B $\in \mathscr{C}$(A ; 4).
Trace le cercle $\mathscr{C}$(B ; 4). Trace un cercle de rayon 4 passant par A et B en justifiant ta réponse.

5 Construis un segment [AB] de longueur 6 cm. Trace le cercle $\mathscr{C}$ de centre A et de rayon 3 cm et le cercle de centre B et de rayon 4 cm. Les deux cercles se coupent en M et P. Marque les points M et P.
Combien y a-t-il de points situés à 3 cm de A et 4 cm de B ?

6 À main levée, trace un cercle de centre A.

7 À main levée :
- trace un cercle de centre B ;
- trace ensuite un cercle de centre C qui coupe le cercle de centre B en deux points A et E.

2 UTILISATION DU COMPAS POUR LA CONSTRUCTION DE TRIANGLES

8 L'unité est le centimètre.
Construis un triangle RST tel que RS = 6, RT = 3 et ST = 4.

9 L'unité est le centimètre.
Construis un triangle SRE rectangle en E tel que SE = 3 et SR = 5.

10 L'unité est le centimètre.
Construis un triangle AUL tel que AU = 4, UL = 3 et AL = 4.

11 L'unité est le centimètre.
Construis un triangle POS isocèle en O tel que PO = 4 et PS = 6.

12 L'unité est le centimètre.
Construis un triangle équilatéral SLO dont la longueur d'un côté est de 5 centimètres.

3 PÉRIMETRE D'UN CERCLE - AIRE D'UN DISQUE

13 L'unité est le millimètre.
Le périmètre d'un cercle est 170 mm .
Calcule une valeur approchée du rayon de ce cercle.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$).

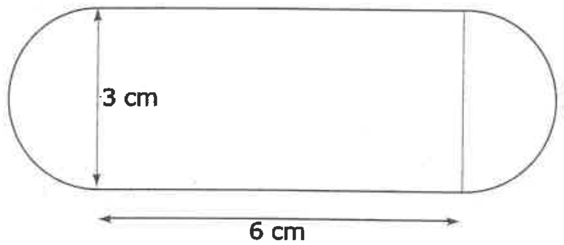
14 L'unité est le centimètre.
On veut construire un cercle dont le périmètre est 17 cm. Explique ta méthode de construction.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$).

EXERCICES

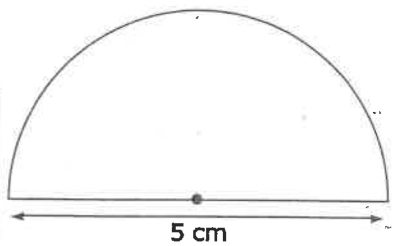
15 L'unité est le centimètre.
Calcule une valeur approchée du périmètre d'un cercle de rayon 2,5. Puis, calcule une valeur approchée de l'aire du disque correspondant.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$).
Calcule une autre valeur approchée du périmètre du même cercle. Puis, calcule une autre valeur approchée de l'aire du disque correspondant.
(Prends $\pi \approx 3{,}141\,6$).

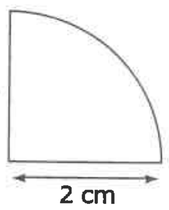
16 L'unité est le centimètre.
(Prends $\pi \approx 3{,}1$).
Calcule une valeur approchée du rayon d'un disque dont une valeur approchée de l'aire est :
a) 12,4 cm²
b) 27,9 cm²

17 Calcule une valeur approchée du périmètre de la figure ci-dessous.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$).



18 Calcule une valeur approchée du périmètre de chacune des figures ci-dessous.
Fais attention, les figures proposées sont formées de quarts de cercle et de demi-cercles.
(Prends $\pi \approx 3{,}14$).

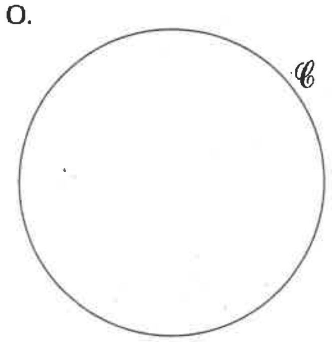




APPROFONDISSEMENT

19 Trace un segment [AB] de longueur 5 cm.
Construis un cercle de rayon 3 cm passant par les points A et B.
Explique ta méthode.

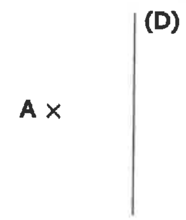
20 L'unité choisie est le centimètre.
Voici un cercle $\mathscr{C}$ de rayon 2 dont le centre O a été effacé.
Trouve une méthode pour construire le centre O.



21 Trace un cercle $\mathscr{C}$.
Marque quatre points A, B, E et F sur ce cercle.
Combien y a-t-il de cordes reliant deux à deux les quatre points marqués ?

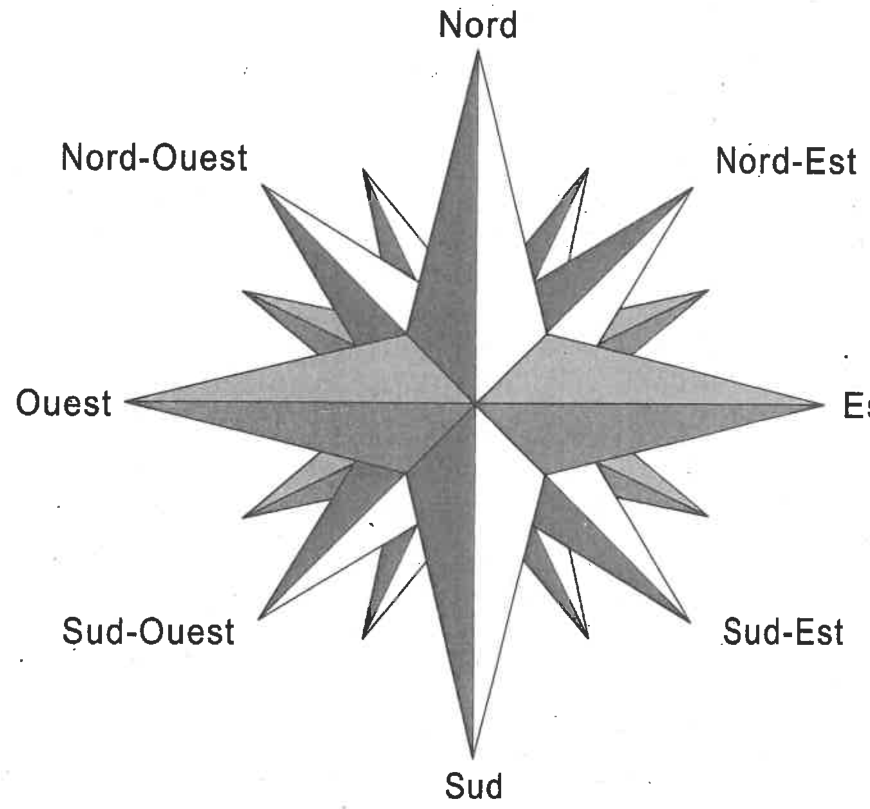
22 Construis un triangle ABC rectangle en A tel que la longueur de son hypoténuse soit le double de la longueur du côté [AB].

23 Reproduis la figure ci-dessous.



Termine la construction d'un triangle ABC tel que :
- (D) est la hauteur passant par le sommet B ;
- [AB] a une longueur de 2 cm ;
- [BC] a une longueur de 6 cm.

4 Angles



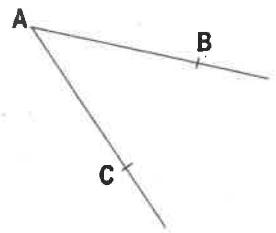
Une rose des vents

SOMMAIRE

1 Angles - Mesure d'un angle

1.1 ANGLES

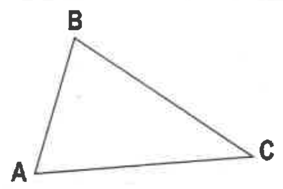
Présentation



Les demi-droites [AB] et [AC] ont la même origine A.
Elles forment un angle que l'on note $\widehat{BAC}$
ou encore $\widehat{CAB}$.
Le **point** A est le **sommet** de cet angle.
Les **demi-droites** [AB] et [AC] sont ses **côtés**.

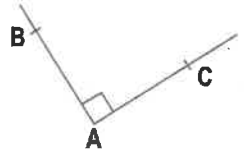
ATTENTION
Dans l'écriture d'un angle $\widehat{BAC}$, la lettre qui désigne le sommet se trouve entre les deux autres lettres .
Le sommet de l'angle $\widehat{BAC}$ est A .

Angles d'une figure

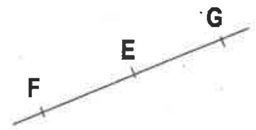


Ce triangle ABC a **trois angles**.
$\widehat{BAC}$ noté aussi $\widehat{A}$;
$\widehat{ACB}$ noté aussi $\widehat{C}$;
$\widehat{CBA}$ noté aussi $\widehat{B}$.

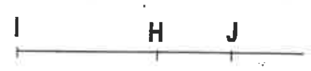
Angles particuliers



Les demi-droites [AB] et [AC] ont des supports perpendiculaires.
L'**angle** $\widehat{BAC}$ est **droit**.



Les demi-droites [EF] et [EG] sont opposées.
L'**angle** $\widehat{FEG}$ est **plat**.



[IH) et [IJ) sont deux noms de la même demi-droite.

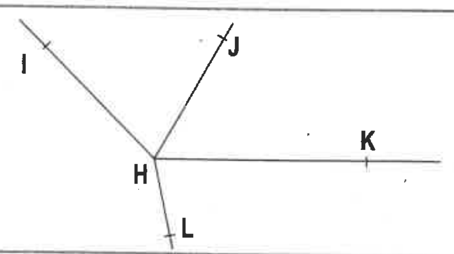
L'**angle** $\widehat{HIJ}$ est **nul**.

EXERCICES

1.a Trace un angle de sommet A.

1.b Trace un angle $\widehat{FGH}$ à main levée.

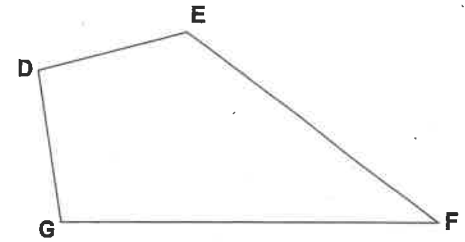
1.c Écris les noms des six angles de la figure ci-contre.



EXERCICES

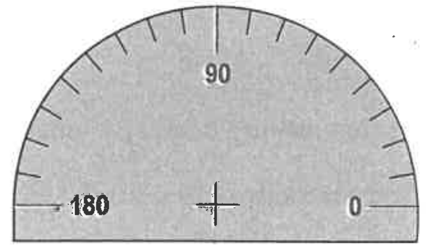
1.d Quels sont les angles du quadrilatère DEFG ?

1.e À main levée, trace :
- un angle droit appelé $\widehat{CAD}$;
- un angle plat appelé $\widehat{MPS}$;
- un angle nul appelé $\widehat{LQT}$.



1.2 MESURE D'UN ANGLE

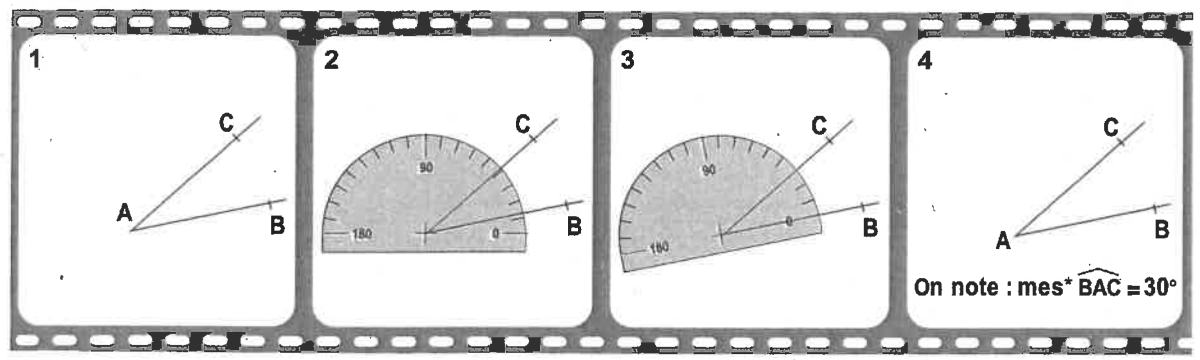
Le rapporteur



Habituellement, les angles sont mesurés en degrés.
L'instrument de mesure est le **rapporteur**.
Un rapporteur gradué en degrés s'obtient en partageant un demi-cercle en 180 parties égales.
Le centre du demi-cercle est aussi appelé **centre du rapporteur**.
Il est marqué d'une croix sur le dessin ci-contre.

FILM

Comment mesurer un angle donné à l'aide d'un rapporteur ?



* mes = abréviation de « mesure d'angle ».

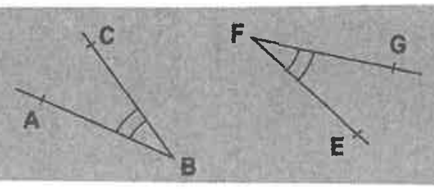
Veille à ce que :
- le centre du rapporteur soit placé au sommet de l'angle.
- le zéro du rapporteur soit situé sur l'un des côtés de l'angle.

REMARQUE

La mesure d'un angle est comprise entre 0° et 180°.

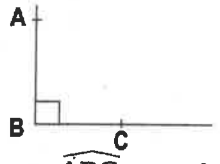
Convention de dessin

On marquera des angles d'un même signe pour indiquer qu'ils ont la même mesure.



Angles particuliers

Angle droit



mes $\widehat{ABC}$ = 90°

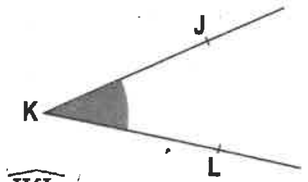
Angle plat

mes $\widehat{EFG}$ = 180°

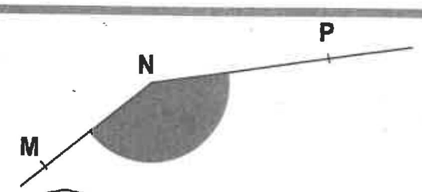
Angle nul

mes $\widehat{IHJ}$ = 0°

Angle aigu - Angle obtus

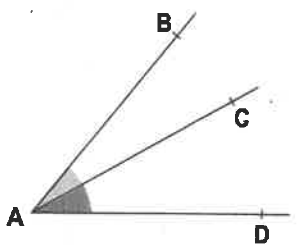


L'angle $\widehat{JKL}$ a une **mesure comprise entre 0° et 90°**.
L'angle $\widehat{JKL}$ est un **angle aigu**.



L'angle $\widehat{MNP}$ a une **mesure comprise entre 90° et 180°**.
L'angle $\widehat{MNP}$ est un **angle obtus**.

Angles adjacents



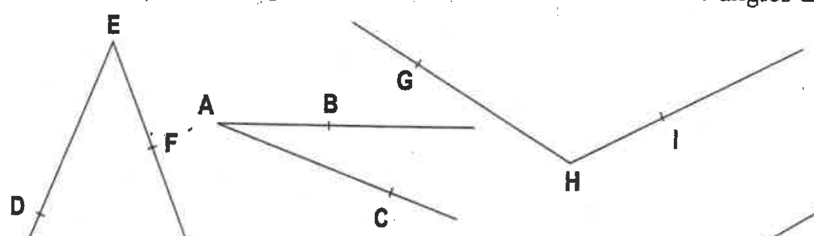
Les **angles** $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ ont :
- le **même sommet** ;
- un **côté commun** ;
- **ils sont situés de part et d'autre du côté commun.**

Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont **adjacents.**

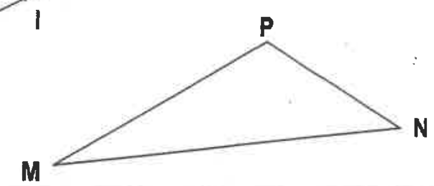
Sachant que mes $\widehat{BAC}$ = 20° et mes $\widehat{CAD}$ = 30°, calcule mes $\widehat{BAD}$.

EXERCICES

1.f Utilise ton rapporteur pour donner la mesure de chacun des angles dessinés ci-dessous.

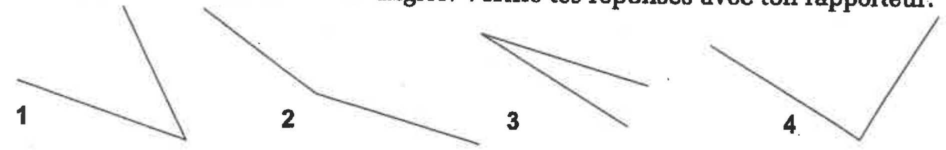


1.g Mesure les angles $\widehat{M}$, $\widehat{N}$ et $\widehat{P}$ du triangle MNP.

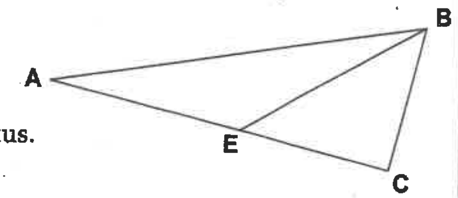


EXERCICES

1.h Les angles ci-dessous ont pour mesures 160°, 15°, 45° et 90°. Sans utiliser le rapporteur, donne la mesure de chacun de ces angles. Vérifie tes réponses avec ton rapporteur.

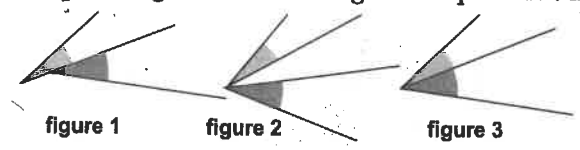


1.i Parmi les angles de la figure ci-contre, un seul est droit. Nomme cet angle.
Précise, pour les autres angles, s'ils sont aigus ou obtus.

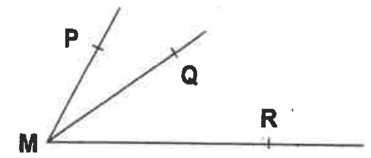


1.j À main levée, dessine un angle aigu, un angle obtus.

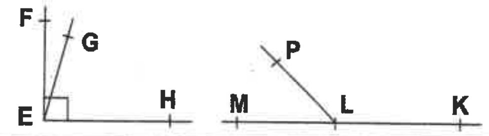
1.k Sur quelle figure, les deux angles marqués sont-ils adjacents ?



1.l mes $\widehat{PMQ}$ = 27° et mes $\widehat{QMR}$ = 35°.
Calcule mes $\widehat{PMR}$.



1.m Sachant que mes $\widehat{HEG}$ = 75° et mes $\widehat{PLK}$ = 135°, calcule mes $\widehat{FEG}$; puis, calcule mes $\widehat{MLP}$.

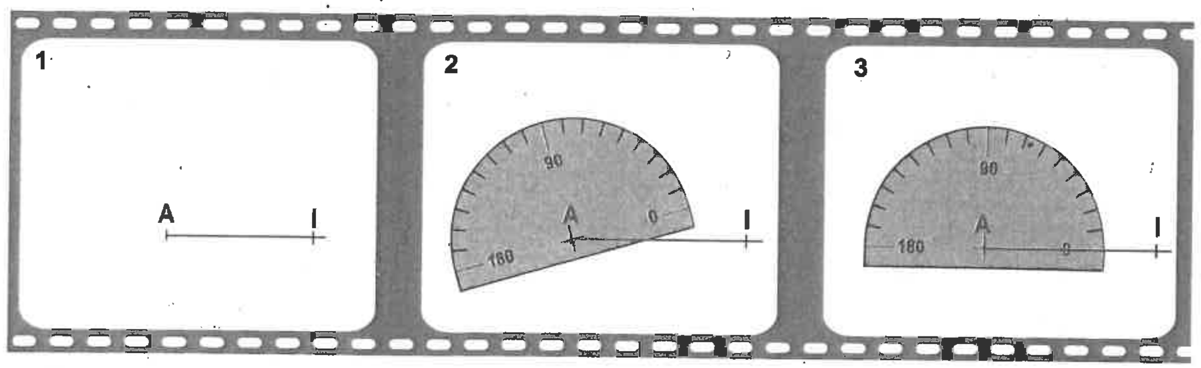


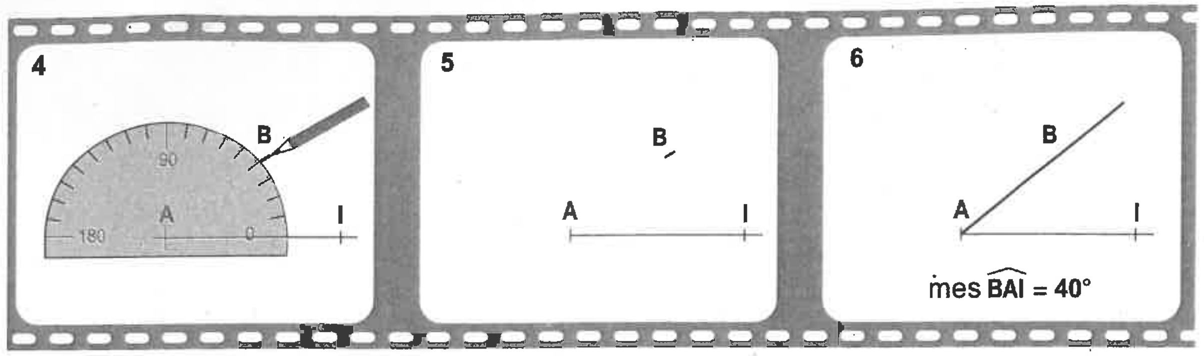
2 Constructions d'angles

2.1 CONSTRUCTION D'UN ANGLE DE MESURE DONNÉE

FILM DE CONSTRUCTION

Construction d'un angle $\widehat{BAI}$ de 40° à l'aide du rapporteur.

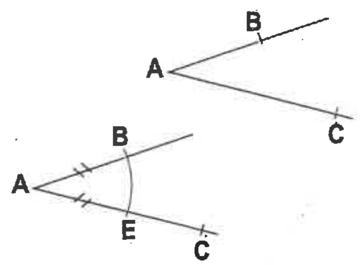




EXERCICE

2.a Construis un angle $\widehat{MKN}$ de 73° avec ton rapporteur.

2.2 REPRODUCTION D'UN ANGLE DONNÉ

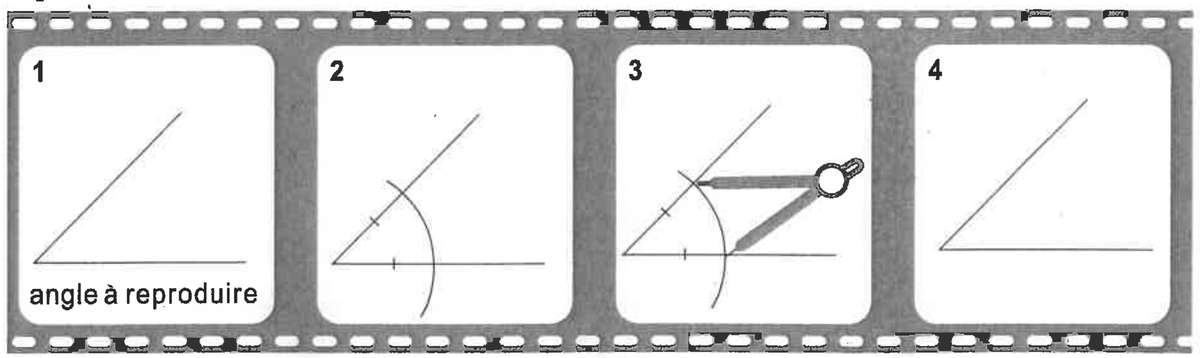


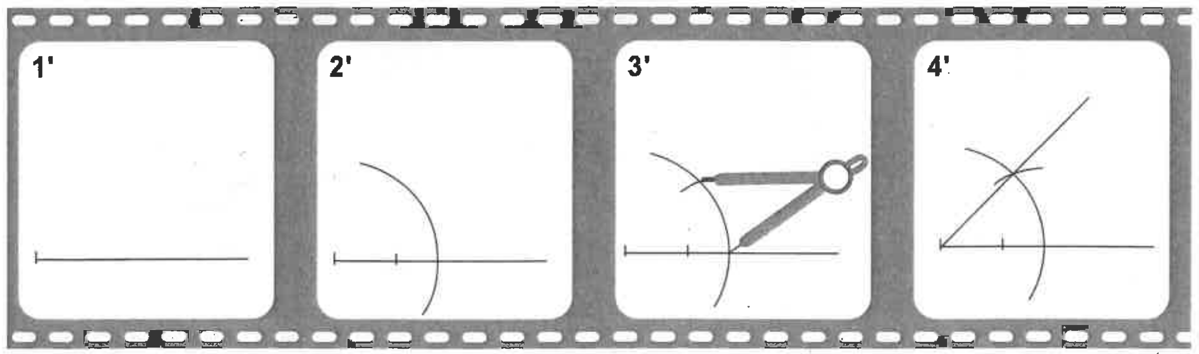
Pour reproduire l'angle $\widehat{BAC}$, on peut construire un triangle superposable au triangle BAC.

Pour reproduire l'angle $\widehat{BAC}$, il est plus simple de construire un triangle superposable au triangle ABE isocèle en A.

FILM DE CONSTRUCTION

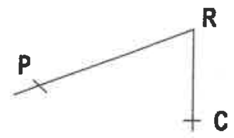
Reproduction d'un angle donné à l'aide de la règle et du compas.





EXERCICE

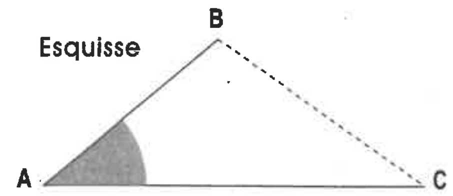
2.b Construis un angle $\widehat{GHK}$ ayant la même mesure que l'angle $\widehat{PRC}$ ci-contre.



2.3 CONSTRUCTIONS DE TRIANGLES

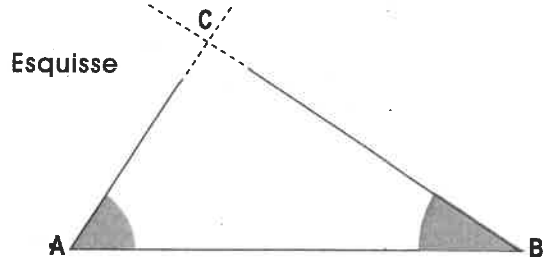
Activités

On veut construire un triangle ABC tel que mes $\widehat{A}$ = 40° et les longueurs des côtés [AB] et [AC] égalent respectivement 3 cm et 5 cm.



Explique ta méthode.
Réalise la construction.

On veut construire un triangle ABC tel que mes $\widehat{A}$ = 57° , mes $\widehat{B}$ = 33° et la longueur du côté [AB] égale 6 cm.



Explique ta méthode.
Réalise la construction.

EXERCICES

2.c Construis un triangle ARS tel que le côté [AR] est de 6 cm, mes $\widehat{A}$ = 95° et mes $\widehat{R}$ = 30°.

2.d Construis un triangle GHK tel que les longueurs des côtés [GH] et [GK] soient respectivement 3,5 cm et 6,7 cm et mes $\widehat{G}$ = 62°.

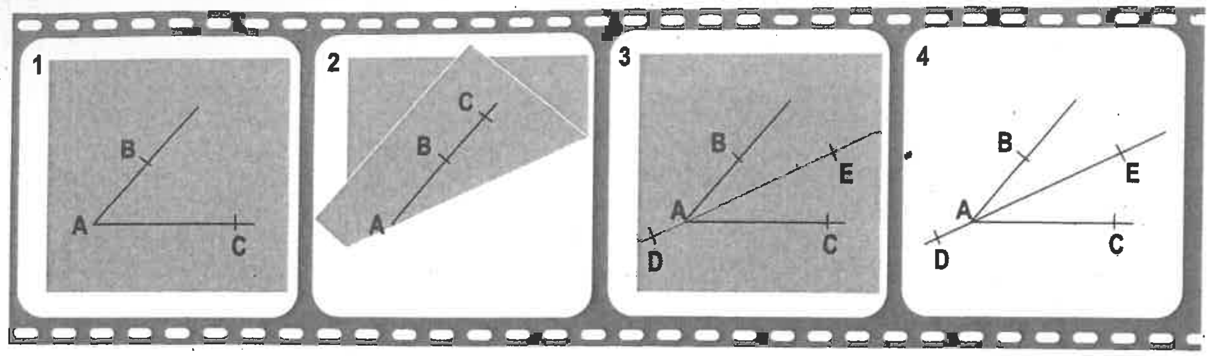
2.e Construis un triangle LMP rectangle en M et tel que les longueurs des côtés [LM] et [MP] soient respectivement de 4 cm et 5 cm.

3 Bissectrice d'un angle

Activité

Sur une feuille de papier, on donne un angle $\widehat{BAC}$.
Construis par pliage, comme l'indique le film page suivante, la droite (DE) qui partage l'angle $\widehat{BAC}$ en deux angles de même mesure.

FILM DE CONSTRUCTION

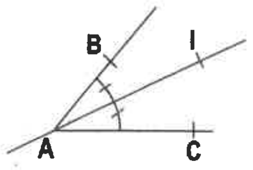


Les angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{CAE}$ sont superposables.
Peux-tu dire la même chose des angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{CAD}$?
La droite (AE) est la **bissectrice** de l'angle $\widehat{BAC}$.

DÉFINITION

La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de cet angle et qui le partage en deux angles de même mesure.

Traduction par dessin codé

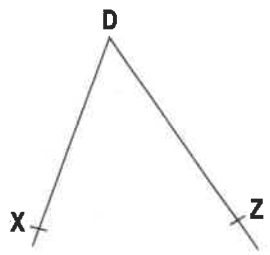


Traduction mathématique

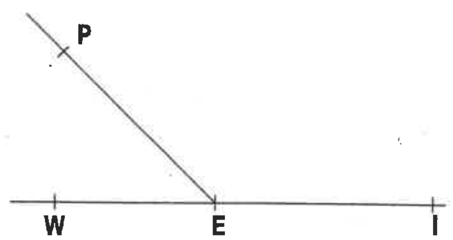
(AI) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$	signifie que	• $\widehat{BAI}$ et $\widehat{IAC}$ sont adjacents • mes $\widehat{BAI}$ = mes $\widehat{IAC}$

EXERCICES

3.a Redessine la figure ci-contre.
Avec un rapporteur et une règle, dessine la bissectrice (DY) de l'angle $\widehat{XDZ}$.
Explique ta méthode.



3.b Redessine la figure ci-contre.
Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{IEP}$,
puis la bissectrice de l'angle $\widehat{WEP}$.
Ces bissectrices sont-elles perpendiculaires ?
Vérifie-le.



3.c À main levée, trace un angle, puis trace la bissectrice de cet angle.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 ANGLES MESURE D'UN ANGLE

1 Trace un angle avec ta règle. Appelle-le $\widehat{ABC}$. Place les points A, B et C.

2 Trace un angle $\widehat{EFG}$ avec ta règle.

3 Trace un angle aigu $\widehat{RST}$ à main levée.

4 Trace un angle obtus $\widehat{RST}$ à main levée.

5 Trace un angle nul $\widehat{BCD}$ à main levée.

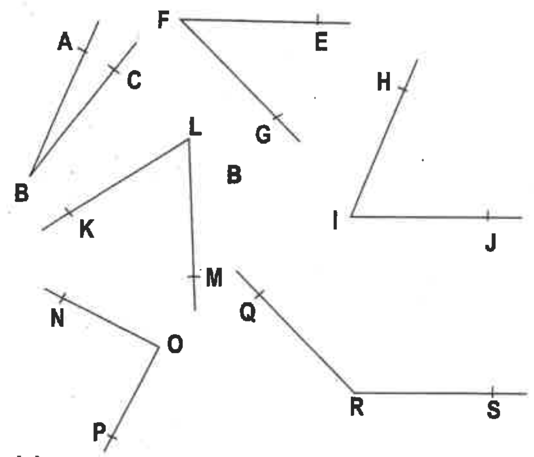
6 Trace un angle droit $\widehat{MOP}$ à main levée.

7 Trace un angle plat $\widehat{GHI}$ à main levée.

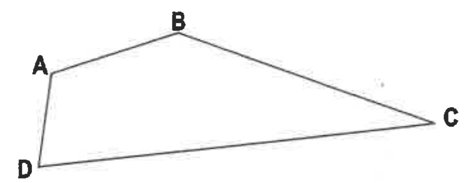
8 Trace deux angles adjacents à main levée.

9 Trace deux angles $\widehat{IJK}$ et $\widehat{KJL}$ qui ne sont pas adjacents.

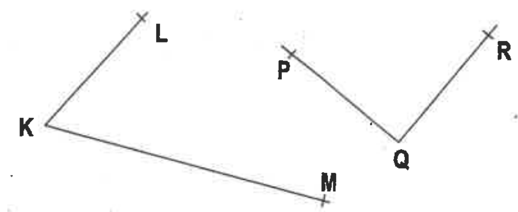
10 Combien mesure chacun des angles dessinés ci-dessous.



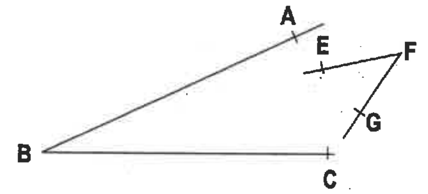
11 Nomme chacun des quatre angles du quadrilatère ABCD et mesure-les.



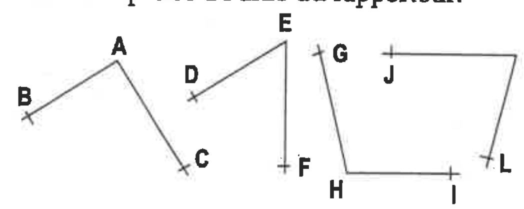
12 Compare les mesures des angles $\widehat{LKM}$ et $\widehat{PQR}$.



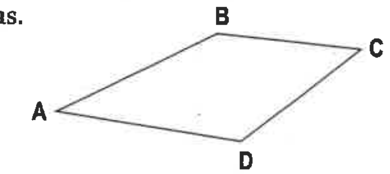
13 Quel est l'angle qui a la plus grande mesure ? Vérifie ta réponse avec le rapporteur.



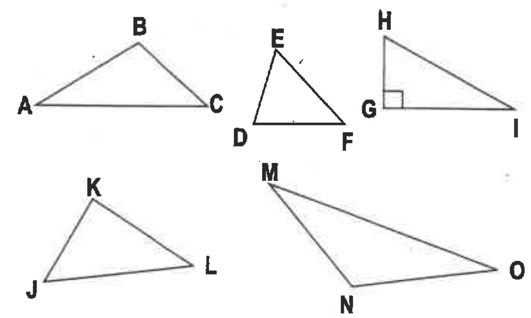
14 Sans utiliser d'instrument de mesures, range les mesures des angles ci-dessous dans l'ordre croissant.
Vérifie ta réponse à l'aide du rapporteur.



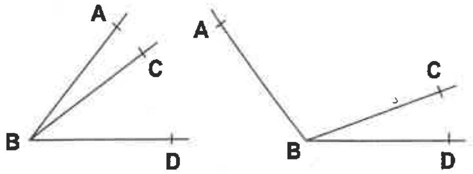
15 On donne un quadrilatère ABCD. Nomme ses angles aigus. nomme ses angles obtus.



16 Cite les triangles ayant un angle obtus.



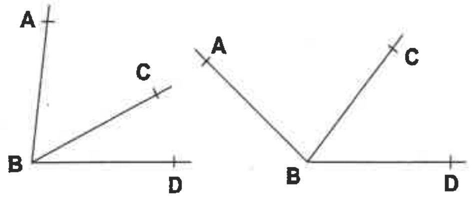
17 Sur chacune des figures ci-dessous, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ sont adjacents.
Calcule mes $\widehat{ABD}$ dans chacun des cas.



mes $\widehat{ABC}$ = 15°
mes $\widehat{CBD}$ = 37°

mes $\widehat{ABC}$ = 107°
mes $\widehat{CBD}$ = 19°

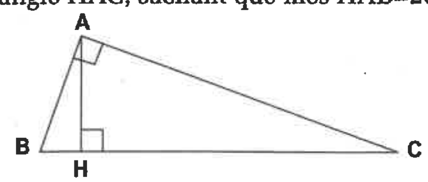
18 Sur chacune des figures ci-dessous, les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{CBD}$ sont adjacents.
Calcule mes $\widehat{CBD}$ dans chacun des cas.



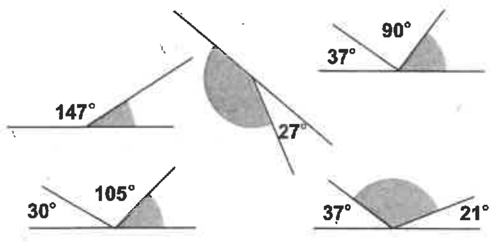
mes $\widehat{ABD}$ = 83°
mes $\widehat{ABC}$ = 54°

mes $\widehat{ABD}$ = 135°
mes $\widehat{ABC}$ = 82°

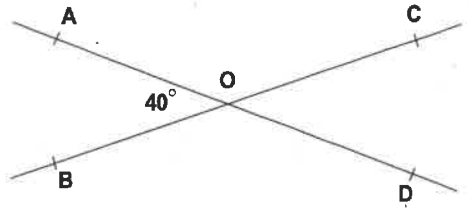
19 Calcule mentalement la mesure de l'angle $\widehat{HAC}$, sachant que mes $\widehat{HAB}$=20°



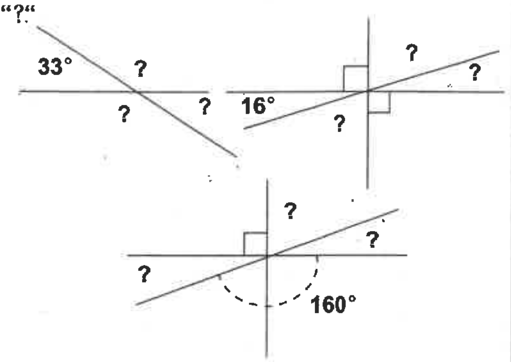
20 Sur chacune des figures ci-dessous les mesures de certains angles sont indiquées. Calcule mentalement les mesures des angles marqués.



21 Calcule mes $\widehat{AOC}$; mes $\widehat{COD}$; mes $\widehat{BOD}$.



22 Calcule la mesure des angles codés par un "?".



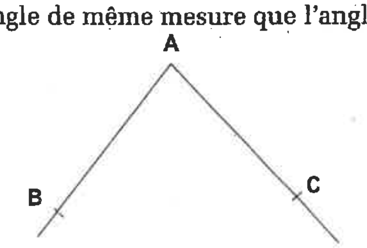
2 CONSTRUCTIONS D'ANGLES

23 Trace une demi-droite [SU).
Construis une demi-droite [SV)
telle que mes $\widehat{USV}$ = 40°.
Combien y a-t-il de possibilités ?

24 Trace une demi-droite [WX).
Construis une demi-droite [WY) tel que mes $\widehat{XWY}$ = 160°.
Combien y a-t-il de possibilités ?

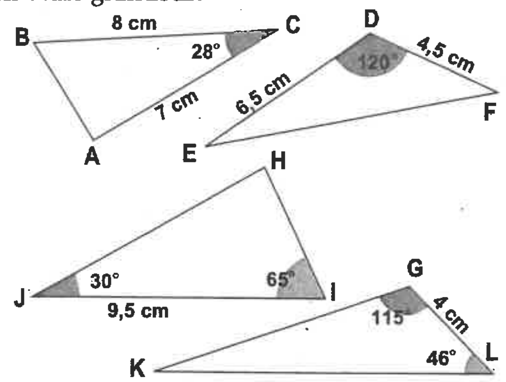
25 Trace un angle $\widehat{ABC}$ de 50°. Trace la demi-droite [BI) opposée à la demi-droite [BA). Calcule mes $\widehat{CBI}$.

26 En utilisant ton rapporteur, construis un angle de même mesure que l'angle $\widehat{BAC}$.

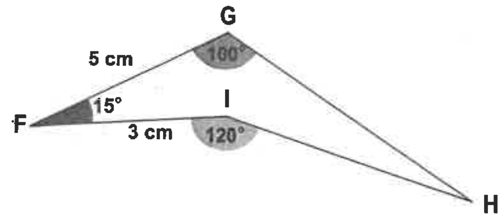


27 En utilisant ton compas, construis un angle de même mesure que l'angle $\widehat{BAC}$ de l'exercice 26.

28 Voici des esquisses de triangles.
Construis chacun des triangles ci-dessous en vraie grandeur.



29 Voici l'esquisse d'une figure.
Construis cette figure en vraie grandeur.



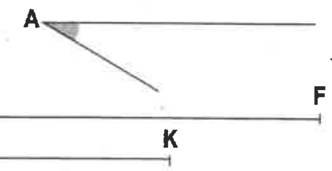
30 On veut construire un quadrilatère ABCD tel que :
- les longueurs des côtés [AB] et [AD] soient respectivement 3 cm et 4 cm ;
- mes $\widehat{A}$ = 120° ; mes $\widehat{B}$ = 110° ; mes $\widehat{D}$ = 90°.
Fais une esquisse du quadrilatère demandé.
Construis ce quadrilatère en vraie grandeur.

31 Construis un triangle MNP rectangle en P tel que le côté [PM] a 9 cm de long et mes $\widehat{M}$ = 26°

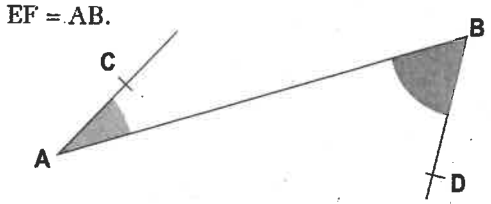
32 Construis un triangle ABC isocèle en A tel que le côté [AB] a 5 cm de long et mes $\widehat{A}$ = 55°.

33 Construis un triangle GHI isocèle en H tel que le côté [GH] a 4 cm de long et mes $\widehat{G}$ = 70°.

34 Avec le compas, construis un triangle RST tel que :
- mes $\widehat{R}$ = mes $\widehat{A}$;
- RS = EF ;
- RT = HK.



35 Avec la règle et le compas, construis un triangle EFG tel que :
- mes $\widehat{E}$ = mes $\widehat{BAC}$;
- mes $\widehat{F}$ = mes $\widehat{ABD}$;
- EF = AB.



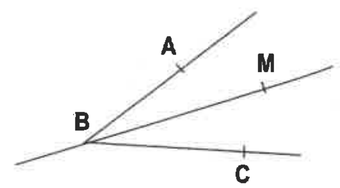
3 BISSECTRICE D'UN ANGLE

36 Trace un angle $\widehat{BAC}$ de 40°. Trace la bissectrice (AM) de cet angle $\widehat{BAC}$.

37 À main levée, trace un angle $\widehat{FGH}$, puis trace la bissectrice (GP) de cet angle.

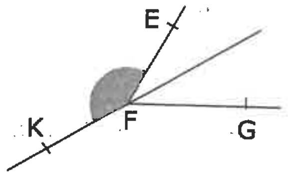
38 Trace un angle $\widehat{EFG}$ de 100°. Construis la bissectrice (FT) de cet angle $\widehat{EFG}$.

39 mes $\widehat{ABC}$ = 40°.
(BM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.
Calcule mes $\widehat{ABM}$.



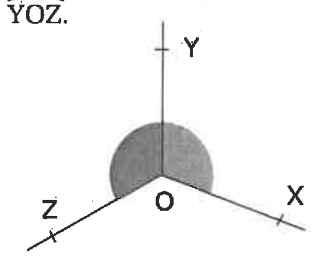
EXERCICES

40 mes $\widehat{EFG} = 60°$.
(FK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EFG}$.
Calcule mes $\widehat{EFK}$.



APPROFONDISSEMENT

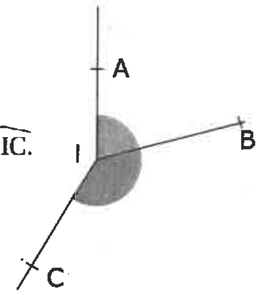
41 Les angles $\widehat{XOY}$ et $\widehat{YOZ}$ sont adjacents.
mes $\widehat{XOY} = 110°$ et mes $\widehat{YOZ} = 120°$.
Calcule la somme des mesures des angles $\widehat{XOY}$ et $\widehat{YOZ}$.



Pourquoi le nombre trouvé ne peut-il pas être le même que la mesure de l'angle $\widehat{XOZ}$?
Voici une méthode pour calculer mes $\widehat{XOZ}$.
- Trace la demi-droite [OY') opposée à [OY).
- Calcule mes $\widehat{XOY'}$; mes $\widehat{Y'OZ}$; puis mes $\widehat{XOZ}$.

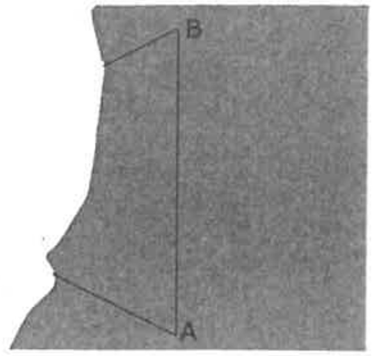
42 Les angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{BIC}$ sont adjacents.
mes $\widehat{AIB} = 75°$ et mes $\widehat{BIC} = 135°$.

Calcule mes $\widehat{AIC}$.



43 Trace un triangle ABC.
Trouve le point P du côté [BC] tel que mes $\widehat{BAP}$ = mes $\widehat{PAC}$.

44 La feuille sur laquelle était dessiné le triangle ABC a été déchirée.
Voici ce qu'il en reste.



Sans utiliser de papier calque et sans compléter la figure sur le livre, reproduis le triangle ABC.
Explique ta construction.

45 Construis un triangle MPS tel que :
- les côtés [MP] et [PS] ont respectivement 4 cm et 5 cm de long ;
- mes $\widehat{M} = 40°$.

Combien y a-t-il de possibilités ?

46 Construis un triangle EFG tel que :
- les côtés [EF] et [FG] ont respectivement 7,5 cm et 6 cm de long ;
- mes $\widehat{E} = 50°$.

Combien y a-t-il de possibilités ?

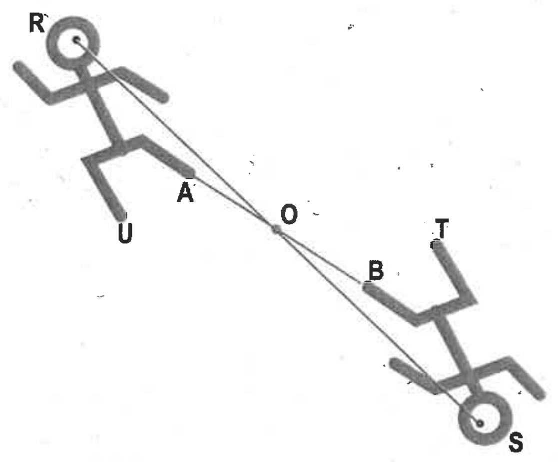
5 Figures symétriques par rapport à un point

SOMMAIRE

1 Points symétriques par rapport à un point

1.1 POINTS SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UN POINT

Activité



Chaque point du dessin d'un coureur a pour correspondant un point du dessin de l'autre coureur.
Les points A et B se correspondent.
Les points R et S se correspondent.
Quel est le **point** de la figure **correspondant** au point U ?

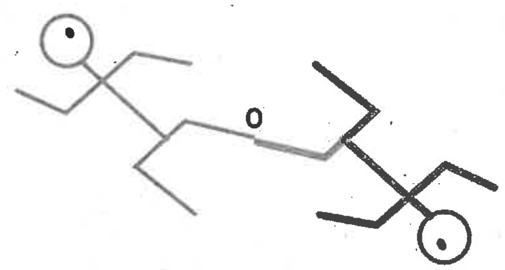
Vérifie que chaque segment joignant deux points correspondants a pour milieu le point O.

On dit que deux **points** correspondants sont **symétriques par rapport à O.**

Les deux coureurs sont des **figures symétriques** par rapport O.

VOCABULAIRE

"Les points M et P sont symétriques par rapport au point O"
peut aussi se dire
*"P **est le symétrique** de M par rapport à O"*
ou
"M est le symétrique de P par rapport à O"

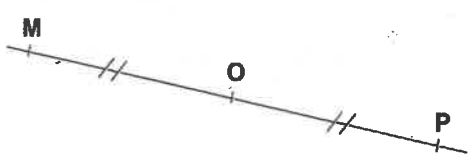


Dans le dessin ci-contre, les deux figures sont symétriques par rapport à O.
*O est son **propre** symétrique.*

DEFINITION

Deux points M et P sont symétriques par rapport au point O signifie que O est le milieu du segment [MP].
Le point O est son propre symétrique par rapport à O.

Traduction par dessin codé

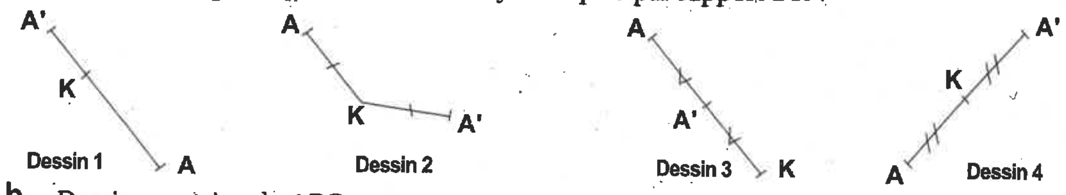


Traduction mathématique

M et P sont deux points symétriques par rapport à O	signifie que	O est le milieu de [MP]

EXERCICES

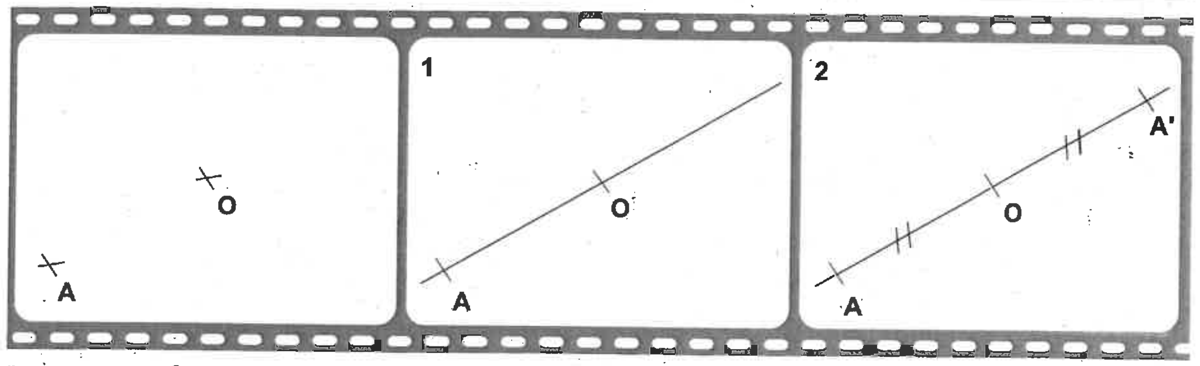
1.a Les dessins ci-dessous sont codés.
Sur quel dessin les points A et A' sont-ils symétriques par rapport à K ?



1.b Dessine un triangle ABC.
Marque le milieu M du segment [BC].
Quel est le symétrique du point B par rapport à M ? Justifie ta réponse.
Marque le point P tel que A et M soient symétriques par rapport à P.

1.2 CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT PAR RAPPORT À UN POINT DONNÉ

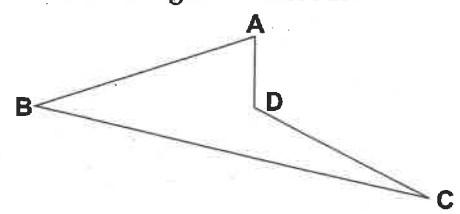
FILM DE CONSTRUCTION



Programme de construction
1 - Tracer la droite (AO).
2 - Placer le point A' sur (AO) tel que A'O = OA.

EXERCICE

1.c Redessine la figure ci-dessous.

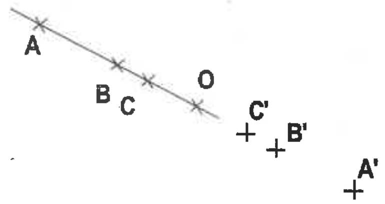


Construis :
le symétrique de A par rapport à B ;
le symétrique de B par rapport à D ;
le symétrique de C par rapport à A ;
le symétrique de D par rapport à C.

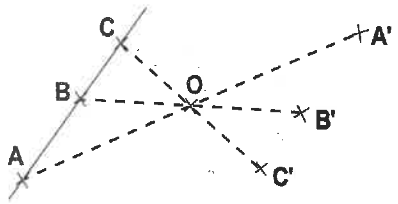
2 Propriétés des figures symétriques par rapport à un point

2.1 DROITES SYMÉTRIQUES

Activités



Les points A, B et C sont alignés.
A', B' et C' sont les symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à O.
Le point O appartient à la droite (AB).
Les points A', B' et C' sont-ils alignés ? Explique ta réponse.

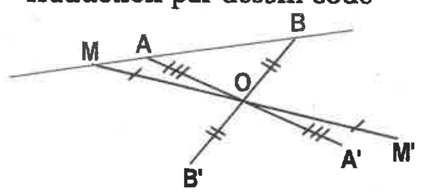


Le point O n'appartient pas à la droite (AB).
Vérifie avec ta règle que les points A', B' et C' sont alignés.
Les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport à O.
Vérifie que ces droites sont parallèles.
On admet les propriétés suivantes :

PROPRIÉTÉS

Lorsque des points sont alignés, leurs symétriques par rapport à un point O sont aussi alignés.
Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport au point Oles points A' et B',les droites (AB) et (A'B') sont symétriques par rapport au point O.

Traduction par dessin codé



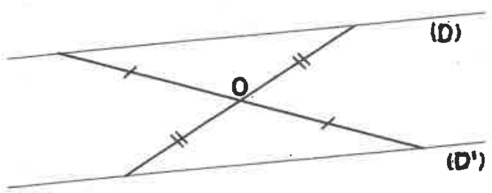
Traduction mathématique

Données : Les points M, A et B sont alignés M', A' et B' sont leurs symétriques, respectifs par rapport à O.
Conclusion : M', A' et B' sont alignés.

PROPRIÉTÉ

Deux droites symétriques par rapport à un point sont parallèles.

Traduction par dessin codé



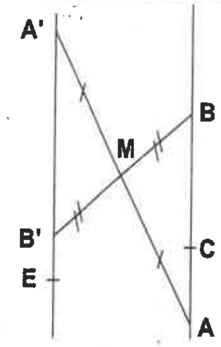
Traduction mathématique

Données : Les droites (D) et (D') sont symétriques par rapport à O.
Conclusion : (D) // (D')

EXERCICES

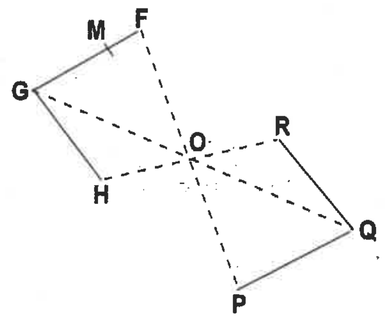
2.a Trace une droite (D). Marque un point I n'appartenant pas à (D).
Construis la droite (D') symétrique de (D) par rapport à I.

2.b Redessine la figure ci-contre.
Construis, uniquement à la règle,
le symétrique du point C par rapport à M,
puis le symétrique du point E par rapport à M. Justifie tes constructions.



2.2 SEGMENTS SYMÉTRIQUES

Activité

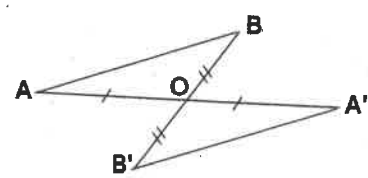


Les points F, G et H ont pour symétriques respectifs par rapport à O les points P, Q et R.
M est un point du segment [GF].
À quel segment appartient M' symétrique de M par rapport à O ?
Les segments [GF] et [QP] sont symétriques par rapport à O.
Quel est le symétrique du segment [GH] par rapport à O ?
Vérifie que GF = QP et GH = QR.
On admet les propriétés suivantes :

PROPRIÉTÉS

Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport à O les points A' et B',les segments [AB]et [A'B']sont symétriques par rapport à O.
Deux segments symétriques par rapport à un point ont la même longueur.

Traduction par dessin codé



Traduction mathématique

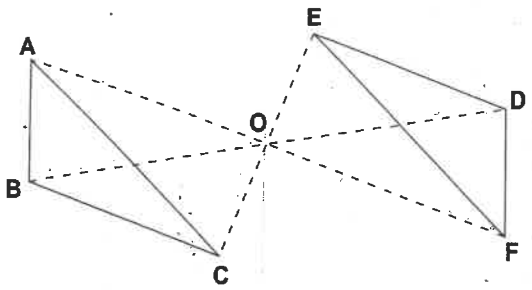
Données : Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à O.
Conclusion : AB = A'B'

EXERCICE

2.c Dessine un triangle ABC.
Construis B' et C' symétriques respectifs par rapport à A des points B et C.
Quel est le segment symétrique de [BC] par rapport à A ?
Marque un point M sur le segment [BC].
M' est le symétrique de M par rapport à A.
Construis ce point M' en utilisant uniquement le compas.

2.3 ANGLES SYMÉTRIQUES

Activité



Les points A, B et C ont pour symétriques respectifs par rapport à O les points F, D et E.

Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{F}$ sont symétriques par rapport à O.

Quel est le symétrique de $\widehat{B}$ par rapport à O ? de $\widehat{C}$ par rapport à O ?

Pour prouver que les angles symétriques de la figure ont la même mesure, fais le raisonnement suivant.

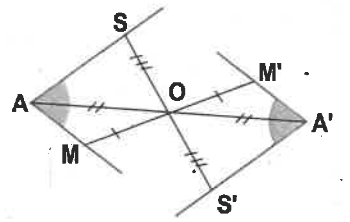
Justifie que les triangles ABC et EFD ont leurs côtés respectivement de même longueur.
Les triangles ABC et EFD sont donc superposables.

Donne trois égalités de mesures d'angles.

PROPRIÉTÉ

Deux angles symétriques par rapport à un point ont la même mesure.

Traduction par dessin codé



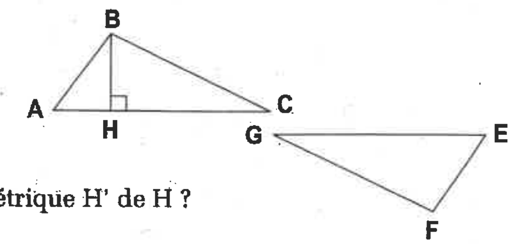
Traduction mathématique

Données : Les angles $\widehat{MAS}$ et $\widehat{M'A'S'}$ sont symétriques par rapport à O.
Conclusion : mes $\widehat{MAS}$ = mes $\widehat{M'A'S'}$.

EXERCICES

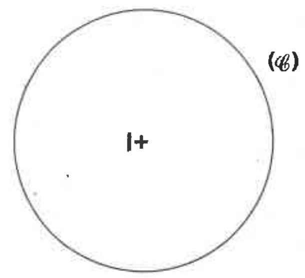
2.d Trace un triangle ABC rectangle en B et marque un point I extérieur à ce triangle.
Construis le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport à I.
Quelle est la nature du triangle A'B'C'?

2.e Les triangles ABC et EFG de la figure ci-contre sont symétriques par rapport à un point O qui a été effacé.
Explique comment tu peux construire le symétrique H' de H ?



3 Figures admettant un centre de symétrie

Activité



On donne un cercle (𝒞) de centre I.
Marque un point M sur ce cercle.

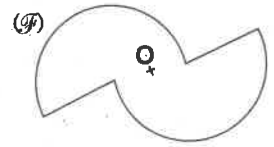
Construis son symétrique M' par rapport au point I.
Que peux-tu dire du point M' ?
Marque deux autres points P et S sur le cercle et construis leurs symétriques respectifs P' et S' par rapport à I.
Que constates-tu ?

Le point I est le **centre de symétrie** du cercle (𝒞).

DÉFINITION

Un point O est un centre de symétrie d' une figure [ℱ] signifie que chaque point de [ℱ] a pour symétrique par rapport à O un point de [ℱ].

Traduction par dessin codé



Traduction mathématique

Un point O est un centre de symétrie pour une figure (ℱ)	signifie	chaque point de (ℱ) a pour symétrique par rapport à O un point de (ℱ)

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Le centre d'un cercle est le centre de symétrie de ce cercle.

EXERCICES

3.a Le point O est un centre de symétrie pour trois de ces figures.
Quelles sont ces figures ?

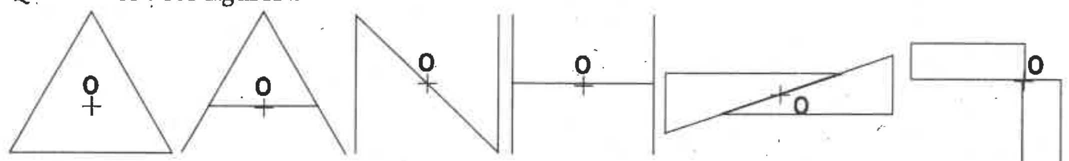
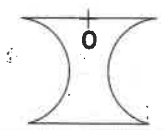


figure 1 figure 2 figure 3 figure 4 figure 5 figure 6

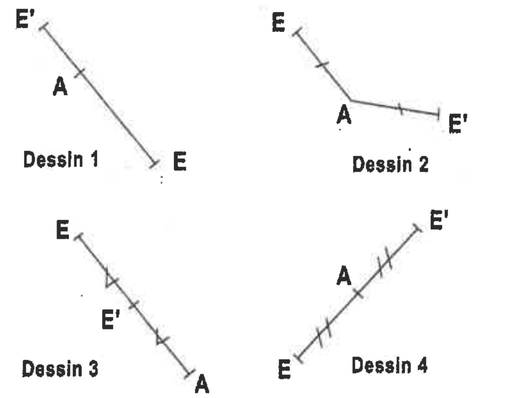
3.b Le point O est-il centre de symétrie de la figure ci-contre ?
Justifie ta réponse. Cette figure admet un centre de symétrie.
Construis ce centre de symétrie.



ENTRAINEMENT

1 POINTS SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UN POINT

1 Les dessins ci-dessous sont codés.
Sur quel dessin les points E et E' sont-ils symétriques par rapport à A ?



2 À main levée :
- marque deux points A et B ;
- construis le point B' symétrique de B par rapport à A.

3 À main levée :
- marque deux points E et F ;
- marque un point C tel que C ∉ (EF) ;
- construis le segment [AB] symétrique de [EF] par rapport à C.

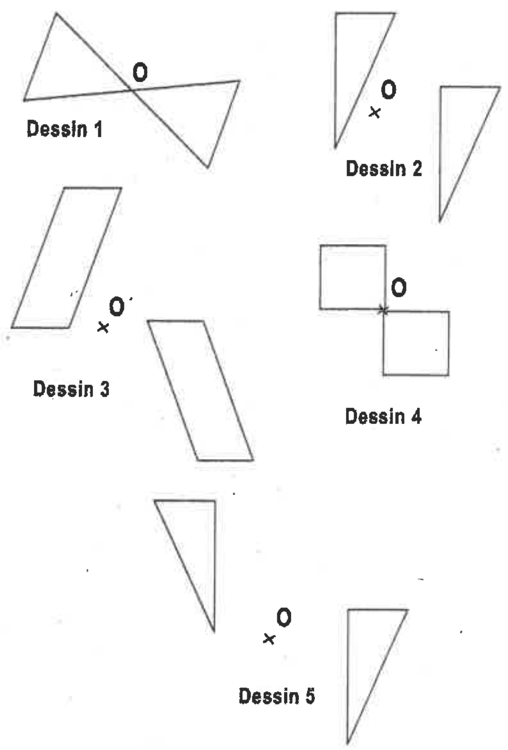
4 Trace un segment [AB]. Construis son milieu I.
Que peux-tu dire des points A et B par rapport à I ? Justifie ta réponse.
Trace un segment [EF] dont I est le milieu.
Quel est le symétrique de E par rapport à I ? Justifie ta réponse.
Marque un point M.
Construis son symétrique P par rapport à I.

5 A, B et C sont trois points non alignés. Les points B et C sont symétriques par rapport à un point O, construis ce point O.
Construis le point D, symétrique de A par rapport à O.

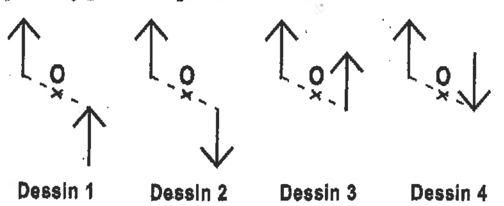
6 Les points A, B, C, E et F ont pour symétriques respectifs les points F, B, E, C et A par rapport à un point O. Fais une figure.

2 PROPRIÉTÉS DES FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UN POINT

7 Parmi les dessins ci-dessous, deux sont constitués de figures symétriques par rapport au point O ? Quels sont ces dessins ?



8 Parmi les dessins ci-dessous, l'un d'eux montre que deux figures sont symétriques par rapport au point O ? Quel est ce dessin ?



9 Marque deux points A et B. Construis le symétrique B' de B par rapport à A.
Que peux-tu dire des points B', A et B ?

10 A, B et C sont trois points alignés.
Marque un point O tel que O ∉ (AB).
Construis les points E, F et G symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à O.
Que peux-tu dire des points E, F et G ? Justifie ta réponse.
Marque un point M sur la droite (AB).
En utilisant une règle non graduée, construis le point P symétrique de M par rapport à O.
Explique ta méthode.

11 Trace une droite (D). Marque un point I n'appartenant pas à (D).
Construis la droite (D') symétrique de (D) par rapport à I.
Marque un point M sur la droite (D).
En utilisant une règle non graduée, construis le point P symétrique de M par rapport à I.
Explique ta méthode.

12 Marque deux points A et B.
Marque un point E tel que E ∉ (AB).
Construis le segment [A'B'] symétrique de [AB] par rapport à E.
Que peux-tu dire des longueurs des segments [AB] et [A'B'] ? Justifie ta réponse.

13 Trace un segment [AB]. Marque un point R n'appartenant pas à la droite (AB).
Construis le symétrique du segment [AB] par rapport à R.
Marque un point M sur le segment [AB]. En utilisant uniquement la règle non graduée, construis le point P symétrique de M par rapport à R. Explique ta méthode.
Marque un point H sur le segment [AB]. En utilisant uniquement le compas, construis le point L symétrique de H par rapport à R.
Explique ta méthode.

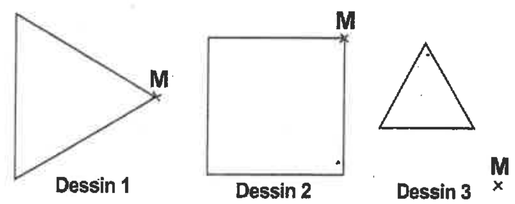
14 Marque trois points A, B et C tels que B appartienne au segment [AC]. Trace [AC] en bleu.
Construis, en rouge, le symétrique de [AC] par rapport à B.

15 Trace un segment [AB]. Marque un point I n'appartenant pas à la droite (AB).
Construis les points A' et B' symétriques respectifs des points A et B par rapport à I.
Quel est le symétrique du segment [AB'] par rapport à I ? Justifie ta réponse.

16 Trace un angle $\widehat{EGH}$.
Marque un point I extérieur à l'angle $\widehat{EGH}$.
Construis l'angle $\widehat{E'G'H'}$ symétrique de l'angle $\widehat{EGH}$ par rapport à I.
Que peux-tu dire des mesures des angles $\widehat{EGH}$ et $\widehat{E'G'H'}$? Justifie ta réponse.

17 À main levée :
- trace un angle $\widehat{ABC}$;
- marque un point O extérieur à cet angle ;
- construis l'angle $\widehat{A'B'C'}$ symétrique de l'angle $\widehat{ABC}$ par rapport à O.

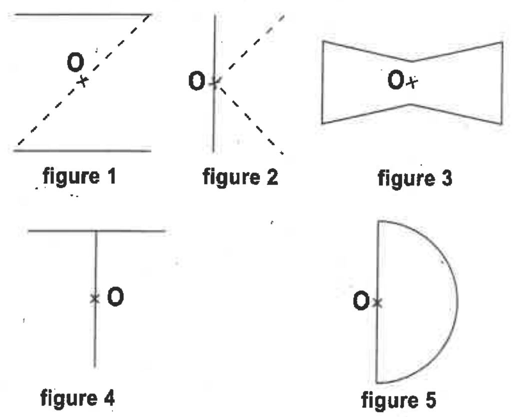
18 À main levée :
- reproduis les dessins ci-dessous;
- construis les symétriques des figures données par rapport à M.



19 Trace un triangle ABC. Marque un point I extérieur au triangle ABC.
Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à I.
Trace la hauteur passant par A. Cette hauteur coupe (BC) en H. Marque le point H.
Construis le point H' symétrique de H par rapport à I.
Que représente la droite (A'H') pour le triangle A'B'C' ? Justifie ta réponse.

3 FIGURES ADMETTANT UN CENTRE DE SYMÉTRIE

20 Le point O est un centre de symétrie pour deux des figures ci-dessous.
Quelles sont ces figures ?



21 Trace une droite (D). Marque un point O sur cette droite (D).
Le point O est-il un centre de symétrie de (D) ? Justifie ta réponse.

APPROFONDISSEMENT

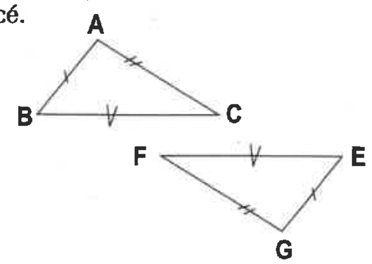
22 Trace un triangle ABC isocèle en A.
Marque un point O extérieur à ce triangle.
Construis les points A', B' et C' symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à O.
Quelle est la nature du triangle A'B'C' ? Justifie ta réponse.

23 Trace un triangle équilatéral EFG.
Marque un point I extérieur à ce triangle.
Construis les points E', F' et G' symétriques respectifs des points E, F et G par rapport à I.
Quelle est la nature du triangle E'F'G' ? Justifie ta réponse.

24 Trace un triangle CDE rectangle en D.
Marque un point M extérieur à ce triangle.
Construis les points C', D' et E' symétriques respectifs des points C, D et E par rapport à M.
Quelle est la nature du triangle C'D'E' ? Justifie ta réponse.

25 Trace un triangle ABC rectangle en A.
Construis le point B' symétrique de B par rapport à C.
Sans utiliser de compas ni de règle graduée, donne, en la justifiant, une méthode de construction du point A' symétrique de A par rapport à C.

26 Les triangles ABC et EFG sont symétriques par rapport à un point O qui a été effacé.



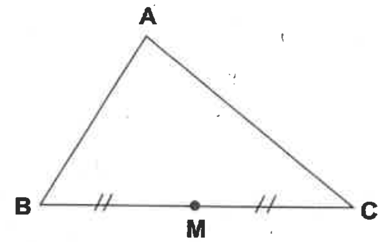
Donne, en justifiant tes réponses, les symétriques respectifs par rapport à O :
- du segment [AB] ;
- du segment [AC] ;
- du point A.

Donne, en justifiant ta réponse, le symétrique du point F par rapport à O.
Quelle est la droite de la figure qui est parallèle à la droite (AC) ? Justifie ta réponse.
Comment peut-on construire le point O ?

27 Construis un triangle ABC dont les côtés ont comme longueurs 4 cm, 5 cm et 6 cm.
Construis le triangle AEF symétrique du triangle ABC par rapport au point A.
Quel est le segment de la figure obtenue qui a la même longueur que [EF] ?
Nomme les autres segments de la figure qui ont même longueur.
Quel est l'angle de la figure qui a la même mesure que $\widehat{E}$?
Nomme les autres angles de la figure qui ont même mesure.

28 1° On donne un triangle MNA et O le milieu de [MA]. Contruis avec la règle non graduée et le compas la droite passant par A et parallèle à (MN).
2° On donne une droite (D) et un point A non situé sur (D). Construis à la règle graduée la droite (D') passant par A et parallèle à (D).

29 On donne un triangle ABC et le milieu M de [BC]. Construis, en utilisant la règle non graduée et l'équerre, le point E symétrique du point A par rapport à M.



30 1° On donne :
- un segment [IJ]
- le milieu O de ce segment,
- le cercle $(\mathscr{C}_1)$ de centre I et passant par O,
- le cercle $(\mathscr{C}_2)$ de centre J et passant par O.

Justifie que le symétrique par rapport à O d'un point de $(\mathscr{C}_1)$ est un point de $(\mathscr{C}_2)$.
2° E, F, G sont trois points du cercle $(\mathscr{C}_1)$.
Construis avec la règle non graduée le triangle RST symétrique du triangle EFG par rapport à O.

31 $(\mathscr{C}_1)$, $(\mathscr{C}_2)$ et $(\mathscr{C}_3)$ sont trois cercles de centre O ; EFG est un triangle tel que E est un point de $(\mathscr{C}_1)$, F est un point de $(\mathscr{C}_2)$, G un point de $(\mathscr{C}_3)$; (D) est la hauteur du triangle EFG passant par E.
- Réalise une figure.
- Construis à la règle non graduée le symétrique par rapport à O de la figure constituée du triangle EFG et de sa hauteur (D). (Justifie ta méthode de construction.)

Les exercices 32, 33, 34 et 35 sont liés

32 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Trace une corde [AB] de ce cercle tel que la longueur de [AB] soit de 5 cm.
En utilisant uniquement la règle non graduée, construis le symétrique [A'B'] du segment [AB] par rapport à O.

33 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Trace une droite (D) sécante au cercle aux points A et B.
En utilisant uniquement la règle non graduée, construis la droite (D') symétrique de la droite (D) par rapport à O .

34 Trace une droite (D). Marque un point O extérieur à cette droite.
En utilisant le compas une seule fois, puis en utilisant la règle non graduée, construis la droite (D') symétrique de la droite (D) par rapport à O.

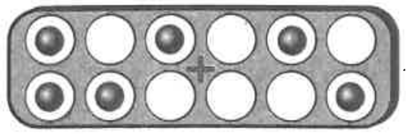
35 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Trace une droite (D_1) sécante au cercle aux points E et F.
Trace une droite (D_2) sécante à (D_1) en A et sécante au cercle aux points G et H.
Construis la droite (D'_1) symétrique de la droite (D_1) par rapport à O.
Construis la droite (D'_2) symétrique de la droite (D_2) par rapport à O.
Les droites (D'_1) et (D'_2) se coupent en B.
Marque le point B.
Quel est le symétrique du point A par rapport à O ? Justifie ta réponse.

EXERCICES

AWALÉ

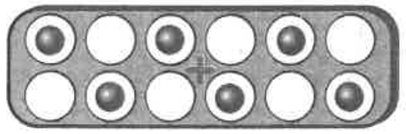
Les dessins 1 et 2 ci-dessous représentent des awalés à douze trous ayant un pion dans certains trous.

36 Quel est le plus petit nombre de pions à ajouter à la figure pour que le point marqué ✚ soit son centre de symétrie ?



dessin 1

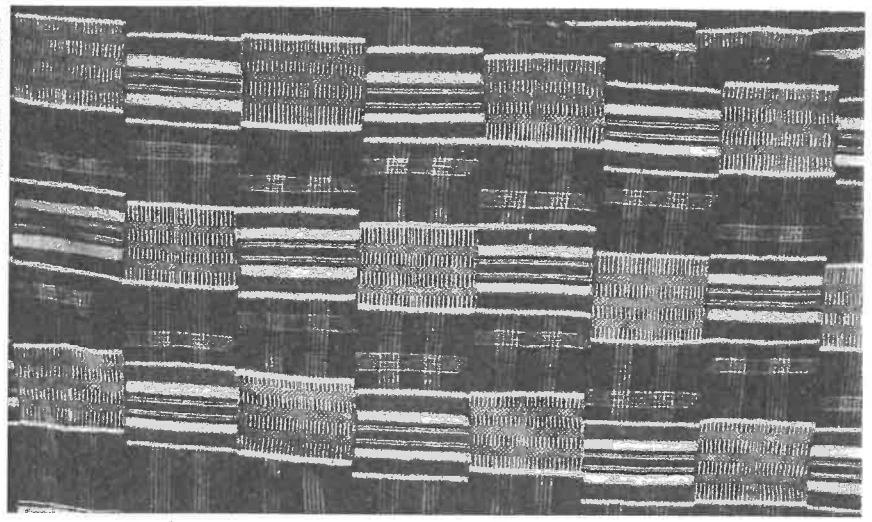
37 Quel est le plus petit nombre de pions à enlever à la figure pour que le point ✚ soit son centre de symétrie ?



dessin 2

6 Parallélogrammes

M. Ascani/Hoa-Qui



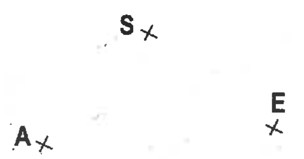
Pagne africain montrant des bandes de tissus constituées de rectangles assemblés.

SOMMAIRE

1 Parallélogramme

1.1 DÉFINITION

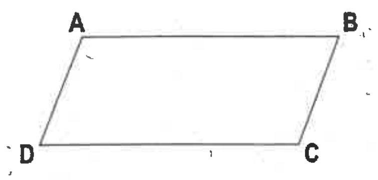
Activité



Les trois points A, E et S ne sont pas alignés.
Construis le quadrilatère SAET tel que :
• (ST) soit parallèle à (AE) ;
• (ET) soit parallèle à (AS).
Le quadrilatère SAET est un parallélogramme.

DEFINITION

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



En utilisant la définition

Données : ABCD est un quadrilatère | (AB) // (DC) | (AD) // (BC)

Conclusion : ABCD est un parallélogramme

Données : ABCD est un parallélogramme

Conclusions : (AB) // (DC) | (AD) // (BC)

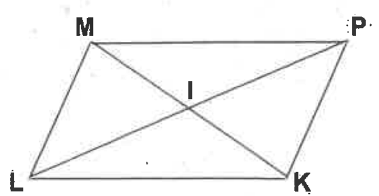
EXERCICES

1.a Dessine un parallélogramme FGHI à l'aide des instruments.

1.b Dessine un parallélogramme EOLS à main levée.

1.2 DIAGONALES D'UN PARALLÉLOGRAMME

Activité

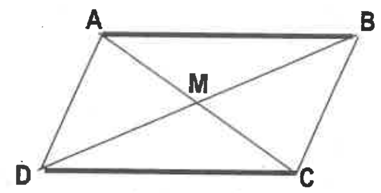


MPKL est un parallélogramme.
Ses diagonales [MK] et [LP] se coupent en I.
Que représente le point I pour [MK] et [LP] ?
Vérifie-le.
Le parallélogramme MPKL admet un centre de symétrie.
Quel est ce centre de symétrie ? Justifie ta réponse.
On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.

ABCD est un parallélogramme



Traduction mathématique

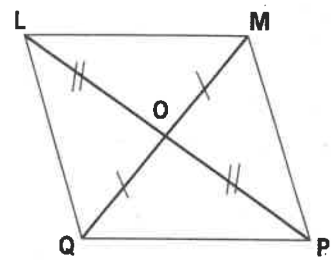
Données : ABCD est un parallélogramme dont les diagonales se coupent en M.

Conclusion : M est le milieu de [AC] et de [BD]

REMARQUE

Le point d'intersection des diagonales d'un parallélogramme est centre de symétrie de ce parallélogramme.
On l'appelle le ***centre du parallélogramme****.*

Activité

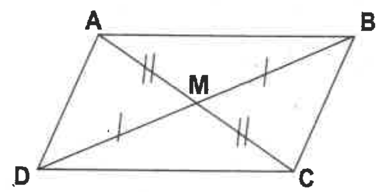


Les segments [LP] et [MQ] se coupent en leur milieu O.
Que représente le point O pour le quadrilatère LMPQ ?
Quelle est la droite symétrique de la droite (LQ) par rapport à O ?
Que peux-tu en déduire pour ces deux droites ?
Quelle est la droite symétrique de la droite (LM) par rapport à O ?
Que peux-tu en déduire pour ces deux droites ?
Quelle est la nature du quadrilatère LMPQ ?

PROPRIÉTÉ

Lorsque les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un parallélogramme.

Traduction par dessin codé



Traduction mathématique

Données : ABCD est un quadrilatère Le point M est le milieu de [AC] et de [BD]

Conclusion : ABCD est un parallélogramme.

Activité

Trace un triangle EFG.
En utilisant la règle graduée et le compas, construis le quatrième sommet H du parallélogramme EFGH.
Explique ta construction.

EXERCICES

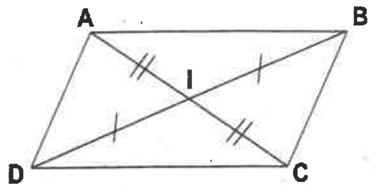
1.c Construis un parallélogramme RSTU sachant que ses diagonales [RT] et [SU] ont respectivement pour longueur 6 cm et 4 cm.
Peux-tu en construire un autre ?

1.d Marque trois points H, I et K non alignés.
Construis un parallélogramme HKLM de centre I.

1.e Trace un parallélogramme à main levée. Trace ses diagonales.
En utilisant la convention de dessin que tu connais, indique sur ce parallélogramme que ses diagonales se coupent en leur milieu.

1.3 CÔTÉS D'UN PARALLÉLOGRAMME

Activité



ABCD est un parallélogramme de centre I.
Justifie que les côtés opposés [AB] et [DC] ont la même longueur.
Justifie de même que les côtés opposés [AD] et [BC] ont la même longueur.

PROPRIÉTÉ

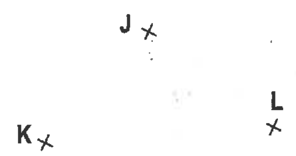
Les côtés opposés d'un parallélogramme ont la même longueur.

Traduction mathématique

Données : ABCD est un parallélogramme

Conclusions : AB = DC ; AD = BC

Activité

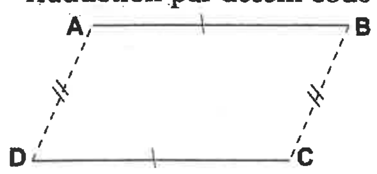


Trois points J, K et L sont non alignés.
Construis à l'aide du compas un point M tel que le quadrilatère JKLM ait les côtés opposés de même longueur.
Explique ta construction.
Vérifie que le quadrilatère obtenu est un parallélogramme.
On admet la propriété :

PROPRIÉTÉ

Un quadrilatère qui a ses côtés opposés de même longueur est un parallélogramme.

Traduction par dessin codé



Traduction mathématique

Données : ABCD est un quadrilatère ; AB = DC ; AD = BC

Conclusions : ABCD est un parallélogramme

Activité

Marque trois points A, B et C non alignés.
Avec le compas, construis le quatrième sommet D du parallèlogramme ABCD.
Explique ta construction.

EXERCICES

1.f Construis un parallélogramme BCEF dont les côtés [FE] et [FB] ont respectivement 6 et 4 cm de longueur.

2 Rectangle - Carré

2.1 RECTANGLE

Activité

Deux points L et S appartiennent à une droite (D).
Construis à l'aide de l'équerre, un quadrilatère LMPS qui a ses angles droits.
Explique ta construction.
Lors de ta construction, combien de fois as-tu placé l'équerre ?
Justifie que le quatrième angle est aussi un angle droit.
Justifie que le quadrilatère LMPS est un parallélogramme.

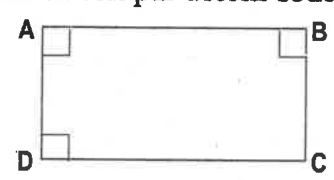
REMARQUE

Lorsqu'un quadrilatère a trois angles droits, le quatrième l'est aussi.

DEFINITION

Un rectangle est un quadrilatère qui a ses angles droits.

Traduction par dessin codé



En utilisant la définition et la remarque ABCD est un quadrilatère.

Données : ABCD a trois angles droits

Conclusion : ABCD est un rectangle

PROPRIÉTÉ

Un rectangle est un parallélogramme.

EXERCICES

2.a Construis un rectangle dont les côtés ont pour longueurs respectives 7 cm et 3 cm.

2.b Trace un rectangle à main levée.

2.2 CARRÉ

Activité

On donne le segment [EF].

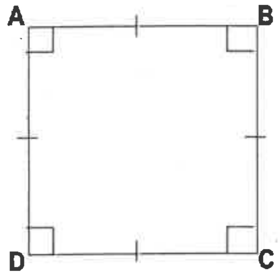
Termine la construction d'un rectangle EFGH dont les côtés ont même longueur.

EFGH est un **carré**.

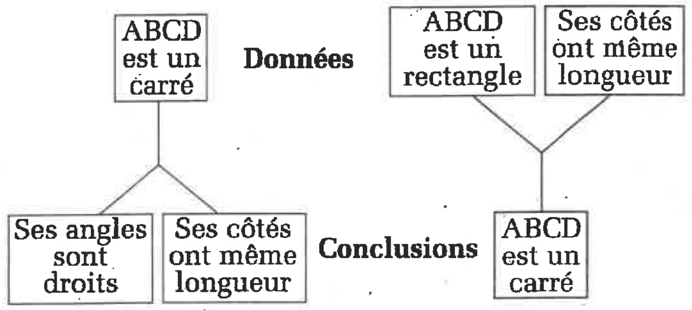
DÉFINITION

Un carré est un rectangle dont les côtés ont la même longueur.

Traduction par dessin codé



En utilisant la définition

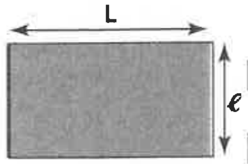


EXERCICES

2.c Construis un carré de 5 centimètres de côté.

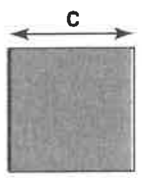
2.d Trace un carré à main levée.

3 Périmètres - Aires



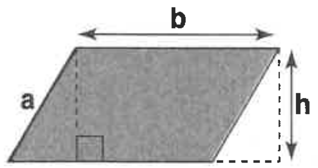
Périmètre : $\mathcal{P} = 2 \times (L + \ell)$

Aire : $\mathcal{A} = L \times \ell$



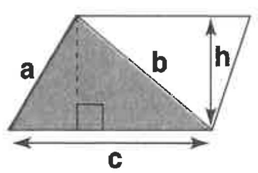
Périmètre : $\mathcal{P} = 4 \times c$

Aire : $\mathcal{A} = c \times c$



Périmètre : $\mathcal{P} = 2 \times (a + b)$

Aire : $\mathcal{A} = b \times h$



Périmètre : $\mathcal{P} = a + b + c$

Aire : $\mathcal{A} = \dfrac{(c \times h)}{2}$

EXERCICES

3.a Calcule le périmètre d'un parallélogramme dont les longueurs des côtés sont 15,7 cm et 6,2 cm.

3.b Un parallélogramme a un côté de 9 m et un périmètre de 32 m.
Quelle est la longueur de l'autre côté.

3.c Le périmètre d'un rectangle est 46 m. La longueur d'un de ses côtés est 15 m.
Calcule la longueur de l'autre côté.

3.d Le périmètre d'un carré est 44 m.
Calcule la longueur du côté de ce carré.

3.e Calcule l'aire d'un rectangle dont les côtés ont comme longueurs 5 m et 7,5 m.

3.f Le périmètre d'un rectangle est 46 m. L'un des côtés de ce rectangle a une longueur de 15 m.
Calcule l'aire de ce rectangle.

3.g L'aire d'un rectangle est 17,5 m². L'un des côtés de ce rectangle a une longueur de 7 m. Calcule la longueur de l'autre côté.

3.h Calcule l'aire d'un carré dont le périmètre est 56 m.

3.i Un parallélogramme EFGH a pour aire 120 m². Le côté [EF] a pour longueur 15 m.
Quelle est la longueur de la hauteur correspondant à ce côté ?

3.j Dans le triangle PQR, la longueur du côté [QR] est 7 cm et la longueur de la hauteur correspondant à ce côté est de 4 cm.
Calcule l'aire du triangle PQR.

3.k Un triangle EFG a pour aire 10 m². Le côté [EF] a pour longueur 8 m.
Quelle est la hauteur correspondant à ce côté ?

3.l Calcule le périmètre d'un triangle dont les côtés ont comme longueurs : 11,5 cm ; 7 cm et 9,5 cm.

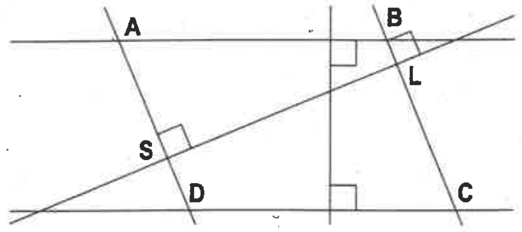
3.m Un triangle TOA a pour périmètre 27,5 m.
Calcule la longueur du côté [AE] sachant que les côtés [OT] et [OA] ont comme longueurs respectives 6 m et 13,5 m.

3.n PAE est un triangle isocèle en E. Les longueurs des côtés [PE] et [PA] sont respectivement 8,5 dam et 7 dam.
Calcule le périmètre de ce triangle.

ENTRAINEMENT

1 PARALLÉLOGRAMME

1 On donne la figure ci-dessous.



Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie ta réponse.

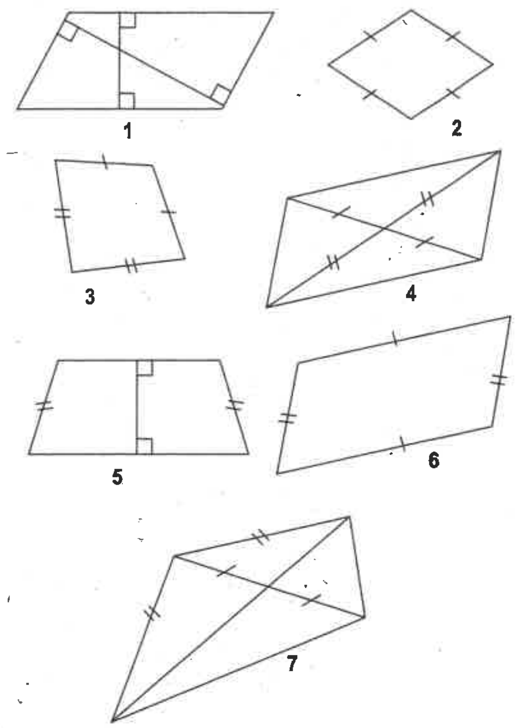
2 Trace un triangle EFG. Marque un point K sur le segment [EF].
Trace la parallèle à (EG) passant par K. Elle coupe (GF) en P. Marque le point P.
Trace la parallèle à (EF) passant par P. Elle coupe (EG) en R. Marque le point R.
Quelle est la nature du quadrilatère EKPR ? Justifie ta réponse.

3 On veut construire un parallélogramme avec la règle et l'équerre.
Marque trois points H, K et S non alignés.
Construis le quatrième sommet L.

4 IJKL est un parallélogramme.
Par le point K, trace la parallèle à (LJ). Elle coupe (IJ) en P. Marque le point P.
Elle coupe (IL) en R. Marque le point R.
Justifie que JPKL et KRLJ sont des parallélogrammes.

5 MNPQ est un parallélogramme.
Trace la perpendiculaire à (NQ) passant par M. Elle coupe (QP) en A. Marque le point A.
Trace la perpendiculaire à (NQ) passant par P. Elle coupe (MN) en B. Marque le point B.
Justifie que MBPA est un parallélogramme.

6 Parmi les quadrilatères ci-après, quels sont ceux qui sont des parallélogrammes ?



7 Trace un triangle ABC.
Construis le point A' symétrique de A par rapport à C. Construis le point B' symétrique de B par rapport à C.
Quelle est la nature du quadrilatère ABA'B' ? Justifie ta réponse.

8 Marque trois points non alignés A, B et E.
Construis le parallélogramme ABCD de centre E.

9 Trace un triangle KLM.
Marque le point S milieu de [LM].
Construis le point J symétrique de K par rapport à S.
Quelle est la nature du quadrilatère KLJM ? Justifie ta réponse.

10 Trace un triangle ABC.
En utilisant le centre du parallélogramme ABCE, trouve une méthode de construction du quatrième sommet E.

11 Marque trois points non alignés E, F et G.
En utilisant seulement le compas, construis le quatrième sommet H du parallélogramme EFGH.

12 À main levée :
- trace un triangle ABC ;
- marque le point I milieu de [AC] ;
- marque le point D symétrique de B par rapport à I ;
- joins A à D et C à D ;

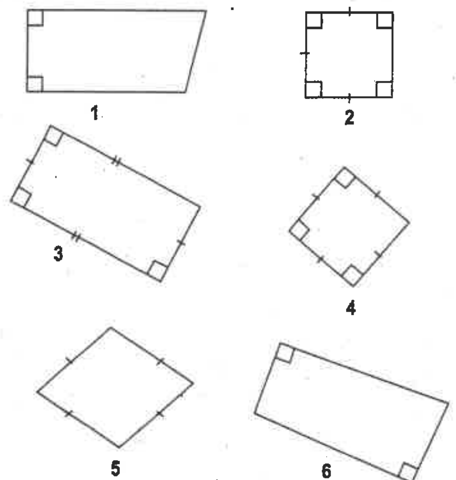
Code la figure obtenue. ABCD devrait ressembler à un parallélogramme. Explique.

13 À main levée :
- trace un triangle OPQ ;
- marque les milieux respectifs R, K et S des côtés [OP], [OQ] et [PQ] ;
- joins R à S et K à S.

Code la figure obtenue. RSKO devrait ressembler à un parallélogramme.

2 RECTANGLE - CARRÉ

14 Parmi les quadrilatères ci-dessous, quels sont les rectangles ? Quels sont les carrés ?



15 L'unité est le centimètre.
Construis un rectangle RSTU tel que SU = 7 et SR = 3.

16 Construis un carré ABCD dont les côtés ont pour longueur 6 cm.

17 Construis un triangle ABC rectangle en A.
En utilisant uniquement l'équerre, termine la construction du rectangle ABDC.

18 Trace un rectangle JHLM à main levée.

19 À main levée :
- trace un triangle ABC rectangle en B ;
- marque le point I milieu de [AC] ;
- marque le point D symétrique de B par rapport à I ;
- Joins A à D et D à C.

Code la figure obtenue. ABCD devrait ressembler à un rectangle. Explique.

20 À main levée :
- trace un rectangle EFGH ;
- marque le point I milieu du côté [EF] ;
- marque le point P symétrique de H par rapport à I ;
- joins P à F.

Code la figure obtenue. P, F et G devraient être alignés. Explique.

21 À main levée :
- trace un triangle ABC rectangle isocèle en B ;
- marque le point I milieu du côté [AC] ;
- marque le point D symétrique de B par rapport à I ;
- joins A à D et D à C.

Code la figure obtenue. ABCD devrait ressembler à un carré. Explique.

22 Trace un carré MPQR à main levée.

23 À main levée :
- trace un carré EFGH ;
- marque les points I, J, K et L milieux respectifs des côtés [EF], [FG], [GH] et [HE] ;
- joins I à J, J à K, K à L et L à I.

Code la figure obtenue. IJKL devrait ressembler à un carré.

3 PÉRIMÈTRE - AIRES

24 Calcule le périmètre d'un rectangle dont les côtés ont pour longueurs 18 m et 15 m.

25 Le périmètre d'un rectangle est 240 m. Sachant que l'un de ses côtés a 45 m de long, calcule la longueur de l'autre.

26 Calcule l'aire d'un champ rectangulaire dont les côtés ont pour longueurs 86 m et 102 m.

27 L'aire d'un rectangle est 248 m² et l'un de ses côtés a 8 m de long.
Quelle est la longueur de l'autre côté ?

28 Le tableau ci-dessous concerne des rectangles.
Recopie ce tableau, puis complète- le.

La longueur du premier côté est		21,5 m		6 m
La longueur du deuxième côté est	14 m	17 m	16 m	
Le périmètre est			92 m	20 m
L'aire est	490 m²			

29 Quel est le périmètre d'un parallélogramme dont les côtés ont pour longueurs 17 m et 21 m.

30 Le périmètre d'un parallélogramme est 316 m. L'un de ses côtés a pour longueur 90 m.
Quelle est la longueur de l'autre côté ?

31 Quelle est l'aire d'un parallélogramme dont un côté et la hauteur correspondant à ce côté ont pour longueurs respectives 32 m et 15 m.

32 L'aire d'un parallélogramme est 720 m². Sa hauteur a pour longueur 12 m.
Quelle est la longueur du côté correspondant à cette hauteur ?

33 Calcule le périmètre d'un carré dont les côtés ont pour longueur 12 m.

34 Combien mesure le côté d'un carré dont le périmètre est 3 430 m ?

35 La longueur du côté d'un carré est 24,5 m. Calcule l'aire de ce carré.

36 Le périmètre d'un carré est 206 m. Calcule l'aire de ce carré.

37 Un des côtés d'un triangle et la hauteur correspondant à ce côté ont pour longueurs respectives 12,5 m et 8 m.
Calcule l'aire de ce triangle.

38 L'aire d'un triangle est 342 m² et l'une de ses hauteurs a pour longueur 9 m.
Quelle est la longueur du côté correspondant à cette hauteur ?

39 L'aire d'un triangle est 45 cm² et l'un de ses côtés a pour longueur 7,5 cm.
Quelle est la longueur de la hauteur correspondant à ce côté ?

APPROFONDISSEMENT

40 Calcule le périmètre d'un rectangle ABCD dont les côtés ont comme longueurs 70 cm et 40 cm.
Lorsqu'on ajoute 10 cm à la longueur des côtés de ce rectangle, on obtient un nouveau rectangle.
Combien de cm doit-on ajouter au périmètre du rectangle ABCD pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?

41 Désignons par L et ℓ les longueurs respectives des côtés d'un rectangle EFGH.
Lorsqu'on ajoute 20 cm à L, on obtient un nouveau rectangle.
Combien de cm doit-on ajouter au périmètre du rectangle EFGH pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?

42 Calcule le périmètre d'un rectangle EFGH dont les longueurs des côtés [EF] et [EH] sont 50 cm et 35 cm.
Lorsqu'on multiplie par 2 la longueur du côté [EF] du rectangle EFGH, on obtient un nouveau rectangle.
Combien de cm doit-on ajouter au périmètre du rectangle EFGH pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?
Lorsqu'on multiplie par 2 la longueur du côté [FH] du rectangle EFGH, on obtient un nouveau rectangle.
Combien de cm doit-on ajouter au périmètre du rectangle EFGH pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?

43 Désignons par L et ℓ les longueurs respectives des côtés d'un rectangle.
Lorsqu'on multiplie L par 2, on obtient un nouveau rectangle.
Sachant que L = 50cm, combien de cm doit-on ajouter au périmètre du premier rectangle pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?
Lorsqu'on multiplie ℓ par 3, on obtient un nouveau rectangle.
Combien de fois ℓ doit-on ajouter au périmètre du premier rectangle pour obtenir le périmètre du nouveau rectangle ?

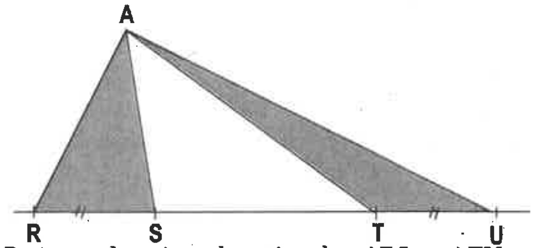
44 L'unité est le cm.
Un rectangle ABCD est tel que BC = 3 et AB est le double de BC.
Construis le rectangle ABCD.
Calcule son périmètre.
Construis un rectangle DCEF tel que :
CE = 2 x DC (deux cas de figures possibles).
Dans chaque cas, calcule le périmètre du rectangle ABEF.

45 Désignons par L et ℓ les longueurs des côtés d'un rectangle.
Le périmètre de ce rectangle est 920 m.
Sachant que L dépasse ℓ de 20 m, calcule L et ℓ.

46 Désignons par L et ℓ les longueurs des côtés d'un rectangle.
Le périmètre de ce rectangle est 1 072 m.
Sachant que L est le triple de ℓ, calcule L et ℓ.

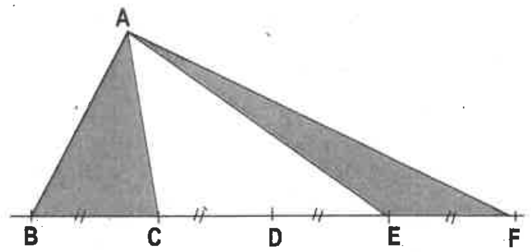
47 Un terrain rectangulaire est tel que la longueur de l'un de ses côtés est le double de la longueur de l'autre.
Sachant que le périmètre de ce terrain est 123 m, calcule son aire.

48 Les longueurs des côtés [RS], [TU] sont égales.



Compare les aires des triangles ARS et ATU.
Justifie ta réponse.

49 On donne la figure ci-dessous.



Compare les aires des triangles ABC et ACE.
Compare les aires des triangles ABC et ACF.

50 Pour mesurer les aires de terrains, on utilise les unités suivantes :

hectares 1 ha = 10 000 m²
ares 1 a = 100 m²
centiares 1 ca = 1 m²

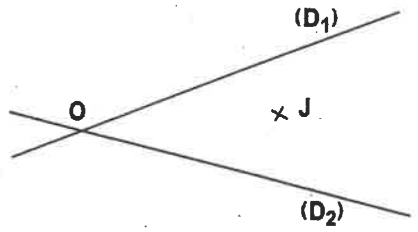
Sur un document administratif, Monsieur KOYO lit que son terrain rectangulaire a une aire de 3 ha 43 a 75 ca.
Exprime cette aire en m².
Calcule le périmètre du terrain de

Monsieur KOYO sachant que la longueur de l'un des côtés de son terrain est 275 m.

51 Quelle unité utilise-t-on habituellement pour exprimer l'aire :
- d'une feuille de papier ?
- d'une maison ?
- d'une plantation ?
- d'un pays ?

52 Des cercles concentriques sont des cercles de même centre.
Trace deux cercles concentriques (C) et (C').
Trace un diamètre [AE] du cercle (C).
Trace un diamètre [BF] du cercle (C') tel que les points A, B, E et F ne sont pas alignés.
Quelle est la nature du quadrilatère ABEF ? Justifie ta réponse.

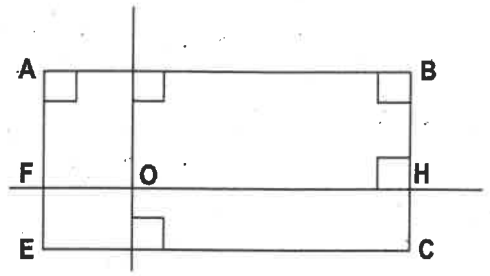
53 Reproduis la figure ci-dessous.



Termine la construction du parallélogramme ORTS sachant que :
- J est le milieu de ses diagonales ;
- le sommet R est sur (D_1) ;
- le sommet S est sur (D_2).

54 Construis un parallélogramme ABCD tel que mes $\widehat{A} = 40°$ et les longueurs des côtés [AB] et [BC] sont respectivement 4 cm et 6 cm.

55 La figure codée ci-dessous contient un certain nombre de rectangles.
Cite-les tous.



7

Figures symétriques par rapport à une droite

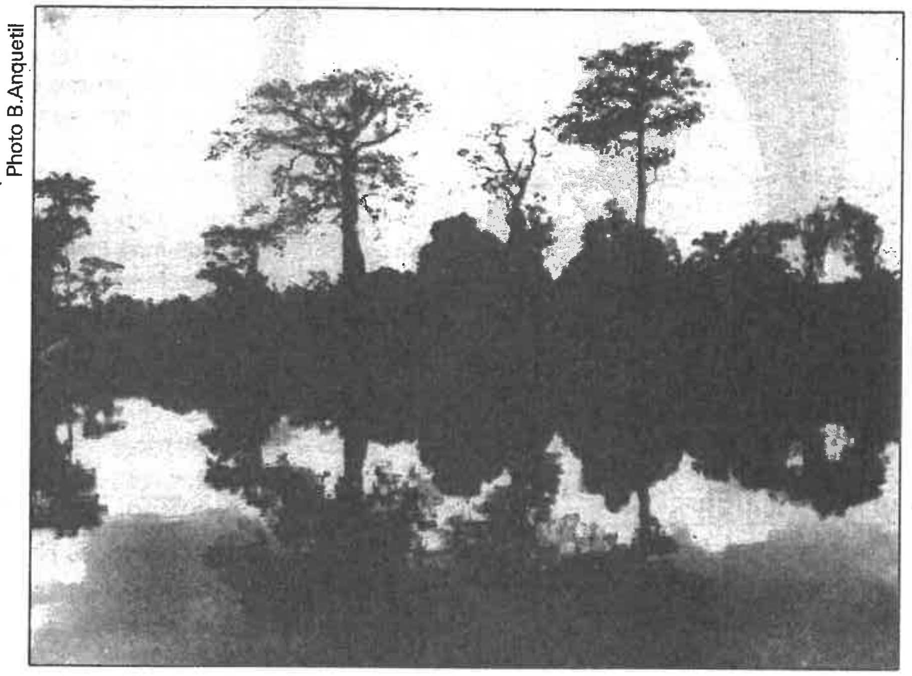


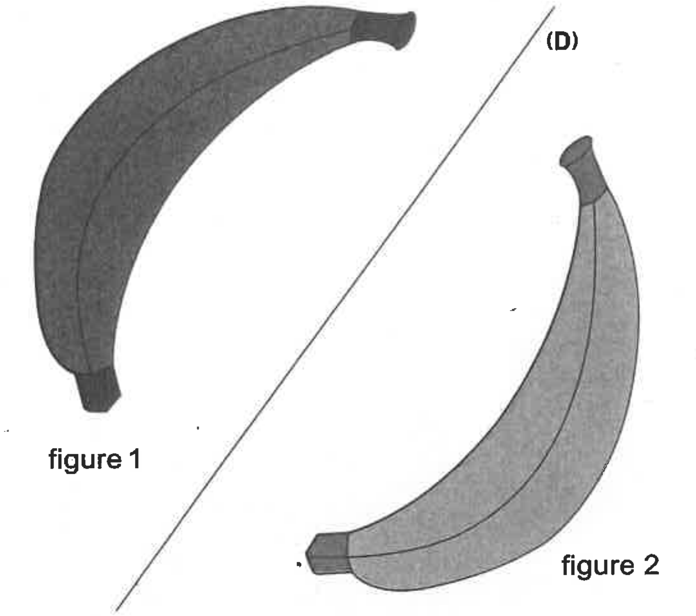
Photo B.Anquetil

SOMMAIRE

1 Figures symétriques par rapport à une droite

1.1 FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE

Activité



Reproduis le dessin ci-contre sur du papier transparent.

Si tu plies la feuille suivant la droite (D), tu constateras que les figures 1 et 2 se superposent.

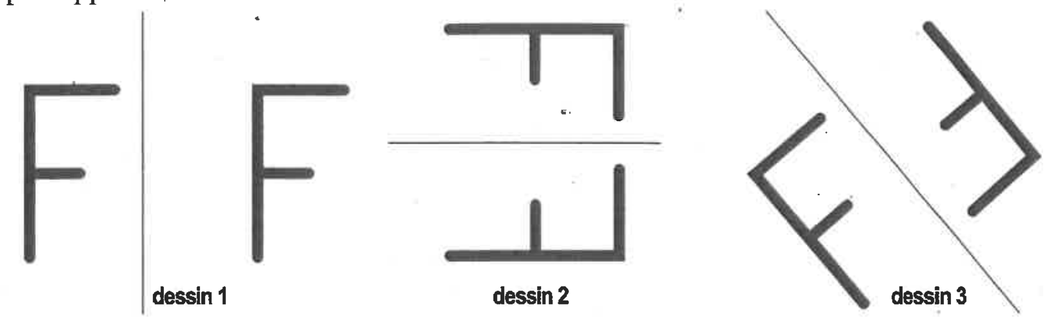
Les **figures** 1 et 2 sont **symétriques par rapport à la droite (D).**

VOCABULAIRE

Lorsque deux figures sont superposables par pliage suivant une droite (D), on dit que ces ***figures*** *sont* ***symétriques par rapport à cette droite (D).***

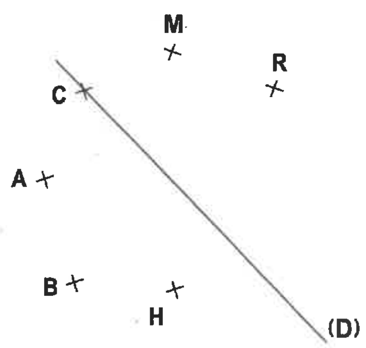
EXERCICES

1.a Parmi les dessins ci-dessous, quel est celui qui montre que deux figures sont symétriques par rapport à la droite tracée ?



1.2 POINTS SYMÉTRIQUES

Activité



Reproduis la figure ci-contre sur du papier transparent. Plie ta feuille suivant la droite (D).

Tu constates que :

- les **points** A et M se superposent : ils sont **symétriques par rapport à (D)** ;
- les points B et R se superposent : ils sont symétriques par rapport à (D) ;
- le point C se superpose à lui-même : il **est son propre symétrique par rapport à (D).**

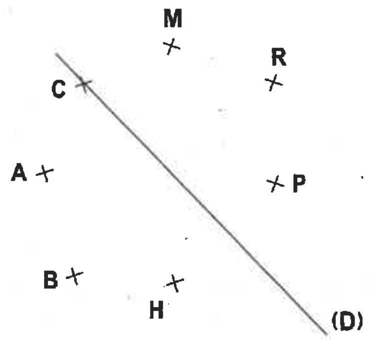
Marque le point P tel que P et H soient symétriques par rapport à (D).

VOCABULAIRE

Lorsque des points se superposent par pliage suivant une droite (D), ces ***points*** *sont* ***symétriques par rapport à cette droite (D).***
Lorsqu'un point appartient à une droite (D), il est son propre symétrique par rapport à cette droite (D).

Ainsi, A et M ***sont symétriques par rapport à la droite (D).***
Mais, on dira aussi : M est ***le symétrique de A*** *par rapport à (D) ;*
ou encore : A est ***le symétrique de M*** *par rapport à (D).*

Activité



Reprenons la feuille de papier transparent sur laquelle nous avons travaillé.

Les points A et M sont symétriques par rapport à la droite (D).

Joignons A à M.

(D) est perpendiculaire à (AM) et passe par le milieu de [AM]. Vérifie-le à l'aide des instruments.

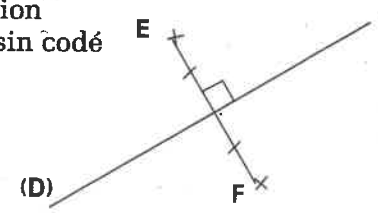
(D) est la médiatrice du segment [AM]. Justifie-le.

(D) est aussi la médiatrice de [BR] et de [HP].

DÉFINITION

Deux points E et F sont symétriques par rapport à une droite (D) signifie que (D) est la médiatrice du segment [EF].
Tout point M de la droite (D) est son propre symétrique par rapport à (D).

Traduction par dessin codé

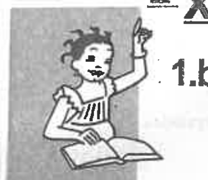


Traduction mathématique

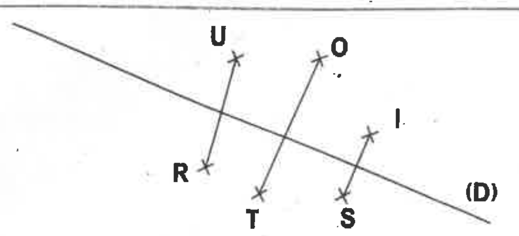
E et F sont deux points n'appartenant pas à la droite (D).

E et F sont symétriques par rapport à (D)	signifie	(D) est la médiatrice de [EF]

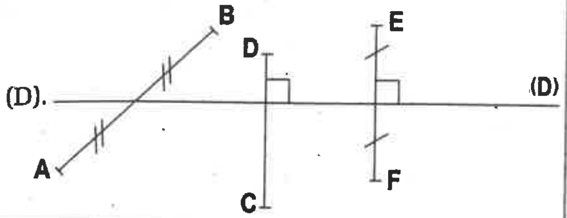
EXERCICES



1.b Deux points de la figure ci-contre sont symétriques par rapport à la droite (D). Nomme ces points.

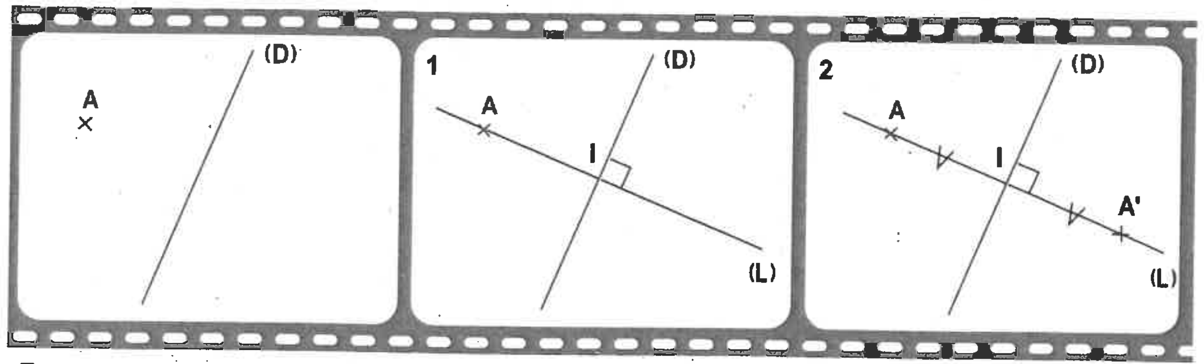


1.c Sur la figure codée ci-contre, nomme les points symétriques par rapport à la droite (D).



1.3 CONSTRUCTION DU SYMÉTRIQUE D'UN POINT DONNÉ PAR RAPPORT À UNE DROITE

FILM DE CONSTRUCTION



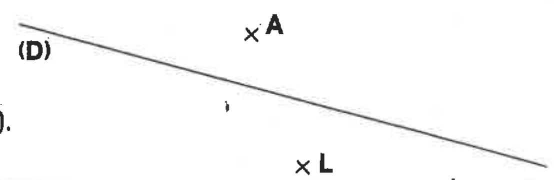
Programme de construction

1 - Tracer la droite (L) passant par A et perpendiculaire à (D).
Soit I le point d'intersection des droites (D) et (L).

2 - Construire le point A' tel que I soit le milieu de [AA'].

EXERCICE

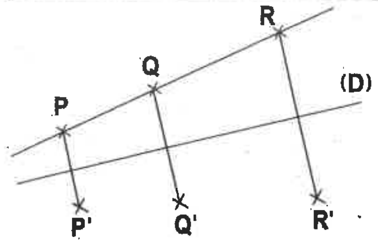
1.d Redessine la figure ci-contre.
Construis les symétriques respectifs des points A et L par rapport à la droite (D).



2 Propriétés des figures symétriques par rapport à une droite

2.1 DROITES SYMÉTRIQUES

Activité

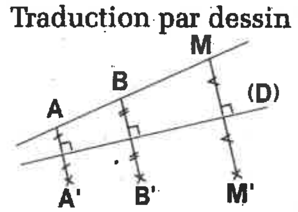


Les points P, Q et R sont alignés.
P', Q' et R' sont les symétriques respectifs de P, Q et R par rapport à (D).
Les points P', Q' et R' sont-ils alignés ? Vérifie-le.
Les droites (PQ) et (P'Q') sont symétriques par rapport à (D).
On admet les propriétés :

PROPRIÉTÉS

Lorsque des points sont alignés, leurs symétriques par rapport à une droite (D) sont aussi alignés.
Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport à la droite (D) les points A' et B', les droites (AB) et A'B') sont symétriques par rapport à (D).

Traduction par dessin codé



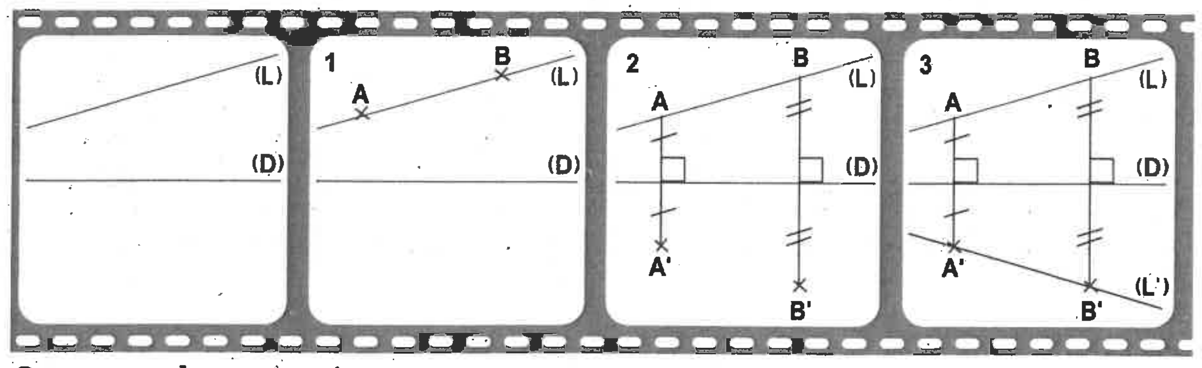
Traduction mathématique

Données : Les points A, B et M sont alignés.
A', B' et M' sont leurs symétriques respectifs par rapport à (D).

Conclusion : A', B' et M' sont alignés.

Construction du symétrique d'une droite

FILM DE CONSTRUCTION



Programme de construction

1 - Marquer deux points A et B sur la droite (L).

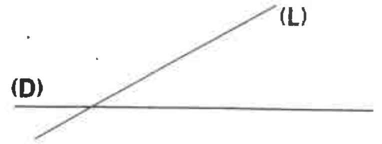
2 - Construire les points A' et B', symétriques des points A et B par rapport à (D).

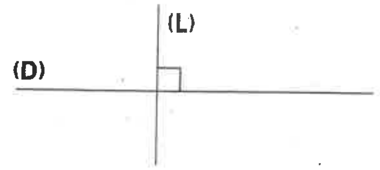
3 - Tracer la droite (L') passant par les points A' et B'.

Activité

Pour construire de la façon la plus performante

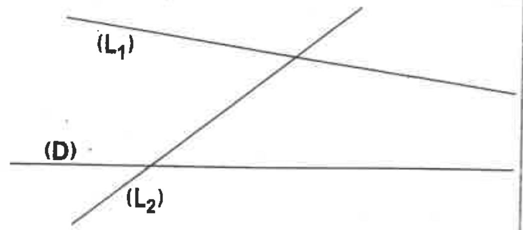
Dans les cas de figure ci-dessous, pour construire la droite (L') symétrique de (L) par rapport à (D) de la façon la plus performante, comment peux-tu procéder ?





EXERCICES

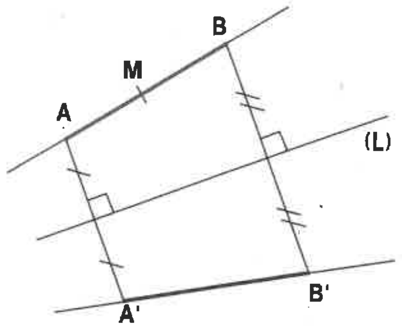
2.a Redessine la figure ci-contre.
Construis les symétriques (L'_1) et (L'_2) des droites (L_1) et (L_2) par rapport à la droite (D) en construisant seulement les symétriques de deux points de la figure.



2.b À main levée, trace deux droites sécantes (L) et (D).
Puis, trace la droite (L') symétrique de (L) par rapport à (D).

2.2 SEGMENTS SYMÉTRIQUES

Activité

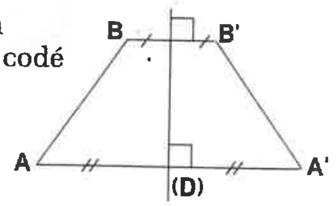


Les points A et B ont pour symétriques respectifs par rapport à (L) les points A' et B'.
M appartient au segment [AB].
À quel segment appartient M' symétrique de M par rapport à (L) ?
Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à (L).
Vérifie qu'ils ont la même longueur.
Quelles autres égalités de longueurs peut-on encore vérifier ?
On admet les propriétés suivantes :

PROPRIÉTÉS

Lorsque les points A et B ont pour symétriques par rapport à une droite (D) les points A' et B', les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à (D).
Deux segments symétriques par rapport à une droite ont la même longueur.

Traduction par dessin codé

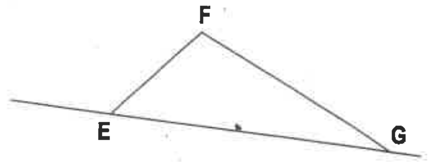


Traduction mathématique

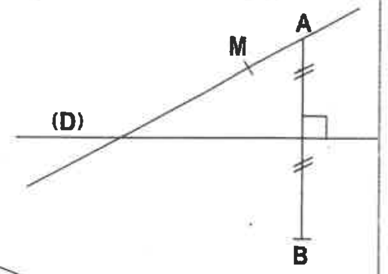
Données : Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à (D).
Conclusion : AB = A'B'

EXERCICES

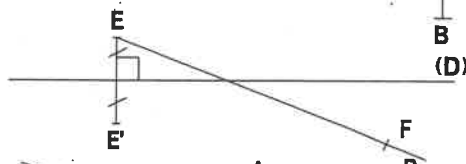
2.c Redessine le triangle EFG ci-contre.
En utilisant la règle non graduée et le compas, construis le symétrique de ce triangle par rapport à (EG).



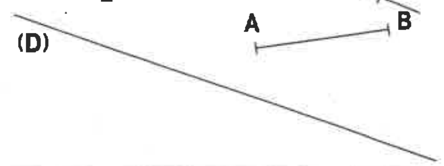
2.d Redessine la figure ci-contre. En utilisant la règle non graduée et le compas, construis le symétrique du point M par rapport à (D).



2.e Redessine la figure ci-contre. En utilisant la règle non graduée et le compas, construis le symétrique du point F par rapport à (D).

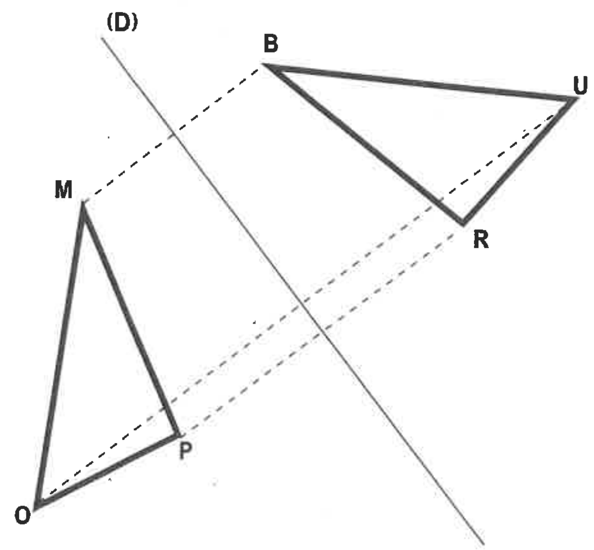


2.f Redessine la figure ci-contre.
À main levée, trace le symétrique [A'B'] du segment [AB] par rapport à (D).



2.3 ANGLES SYMÉTRIQUES

Activité



Les points M, P et O ont pour symétriques respectifs par rapport à (D) les points B, R et U.
Les angles $\widehat{OMP}$ et $\widehat{RBU}$ sont symétriques par rapport à (D).
Comparons leurs mesures.

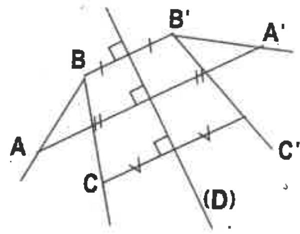
Pour prouver que les angles correspondants de la figure ont la même mesure, fais le raisonnement suivant.

- Les triangles MPO et BRU ont leurs côtés qui sont respectivement de même longueur. Écris les trois égalités de distances et justifie-les.
- Les triangles MPO et BRU sont superposables.
Donne trois égalités de mesures d'angles.

PROPRIÉTÉ

Deux angles symétriques par rapport à une droite ont la même mesure.

Traduction par dessin codé

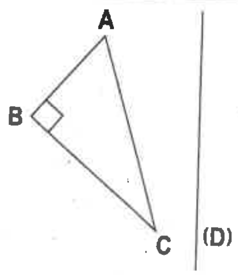


Traduction mathématique

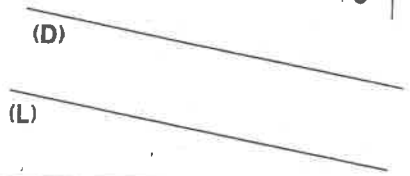
Données : Les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$ sont symétriques par rapport à (D).
Conclusion : mes $\widehat{ABC}$ = mes $\widehat{A'B'C'}$.

EXERCICES

2.g Redessine la figure ci-contre.
Construis le symétrique A'B'C' du triangle ABC par rapport à (D).
Quelle est la nature du triangle A'B'C' ?



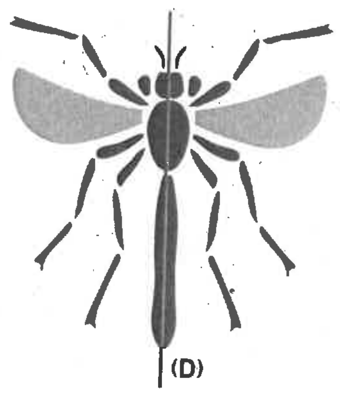
2.h Les droites (D) et (L) sont parallèles.
Construis (L') symétrique de (L) par rapport à (D).
Que peux-tu dire des droites (L) et (L') ? Justifie.



3 Figures admettant un axe de symétrie

3.1 AXE DE SYMÉTRIE

Activité



Reproduis la figure ci-contre sur du papier transparent.

Plie ton calque suivant la doite (D), tu constates que les différentes parties de la figure se superposent.

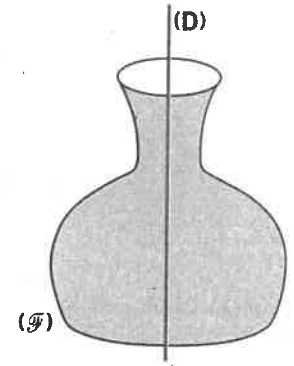
La droite (D) est l'**axe de symétrie** de la figure.

Chaque point de la figure a pour symétrique par rapport à (D) un point de la figure.

La figure est son propre symétrique par rapport à (D).

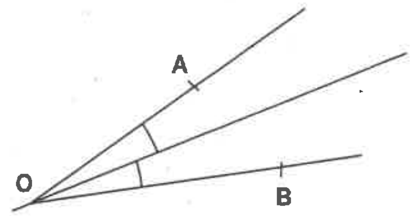
DÉFINITION

Une droite (D) est un axe de symétrie d'une figure ($\mathcal{F}$). Cela signifie que chaque point de ($\mathcal{F}$) a pour symétrique par rapport à (D) un point de ($\mathcal{F}$).



Une droite (D) est un axe de symétrie pour une figure ($\mathcal{F}$)	signifie que	chaque point de ($\mathcal{F}$) a pour symétrique par rapport à (D) un point de ($\mathcal{F}$)

Activité

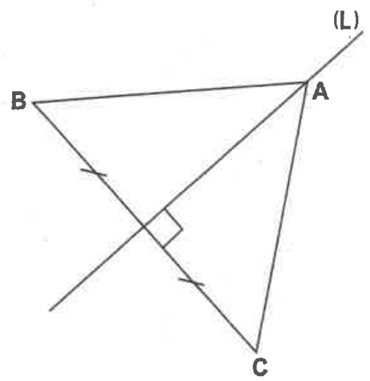


Axe de symétrie d'un angle

Quelle droite a-t-on appris à construire par pliage pour partager un angle en deux angles de même mesure ?

Trace un angle $\widehat{AOB}$ puis construis l'axe de symétrie de cet angle.

Activité



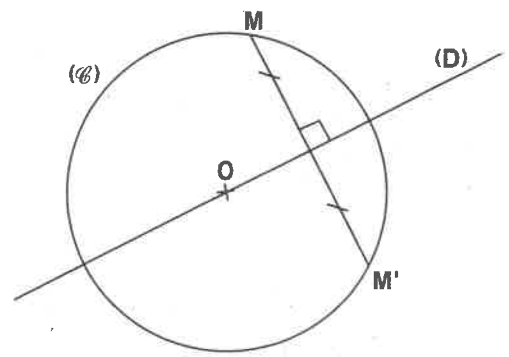
Construire un triangle admettant un axe de symétrie

On veut construire un triangle ABC admettant un axe de symétrie (L).

Explique pourquoi un sommet du triangle est obligatoirement un point de la droite (L).

Décidons de construire la figure avec l'axe (L) passant par A.
Que représente (L) pour le côté [BC] ?
Quelle est la nature du triangle ABC ?

Activité



Axe de symétrie d'un cercle

Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et une droite (D) passant par O.

Marque un point M quelconque sur le cercle ($\mathscr{C}$).

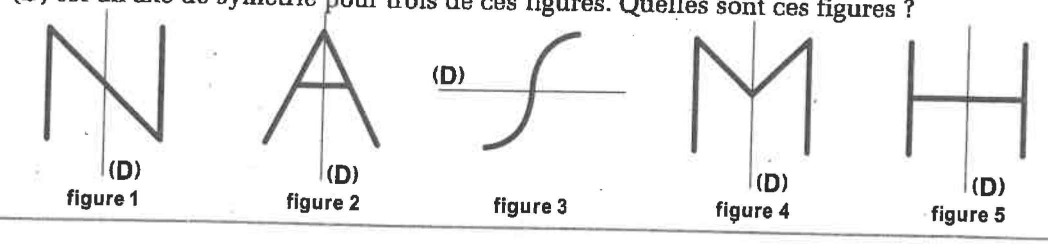
Justifie que son symétrique M' par rapport à (D) est aussi un point du cercle ($\mathscr{C}$).

Que représente (D) pour ($\mathscr{C}$) ?

Peux-tu tracer d'autres axes de symétrie du cercle ($\mathscr{C}$) ?

EXERCICES

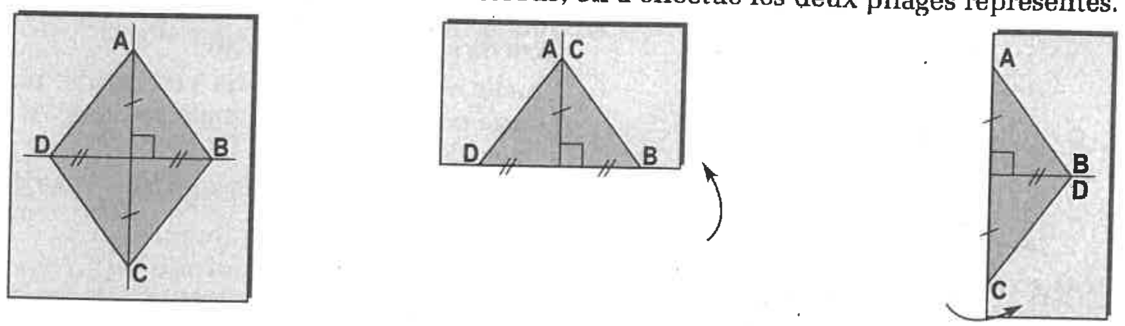
3.a (D) est un axe de symétrie pour trois de ces figures. Quelles sont ces figures ?



3.2 LOSANGE

Activité

Avec le quadrilatère ABCD donné ci-dessous, on a effectué les deux pliages représentés.



Que peux-tu en déduire pour ce quadrilatère ABCD ?

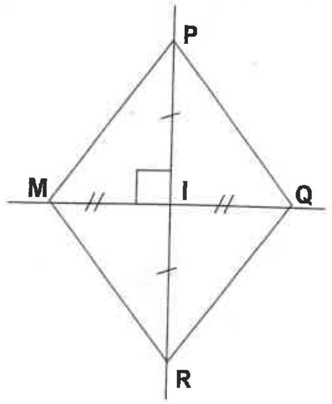
REMARQUE

Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires, admet pour axe de symétrie les supports de ces diagonales.

DÉFINITION

Un losange est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires.

Traduction par dessin codé



En utilisant la définition et la remarque

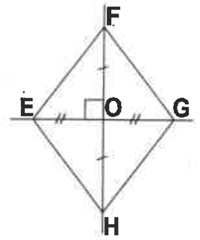
Données : (PR) et (MQ) sont des axes de symétrie du quadrilatère MPQR.
Conclusion : MPQR est un losange.

Données : MPQR est un losange.
Conclusion : (PR) et (MQ) sont des axes de symétrie du quadrilatère MPQR.

PROPRIÉTÉ

Un losange est un parallèlogramme.

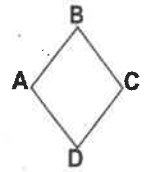
Activité



Justifie que le losange EFGH a ses côtés de même longueur.

PROPRIÉTÉ

Les côtés d'un losange ont la même longueur.



Traduction mathématique

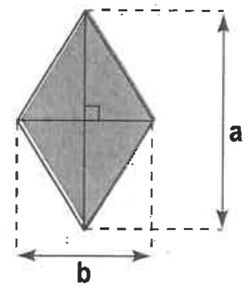
Données : Le quadrilatère ABCD est un losange .
Conclusion : AB = BC = CD = DA.

EXERCICES

3.b Construis un triangle ABC rectangle en C.
Achève la construction du losange ABEF de côté [AB] et de centre C.

3.c Construis un losange dont les longueurs des diagonales sont 7 cm et 6 cm.

3.3 AIRE DU LOSANGE



Aire du losange :

$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times a \times b}$$

EXERCICES

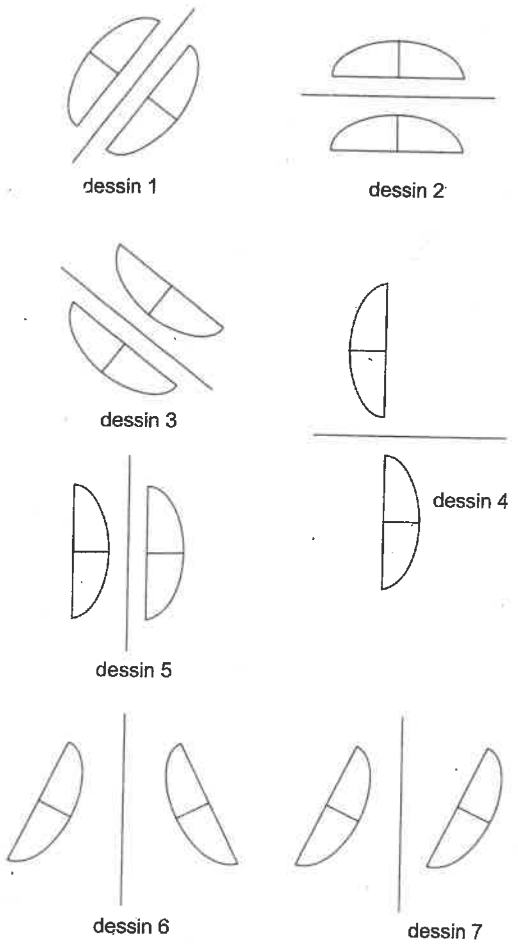
3.d Calcule l'aire d'un losange dont les longueurs des diagonales sont 4 cm et 7,5 cm.

3.e L'aire d'un losange est 25 cm² et une de ses diagonales a pour longueur 8 cm.
Calcule la longueur de l'autre diagonale.

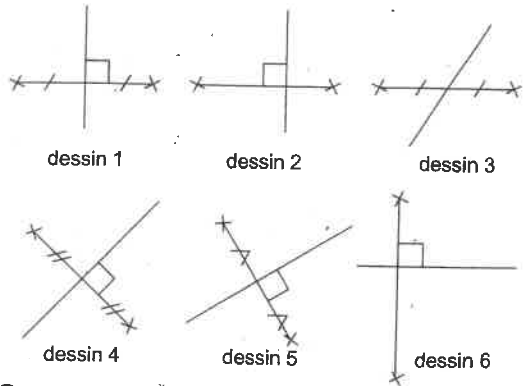
ENTRAINEMENT

1 FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE

1 Parmi les dessins ci-dessous, quels sont ceux qui montrent que deux figures sont symétriques par rapport à la droite tracée ?



2 Parmi les dessins suivants, quels sont ceux qui montrent que deux points sont symétriques par rapport à la droite tracée ?



3 Trace un segment [FU]. Construis la médiatrice (D) de [FU].
Que peux-tu dire des points F et U par rapport à (D) ?
Construis un segment [GH] tel que (D) soit sa médiatrice.
Que peux-tu dire des points G et H par rapport à (D) ?
Marque les points I, milieu de [FU] et J, milieu de [GH].
Quels sont les symétriques de I et J par rapport à (D) ?

4 Trace une droite (D). Marque trois points A, B et C non alignés et n'appartenant pas à (D).
Construis les points M, N et P symétriques respectifs de A, B et C par rapport à (D).

5 Les points A, C, E et F ont pour symétriques respectifs les points N, P, E et S par rapport à une droite (D). Fais une figure.
Que représente la droite (D) pour les segments [AN], [CP] et [FS] ?
Que peux-tu dire du point E ?

6 À main levée :
- trace une droite (D) ;
- marque un point A n'appartenant pas à la droite (D) ;
- marque le point A' symétrique de A par rapport à (D).

7 À main levée :
- trace une droite (D) ;
- marque un point E sur cette droite (D) ;
- marque un point F n'appartenant pas à la droite (D) ;
- trace le segment symétrique de [EF] par rapport à (D).

8 À main levée :
- trace une droite (D) ;
- marque deux points I et H n'appartenant pas à cette droite (D) ;
- trace le segment symétrique de [IH] par rapport à (D).

2 PROPRIÉTÉS DES FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE

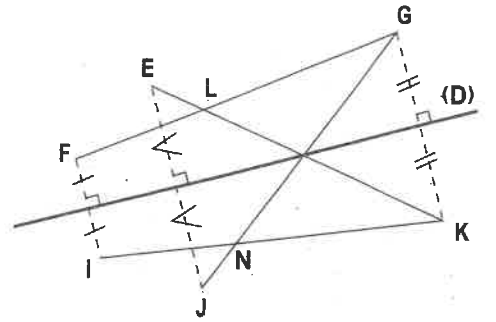
9 Trace une droite (D). Marque trois points alignés E, F et G n'appartenant pas à (D).
Construis les points R, S et T symétriques respectifs des points E, F et G par rapport à (D).
Que peux-tu dire des points R, S et T ?
Justifie ta réponse.

10 Trace une droite (D) et une droite (L) non parallèle à (D).
Construis la droite (L') symétrique de (L) par rapport à (D).
Marque un point M sur la droite (L).
En utilisant la règle et l'équerre, construis le point P symétrique de M par rapport à (D).
Explique ta méthode.

11 On donne deux droites (D) et (L).
Construis la droite (D') symétrique de (D) par rapport à (L) dans chacun des cas suivants :
- le point d'intersection A des droites (D) et (L) est sur la figure ;
- les droites (D) et (L) sont perpendiculaires ;
- les droites (D) et (L) sont parallèles.

12 Trace une droite (D). Marque deux points I et L n'appartenant pas à la droite (D).
Construis les points M et O, symétriques respectifs des points I et L par rapport à (D).
Quel est le symétrique de [IL] ?
Que peux-tu dire de IL et MO ? Justifie ta réponse.

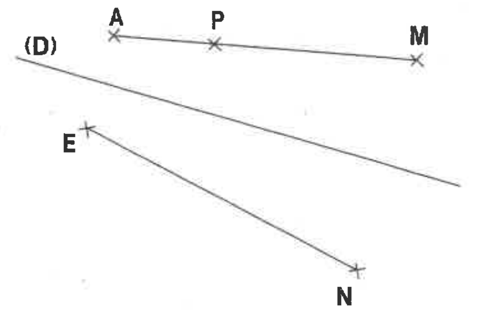
13 On donne la figure ci-dessous.



Quels sont les symétriques respectifs des segments [EK] et [FG] par rapport à (D) ?
Quel est le symétrique du point L par rapport à (D) ? Justifie ta réponse.
Quel est le symétrique du segment [FI] par rapport à (D) ? Justifie ta réponse.
Trouve dans la figure un segment de même longueur que [FJ]. Justifie ta réponse.

14 Trace un segment [ET]. Construis la médiatrice (D) de [ET].
Marque trois points F, O et R appartenant à la droite (D) et n'appartenant pas à [ET].
Cite le symétrique de chaque segment [FE], [OT] et [ER] par rapport à (D).
Que peux-tu dire des triangles EFT, EOT et ERT ? Justifie tes réponses.

15 Reproduis la figure ci-dessous.



Les segments [AM] et [EN] sont symétriques par rapport à (D).

Avec le compas, place le point R, symétrique de P par rapport à (D).
Justifie à l'aide des propriétés qui conviennent.

16 Trace un segment [FG]. Construis la médiatrice (D) de [FG].
Marque un point L tel que L ∈ (D) et L ∉ (FG).
Marque un point I tel que I ∉ (D) et I ∈ [FL].
Trace le segment [LG].
En utilisant le compas, construis le point J symétrique du point I par rapport à (D).

Les exercices 17, 18 et 19 sont liés.

17 Trace un triangle ABC. Construis le point E symétrique de A par rapport à (BC).
Justifie que les points A et E sont des points communs à deux cercles dont tu préciseras les centres.

18 E, F et G sont trois points non alignés.
Avec le compas, construis le point I symétrique du point G par rapport à la droite (EF). Justifie.

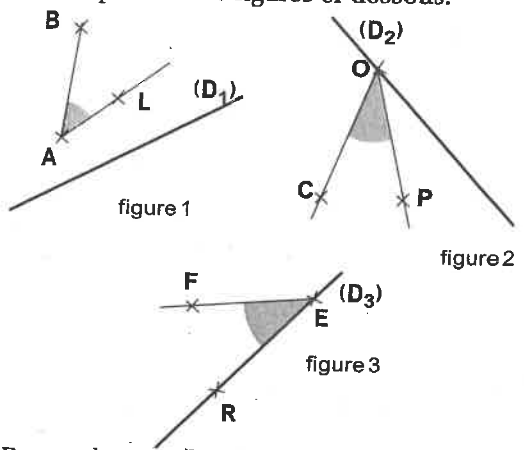
19 Trace une droite (D). Marque un point U n'appartenant pas à (D).
Avec le compas, construis le point U' symétrique de U par rapport à (D). Justifie.

20 Trace un triangle ABC isocèle en A. Trace une droite (D) extérieure au triangle ABC.
Construis le triangle A'B'C' symétrique du triangle ABC par rapport à (D).
Quelle est la nature du triangle A'B'C' ? Justifie.

21 Trace un triangle équilatéral EFG. Trace une droite (D) extérieure au triangle EFG.
Construis le triangle E'F'G' symétrique du triangle EFG par rapport à (D).
Quelle est la nature du triangle E'F'G' ? Justifie.

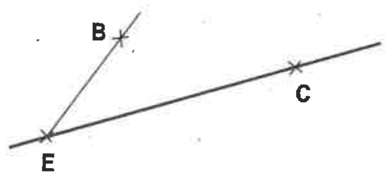
22 Trace un triangle MPS rectangle en P. Trace une droite (D) extérieure au triangle MPS.
Construis le triangle M'P'S' symétrique du triangle MPS par rapport à (D).
Quelle est la nature du triangle M'P'S' ? Justifie.

23 Reproduis les figures ci-dessous.



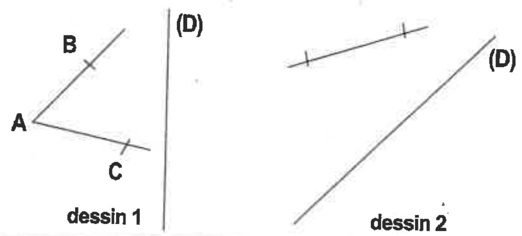
Pour chaque figure, construis l'angle symétrique de l'angle donné par rapport à la droite donnée.

24 Reproduis la figure ci-dessous.

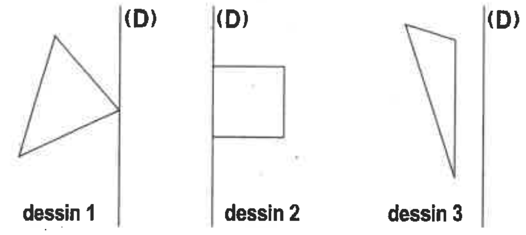


Construis le point S, symétrique de B par rapport à (EC).
Que peux-tu dire des mesures des angles $\widehat{BEC}$ et $\widehat{SEC}$? Justifie ta réponse.
Que représente la droite (EC) pour l'angle $\widehat{BES}$?

25 À main levée :
- reproduis les dessins ci-dessous ;
- trace le symétrique de chaque figure par rapport à (D).

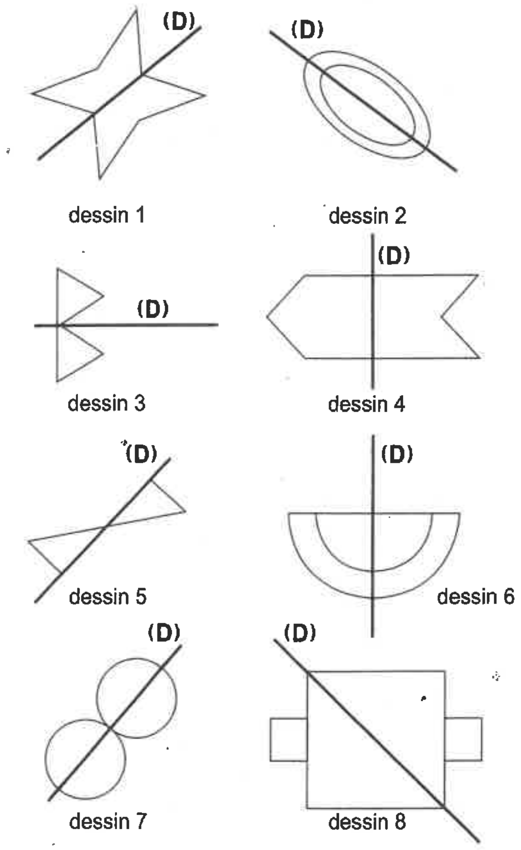


26 À main levée :
- reproduis les dessins ci-dessous ;
- trace le symétrique de chaque figure par rapport à (D).

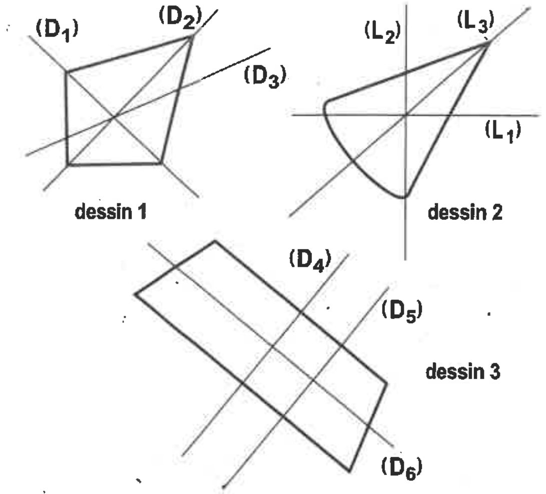


3 FIGURES ADMETTANT UN AXE DE SYMÉTRIE

27 Pour cinq dessins ci-dessous, la droite (D) est axe de symétrie de la figure correspondante.
Quels sont ces dessins ?



28 Dans chacun des dessins ci-dessous, l'une des droites tracées est axe de symétrie de la figure proposée. Pour chaque dessin, cite l'axe de symétrie.



29 Redessine (en plus grand) les lettres majuscules suivantes ;
A ; C ; D ; M ; T ; U ; V ; W ; X.
Pour chacune d'elles, trace un axe de symétrie.

30 Construis un triangle équilatéral FIL. Trace ses axes de symétrie.

31 Construis un rectangle RSTU. Trace les deux axes de symétrie de ce rectangle.

32 Construis un carré EFGH. Trace les quatre axes de symétrie de ce carré.

33 Construis un cercle de centre A. Trace un axe de symétrie de ce cercle.
Combien pourrais-tu tracer d'axes de symétrie pour ce cercle ?

34 Construis un losange REFI dont les diagonales [RF] et [EI] ont respectivement pour longueurs 6 cm et 4 cm.

35 Trace un segment [AE]. Construis la médiatrice (D) de ce segment [AE].
(D) coupe le segment [AE] en O. Marque le point O.

Place deux points M et R sur (D) tel que O soit le milieu de [MR]. Quelle est la nature du quadrilatère MARE ? Justifie.

36 Trace deux segments [CE] et [SO] tels que les supports de ces segments soient perpendiculaires et que ces segments aient le même milieu. Quelle est la nature du quadrilatère COES ? Justifie.

37 Calcule le périmètre d'un losange dont les côtés ont pour longueur 11 m.

38 Calcule la longueur des côtés d'un losange dont le périmètre est 124 m ?

39 Complète le tableau ci-dessous.

Longueur d'une diagonale	Longueur de l'autre diagonale	Aire
36 cm	12 cm	
	4 cm	32 cm²
8 cm		24 cm²

40 À main levée :
- reproduis les figures ci-dessous ;
- trace le (ou les) axe(s) de symétrie de chacune de ces figures.

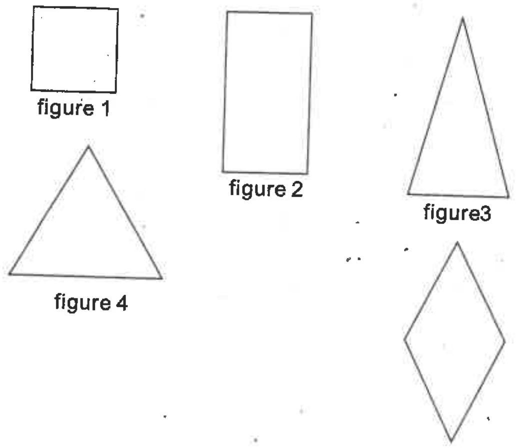
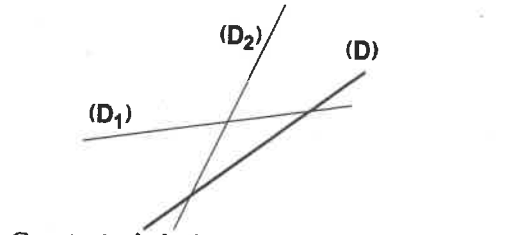


figure 1 figure 2 figure3 figure 4 figure 5

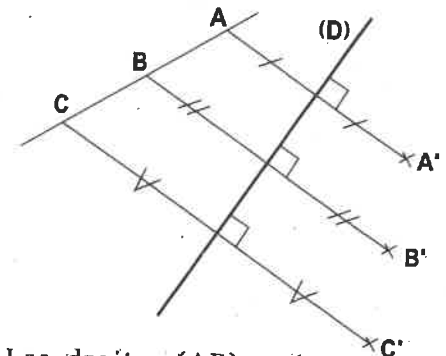
APPROFONDISSEMENT

41 Reproduis la figure suivante.



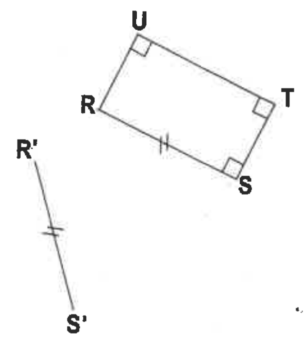
Construis de la façon la plus performante les droites (D'_1) et (D'_2) symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à la droite (D). Rédige ton programme de construction.

42 On donne la figure ci-dessous.



Les droites (AB) et (B'C') sont-elles symétriques par rapport à (D) ?
Les segments [AB] et [B'C'] sont-ils symétriques par rapport à (D) ?
Les segments [AB] et [B'A'] sont-ils symétriques par rapport à (D) ?
Les demi-droites [AB) et [B'A') sont-elles symétriques par rapport à (D) ?
Les demi-droites [AB) et [A'C') sont-elles symétriques par rapport à (D) ?
Justifie tes réponses.

43 Reproduis la figure ci-dessous.



Les segments [RS] et [R'S'] sont symétriques par rapport à une droite (D) effacée. Sans tracer la droite (D), termine la construction du quadrilatère R'S'T'U' symétrique du rectangle RSTU par rapport à (D).
Explique ta méthode.

44 Trace un segment [BT]. Place son milieu U.
Trace la perpendiculaire à (BT) passant par U.
Marque un point A distinct de U sur cette perpendiculaire.
Quelle est la nature du triangle BAT ?
Que représente la droite (AU) pour ce triangle ?

45 Construis un triangle RES isocèle en E.
Construis l'axe de symétrie de ce triangle.
Que représente cet axe de symétrie pour le segment [RS] ? pour l'angle $\widehat{E}$?

46 Construis un triangle AUL rectangle en U.
Construis le point R, symétrique de L par rapport à la droite (AU).
Quelle est la nature du triangle ALR ?
Justifie ta réponse.

Les exercices 47 et 48 sont liés.

47 Construis un triangle ABC isocèle en A tel que mes $\widehat{A}$ = 80° et la longueur du côté [AB] soit 5 cm.
Construis l'axe de symétrie (D) de ce triangle.
Construis le point E symétrique de A par rapport à (BC).
Justifie que le point E appartient à (D).
Que représente la droite (D) pour le quadrilatère ABEC ?
Que représente la droite (BC) pour le quadrilatère ABEC ?
Quelle est la nature du quadrilatère ABEC ?
Justifie.

48 Construis un losange CORE dont le côté a 5 cm de longueur et dont l'angle $\widehat{O}$ mesure 50°.
Quelle est le mesure de l'angle $\widehat{E}$?

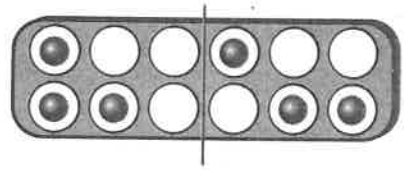
49 On veut construire un losange ABCD dont les côtés ont pour longueur 5 cm et dont la diagonale [BD] a pour longueur 3 cm.
Fais une esquisse. Réalise la construction et explique ta méthode.

50 En utilisant le centimètre comme unité de longueur, construis un triangle AOB tel que mes $\widehat{O}$ = 100°,
OB = 4 et mes $\widehat{B}$ = 30°.
Construis le point A' symétrique du point A par rapport à la droite (OB).
Quel est le symétrique du triangle AOB par rapport à la droite (OB) ?
Quelle est la nature du triangle ABA' ?
Justifie ta réponse.
Quels sont les angles de la figure qui ont pour mesure 100° ?
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABA'}$?

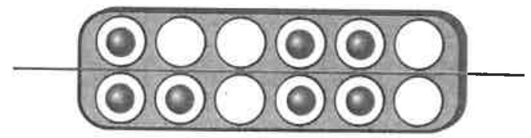
AWALÉ

Les dessins 1 et 2 ci-dessous représentent des awalés à douze trous ayant un pion dans certains trous.

51 Quel est le plus petit nombre de pions à ajouter à la figure pour que la droite tracée soit son axe de symétrie ?


dessin 1

52 Quel est le plus petit nombre de pions à enlever à la figure pour que la droite tracée soit son axe de symétrie ?


dessin 2

Exercice de synthèse

53 **I - Jeux sur damier.**

Chaque case du damier 8 × 8 ci-dessous est repérée par une lettre désignant sa colonne et un chiffre désignant sa ligne. Par exemple, la position d'un pion placé dans la case colonne b - ligne 4, est codé b4.

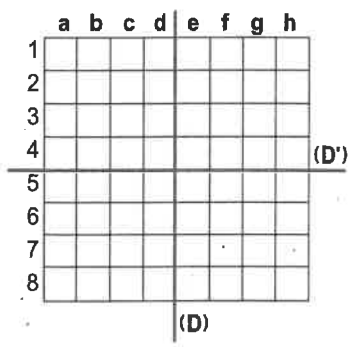
Sur ce damier, on place un pion rouge, un pion vert et un pion bleu dont les positions respectives sont codées : c3, g1, e7.

1° Le jeu n° 1 consiste à faire prendre à chaque pion trois positions successives :

- la position initiale
- la position intermédiaire qui est la position symétrique, par rapport à la droite (D), de la position initiale
- la position finale qui est la position symétrique, par rapport à la droite (D'), de la position intermédiaire.

Sur le damier, pour chacun des trois pions, et en respectant les couleurs :

- Marque par le signe ● la position initiale ;
- Marque par le signe ❇ la position intermédiaire ;
- Marque par le signe ○ la position finale.



- Complète le tableau 1.

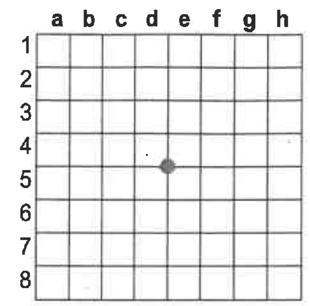
Position initiale	c3	g1	e7
Position intermédiaire			
Position finale			

2° On reprend le même damier avec les mêmes pions, le jeu n° 2 consiste à faire prendre à chaque pion deux positions :

- la position initiale
- la position finale qui est la position symétrique, par rapport au centre du damier (marqué en rouge sur le damier), de la position initiale.

Sur le damier, pour chacun des trois pions, et en respectant les couleurs :

- Marque par le signe ● la position initiale ;
- Marque par le signe ○ la position finale.



- Complète le tableau 2.

Position initiale	c3	g1	e7
Position finale			

Que constates-tu en examinant les positions finales de chacun des trois pions dans les tableaux 1 et 2 ?

II - Constructions successives de figures symétriques par rapport à deux droites perpendiculaires.

On donne deux droites (D) et (D') perpendiculaires en I.

M est un point n'appartenant ni à (D), ni à (D').

Construis :

- le point N, symétrique de M par rapport à (D).
- le point P, symétrique de N par rapport à (D').

Que semble être le point P pour le point M ? Vérifie ta constatation.

8

Pavés et cylindres droits

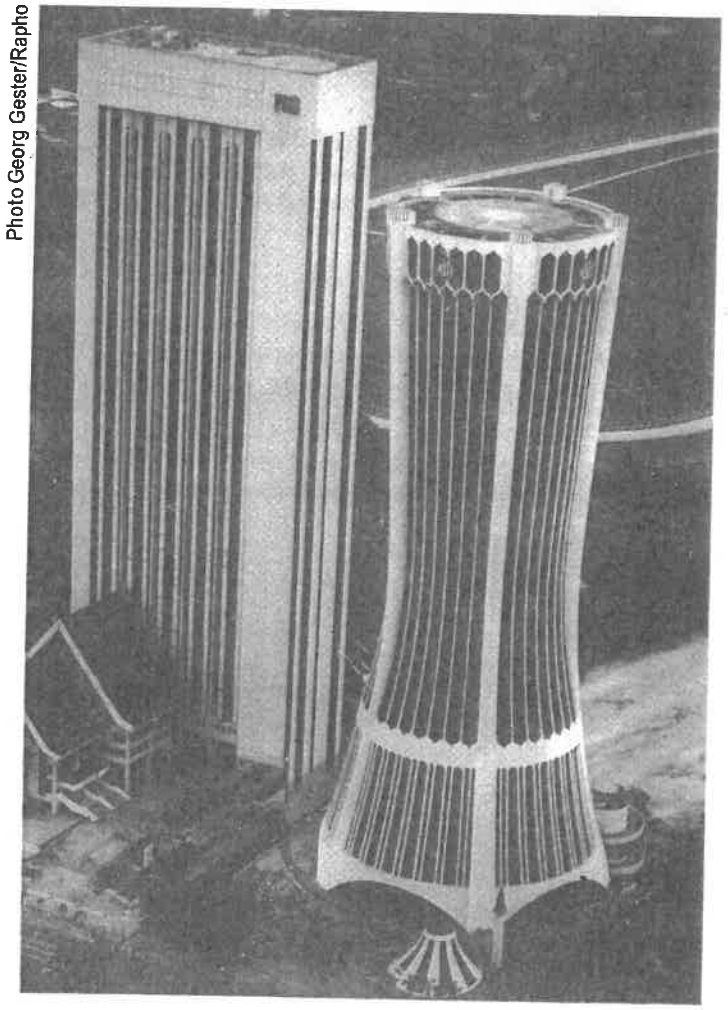


Photo Georg Gester/Rapho

SOMMAIRE

1 Pavé droit - Cube

1.1 OBSERVATION ET DESCRIPTION

Une boîte en carton contenant un tube de dentifrice a habituellement la forme d'un **pavé droit.**

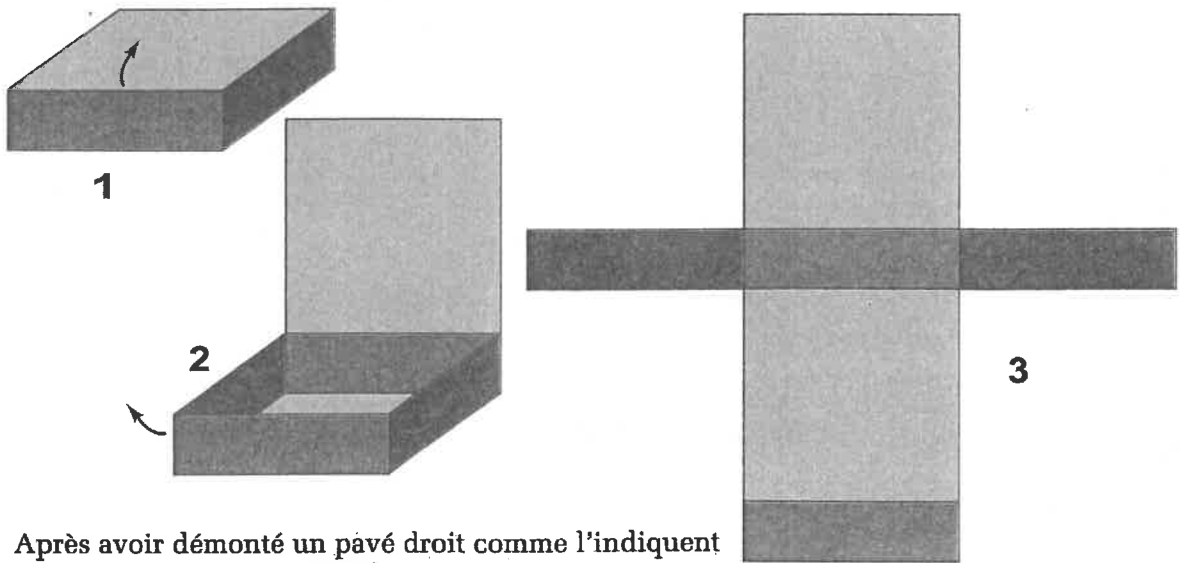
Combien un pavé droit a-t-il de **faces** ?
Quelle est leur forme ?

Combien un pavé droit a-t-il d'arêtes ?
de **sommets** ?

Deux faces qui n'ont pas d'arête commune sont des **faces opposées.**

1.2 PATRON D'UN PAVÉ DROIT

Réalisation d'un patron



Après avoir démonté un pavé droit comme l'indiquent les figures ci-dessus, nous obtenons un **patron** ou **développement** de ce pavé (figure 3). Reconnais sur ce patron :

- 2 faces opposées du pavé,
- 2 segments qui se superposent au montage pour constituer une arête du pavé,
- 3 points qui se superposent au montage pour constituer un sommet du pavé.

EXERCICE

1.a Quelle est parmi ces trois figures celle qui est un patron de pavé droit ?

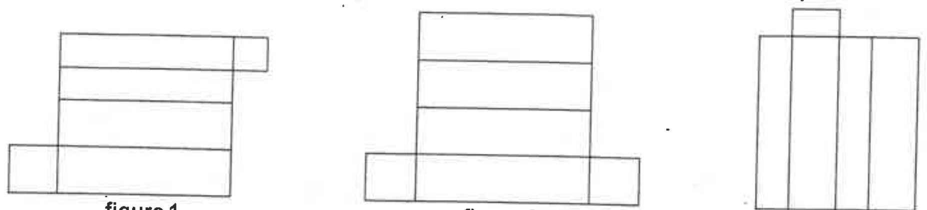
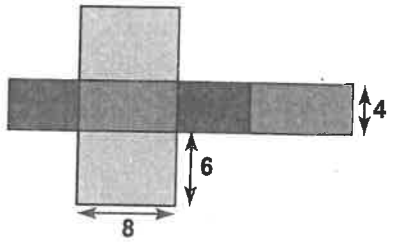


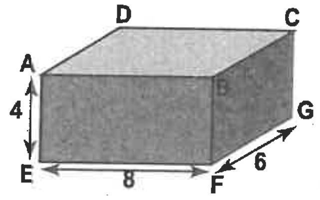
figure 1 figure 2 figure 3

Réalisation d'un solide



Dessine un patron permettant de réaliser un pavé droit dont les arêtes ont respectivement pour longueurs 4 cm, 6 cm et 8 cm.

Plie le patron de façon à réaliser le pavé droit.
(L'assemblage se fera soit en employant du papier collant soit en prévoyant des languettes de collage.)



Nomme les sommets de ton pavé comme sur le dessin ci-contre, le sommet caché étant désigné par H.

Ce pavé est nommé ABCDEFGH.

Les arêtes [AB], [AD] et [AE] ont respectivement comme longueur 8 cm, 6 cm et 4 cm.

Quelles sont les longueurs des arêtes de la face BCGF ?

1.3 POSITION DES ARÊTES ET DES FACES D'UN PAVÉ DROIT

Faces et sommets

Les sommets A, B et E appartiennent-ils à une même face ? et les sommets E, B, D ?
Même question pour les sommets E, H, C ? et D, H, G ?
Cite les trois faces auxquelles appartient le sommet B, puis les trois faces auxquelles appartient le sommet H.

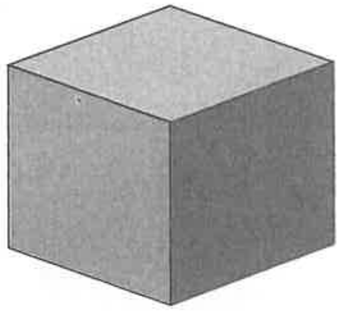
Faces et arêtes

Les segments [AE] et [AD] sont-ils deux arêtes d'une même face ?
Même question pour les segments [BF] et [DC], pour les segments [AB] et [GF], pour les segments [HG] et [EF].
Cite les deux faces ayant [BF] pour arête commune puis les deux faces ayant [GH] pour arête commune.

Arêtes d'une même face

La face ABFE est un rectangle : les droites (BF) et (AE) sont parallèles; les droites (AB) et (AE) sont perpendiculaires.
Cite : - deux autres supports d'arêtes parallèles,
- deux autres supports d'arêtes perpendiculaires.

1.4 CUBE



Les arêtes du pavé droit dessiné ci-contre ont toutes la même longueur.
Quelle est, en réalité, la forme de chaque face ?
Comment nomme-t-on un tel pavé?

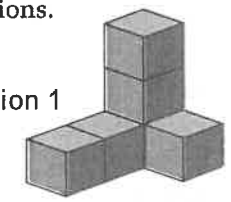
DÉFINITION

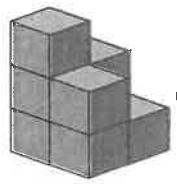
Un cube est un pavé droit dont les arêtes ont la même longueur.

EXERCICE

1.b Les constructions ci-dessous ont été obtenues en empilant des cubes dont les arêtes ont la même longueur. Trouve combien de cubes ont été empilés pour chacune de ces constructions.

construction 1





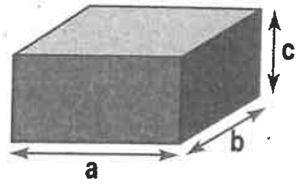
construction 2

1.5 VOLUME D'UN PAVÉ DROIT

Activité

On a dessiné ci-contre un empilage de cubes dont les arêtes ont une longueur de 1 cm.
Combien de cubes a-t-on empilés ?
Quel est le volume, exprimé en centimètres cube, du pavé droit ainsi obtenu ?
Quelles sont les longueurs de ses arêtes ?
Comment peux-tu calculer le volume de ce pavé ?

Formule



Désignons par :
- **a, b, c** les longueurs des arêtes d'un pavé.
- $\mathcal{V}$ le volume de ce pavé.

$$\boxed{\mathcal{V} = a \times b \times c}$$

Base - Faces latérales

La face sur laquelle repose un pavé droit ainsi que la face opposée sont souvent appelées **bases** de ce pavé. Les quatre autres faces sont alors appelées **faces latérales** ; ces quatre faces latérales forment la **surface latérale** du pavé. Une arête qui n'est pas contenue dans l'une des bases est appelée **hauteur** du pavé droit.
Explique pourquoi l'on dit, en faisant un abus de langage, que le volume est égal au produit de l'aire de base par la hauteur.

EXERCICES

1.c Calcule le volume d'une caisse en bois dont les arêtes ont des longueurs de 1 m, 75 cm et 50 cm . Exprime ce volume en dm^3.

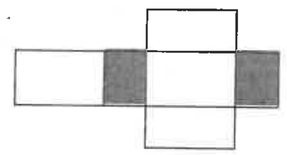
1.d Un conteneur d'un volume de 94,5 m^3 a des arêtes de 7 m et 3 m.
Calcule la troisième dimension de ce conteneur.

1.e Calcule le volume d'un conteneur cubique de 5 m d'arête.

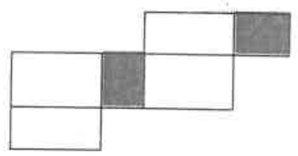
1.6 CALCULS D'AIRES

Activité 1

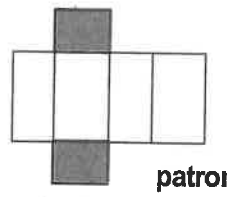
La caisse de bois dont on parle dans l'exercice 1.c repose sur une face dont les arêtes ont moins de 1 m de longueur. Calcule l'aire de la surface latérale de cette caisse.
On a dessiné ci-dessous trois patrons de la caisse dans laquelle les bases sont colorées.
Un de ces patrons donne l'idée d'une méthode de calcul de l'aire latérale. Lequel ?
Quelle est cette méthode ?



patron 1



patron 2



patron 3

Activité 2

On désigne par c la longueur des arêtes d'un cube et par $\mathcal{V}$ son volume. Trouve la formule permettant de calculer l'aire totale du cube.

2 Cylindre droit

2.1 OBSERVATION ET DESCRIPTION

Une boîte métallique contenant du lait concentré a généralement la forme d'un **cylindre droit**.

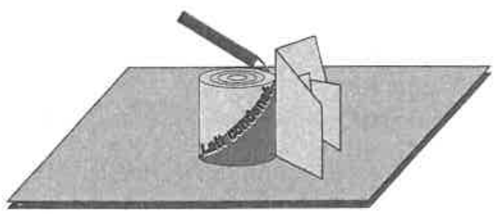
Un cylindre droit a deux bases qui sont des disques superposables.

L'étiquette de la boîte est collée sur la surface latérale du cylindre.

2.2 PATRON D'UN CYLINDRE DROIT

Réalisation d'un patron

Comme il n'est pas question de démonter une boîte métallique, on peut obtenir le patron de la boîte de lait par empreintes. L'empreinte des bases ne pose aucune difficulté.

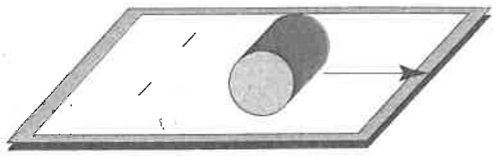


Pour obtenir l'empreinte de la surface latérale, on procède comme suit :

Marquer un segment sur cette surface en employant une "double équerre" ; elle s'obtient en pliant deux fois une feuille de papier (voir chapitre 1).

On trace ainsi une **hauteur** du cylindre.

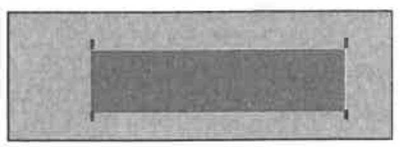
Coucher la boîte sur une feuille de papier de façon que la hauteur tracée soit en contact avec la feuille.



Marquer sur la feuille, deux points correspondant aux extrémités de cette hauteur.

Faire tourner la boîte sans la faire glisser jusqu'à ce qu'elle ait fait un tour complet.

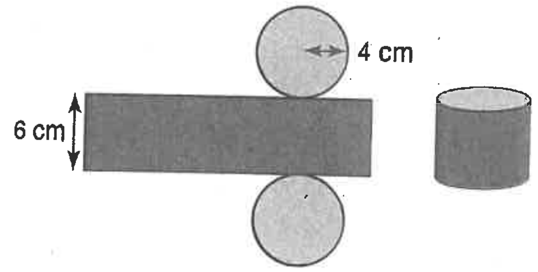
Marquer alors sur la feuille deux points correspondant aux extrémités de la hauteur tracée.



Les quatre points obtenus sur la feuille sont les sommets d'une figure géométrique connue, qui est le patron de la surface latérale du cylindre.

Comment, connaissant le rayon du disque de base et la mesure de la hauteur du cylindre, peut-on calculer les longueurs de l'empreinte de la surface latérale ?

Réalisation d'un solide



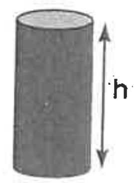
Dessine un patron d'un cylindre droit ayant pour base un disque de rayon 4 cm et une hauteur de 6 cm. Prévois des languettes de collage (ou du papier collant) et réalise ce cylindre.

2.3 AIRES - VOLUME D'UN CYLINDRE DROIT

Calculs d'aires

Calculer l'aire de la surface latérale d'un cylindre revient à calculer l'aire d'un rectangle.
Comment peut-on obtenir les dimensions de ce rectangle ?
Calcule une valeur approchée de l'aire de la surface latérale d'un cylindre droit de 4 cm de rayon et 6 cm de hauteur, (prends $\pi \approx 3{,}14$).

Volume



Désignons par :
$\mathcal{B}$ l'aire de la base d'un cylindre droit,
h la hauteur de ce cylindre,
$\mathcal{V}$ le volume de ce cylindre.

$$\boxed{\mathcal{V} = \mathcal{B} \times \mathbf{h}}$$

Calcule une valeur approchée du volume d'un cylindre droit de 8 cm de haut et de 5 cm de rayon (prends $\pi \approx 3{,}14$).

EXERCICES

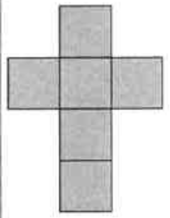
2.g Un cylindre de 40 cm de haut a une aire latérale de 62,8 dm².
a) Calcule une valeur approchée du rayon de ce cylindre (prends $\pi \approx 3{,}14$).
b) Calcule une valeur approchée du volume de ce cylindre.

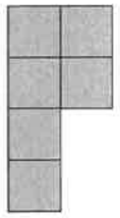
2.h Un cylindre de 10 cm de rayon a un volume de 1550 cm³. Calcule une valeur approchée de la hauteur de ce cylindre (prends $\pi \approx 3{,}1$).

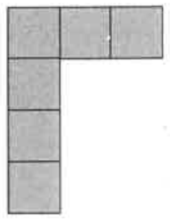
ENTRAINEMENT

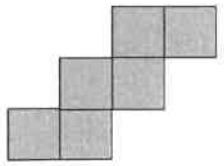
1 PAVÉ DROIT

1 Quelles sont parmi les figures suivantes celles qui sont des patrons de cubes ?


patron 1


patron 2

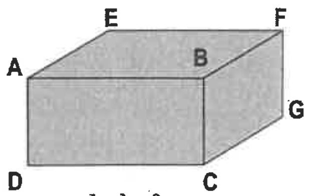

patron 3


patron 4

2 Dessine un patron d'un pavé droit dont les arêtes ont pour longueurs 7 cm ; 5 cm et 3 cm.

3 Dessine un patron d'un cube de 5 centimètres d'arête.

4 Le dessin ci-dessous est une représentation d'un pavé droit ABCDEFGH.



Cite :
- le quatrième sommet de la face contenant les sommets A, D, E ;
- un sommet n'appartenant pas à une même face que les sommets E, F ;
- une face ayant pour arête le segment [HG] ;
- une arête non contenue dans la face ayant pour sommets A, E, H.

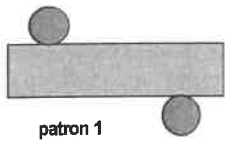
5 Calcule le volume d'une règle (en forme de pavé droit) dont les arêtes ont pour longueurs respectives 1 cm ; 1cm et 31 cm.

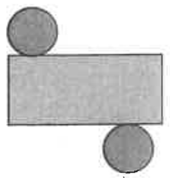
6 Calcule le volume d'une boîte cubique de 2,5 dm d'arête.

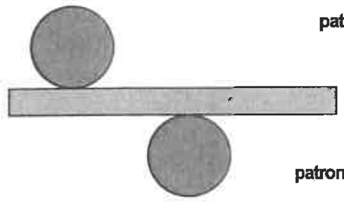
7 Le volume d'une boîte cubique est 0,125 dm³.
Parmi les longueurs ci-dessous, l'une est celle de l'arête. Laquelle ?
5 mm ; 5 cm ; 5 dm

2 CYLINDRE DROIT

8 Un des patrons proposés ci-dessous est un patron de cylindre droit. Lequel ?


patron 1


patron 2

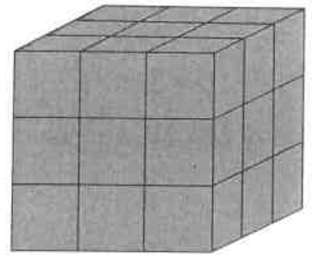

patron 3

9 Une cuve cylindrique a un rayon de 0,9 m et une hauteur de 2,1 m.
Calcule une valeur approchée, exprimée en dm³, du volume de cette cuve (prends $\pi \approx 3,1$).

10 On veut construire une citerne cylindrique dont la capacité est d'environ 2 000 litres (rappel : 1l = 1 dm³).
Le diamètre de cette citerne est de 90 cm.
Calcule une valeur approchée, exprimée en mètres, de la hauteur de cette citerne (prends $\pi \approx 3,1$).

APPROFONDISSEMENT

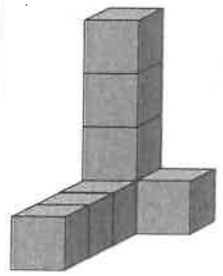
11 Un cube est composé de petits cubes comme l'indique la figure ci-dessous.
Trouve le nombre total de petits cubes. On peint extérieurement toutes les faces de ce gros cube.

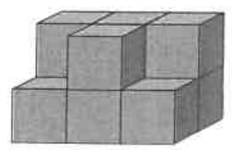


Trouve le nombre de petits cubes :
- n'ayant aucune face peinte ?
- ayant une face peinte ?
- ayant deux faces peintes ?
- ayant trois faces peintes ?
- ayant quatre faces peintes ?

12 Dessine trois patrons différents d'une boîte cubique sans couvercle.

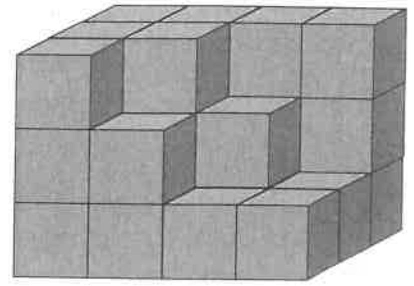
13 Donne le nombre de cubes de chacune des constructions suivantes ?


construction 1


construction 2

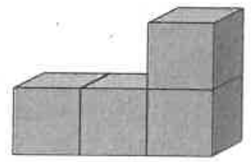
Quel est, pour chaque construction, le plus petit nombre de cubes qu'il faut ajouter pour obtenir un pavé droit ?

14 Quel est le plus petit nombre de cubes qu'il faut ajouter à la construction suivante pour obtenir un pavé droit ?

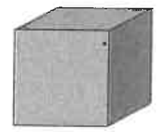


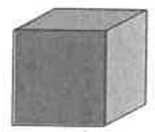
Quel est le plus petit nombre de cubes qu'il faut ajouter à cette construction pour obtenir un gros cube ?

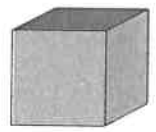
15 Présente trois autres manières d'assembler les quatre cubes suivants de façon à ce que chaque cube ait une face commune avec un autre cube.
Exemple :

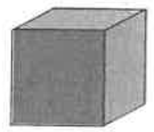


16 Les six faces du cube du dessin 1 sont coloriées avec des couleurs différentes.
Les dessins 2, 3 et 4 sont-ils d'autres positions du cube du dessin 1 ?


dessin 1


dessin 2

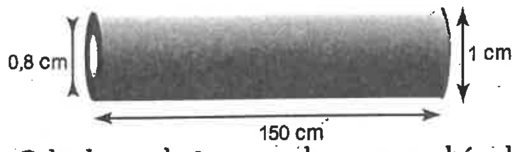

dessin 3


dessin 4

17 Le croquis annoté ci-après représente un tube de cuivre utilisé pour conduire du gaz à un fourneau.

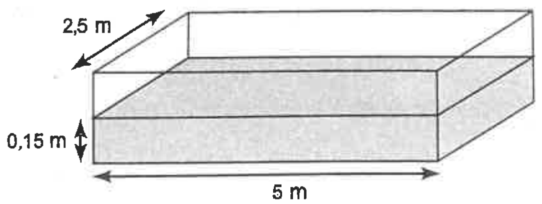
EXERCICES

L'intérieur et l'extérieur de ce tube sont de forme cylindrique. Son diamètre intérieur est 0,8 cm et son diamètre extérieur 1 cm.
Il a une longueur de 1,5 m.



Calcule en dm³, une valeur approchée du volume de cuivre utilisé pour fabriquer ce tube (prends $\pi \approx 3{,}1$).
1 cm³ de cuivre pèse 9 g. Combien pèse ce tube ?

18 Dans une école maternelle, on veut construire un bac à sable ayant la forme du pavé droit représenté sur le croquis ci-dessous.



Calcule en dm³ le volume de sable nécessaire pour remplir ce bac à sable sur une hauteur de 15 cm.

Ce bac est rempli en utilisant des brouettes qui peuvent transporter 0,05 m³ de sable chacune.
Combien de brouettes de sable faudra-t-il ?

19 1 cm³ de fer pèse 7,8 g.
Une tige cylindrique de 1 cm de diamètre pèse 8,3 kg.
Calcule une valeur approchée de la longueur de cette tige (prends $\pi \approx 3{,}1$).

20 Les côtés intérieurs d'un réservoir en forme de pavé droit ont pour longueurs respectives : 1,2 m ; 3,5 m et 2 m.
Combien de temps faudra-t-il pour remplir ce réservoir avec un robinet qui débite 1 litre d'eau en 6 secondes ?

21 Les côtés intérieurs d'un réservoir en forme de pavé droit ont pour longueurs respectives : 10,2 m ; 4,5 m ; 2,8 m.
On remplit ce réservoir en 3 h au moyen d'une pompe. Quelle quantité d'eau coule de la pompe en 1 mn ?

22 L'unité de longueur est le mètre.
Un réservoir d'eau de forme cylindrique a un volume de 21,175 m³ et une hauteur de 0,55 m.
Quelle est l'aire du fond de ce réservoir ?

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

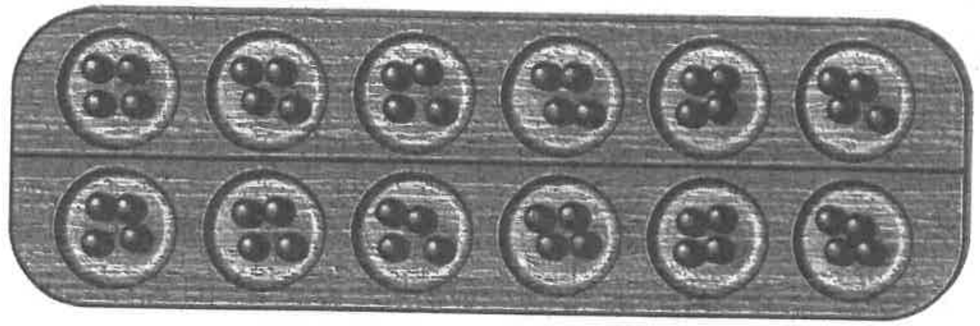
Tout a été créé par les nombres qui étaient le modèle exemplaire dans l'esprit du créateur.

Severinius BOECE (480-524, Rome)

9

Multiples et diviseurs d'un nombre entier naturel

Configuration des pions au début d'une partie d'Awalé



L'Awalé est un jeu très ancien pratiqué en Afrique.
Le tablier est composé de 12 cases. Le nombre de pions dont on se sert dans le jeu est de 48.

SOMMAIRE

1 Nombres entiers naturels

1.1 ÉCRITURE DES NOMBRES ENTIERS NATURELS

Nombres entiers naturels

Voici une liste de **nombres** : 42 ; 3,8 ; $\frac{3}{4}$; 3 020 ; 44 286 ; 0,02 ; 9 ; $\frac{8}{3}$; 698.

Les nombres : 42 ; 3 020 ; 44 286 ; 269 ; 9 et 698 sont des **nombres entiers naturels**.

Nombres entiers consécutifs

Quel est le nombre entier naturel qui suit 150 ?
Quel est le nombre entier naturel qui précède 150 ?
149, 150 et 151 sont des **nombres entiers consécutifs**.

EXERCICE

1.a Écris trois nombres entiers naturels consécutifs sachant que l'un de ces nombres est 17. Combien y a-t-il de possibilités ?

Nombres et chiffres

Pour écrire ces nombres, on a utilisé des **chiffres**. Quels sont ces chiffres ?
Les dix chiffres ci-dessous permettent d'écrire tous les nombres entiers naturels :
0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 et 9.

Exemples :
- 593 est un nombre entier naturel de trois chiffres dont l'écriture contient les chiffres 5 ; 9 et 3.
- 2 005 est un nombre entier naturel de quatre chiffres dont l'écriture contient les chiffres 2 ; 0 et 5.

EXERCICES

1.b Quels sont les chiffres qui ont été utilisés pour écrire le nombre 21 023 007 ?

1.c Écris un nombre entier naturel de trois chiffres en employant une seule fois chacun des chiffres 0 ; 4 et 9. Combien y a-t-il de réponses ?

1.d Écris un nombre entier naturel de quatre chiffres, un nombre entier naturel de six chiffres, un nombre entier naturel de neuf chiffres et un nombre entier naturel de onze chiffres. Quel est le plus grand des nombres que tu as écrits ?

1.e Quel est le plus grand nombre entier naturel de trois chiffres ?
Quel est le plus petit nombre entier naturel de trois chiffres ?
Quel est le plus grand nombre entier naturel de trois chiffres dont l'écriture contient des chiffres différents ?
Quel est le plus petit nombre entier naturel de trois chiffres dont l'écriture contient des chiffres différents ?

Écriture des nombres en lettres

Les nombres peuvent s'écrire en lettres.

Exemples :	2 000	s'écrit	:	"deux mille".
	3 016	s'écrit	:	"trois mille seize".
	98	s'écrit	:	"quatre-vingt dix-huit".
	280	s'écrit	:	"deux cent quatre-vingts".
	205	s'écrit	:	"deux cent cinq".
	5 300	s'écrit	:	"cinq mille trois cents".

REMARQUE

Mille est invariable. Vingt et cent prennent un s lorsqu'ils sont multipliés et qu'ils terminent l'écriture d'un nombre.

EXERCICES

1.f Écris en lettres les nombres entiers naturels suivants : 72 ; 85 ; 99 ; 4 005 ; 7 081.

1.g Écris en chiffres les nombres entiers naturels suivants :
cent mille cinq cents ; neuf cent quatre-vingts ; mille vingt-neuf ;
dix mille trois cent quatre ; vingt-deux.

Numération de position

Dans l'écriture du nombre 232 ; l'un des chiffres 2 désigne des centaines, l'autre désigne des unités.
On écrira : 232 = 200 + 30 + 2
Pour écrire un grand nombre tel que 4017385209, on prendra l'habitude de séparer les tranches de trois chiffres à partir de la droite.
Ainsi, on écrira :

Milliards	Millions	Milliers	Unités
4	017	385	209
● ● ●	● ● ●	● ● ●	● ● ●

Selon sa position dans l'écriture d'un nombre entier naturel, un chiffre indique des unités, des dizaines, des centaines, des unités de milliers, des dizaines de milliers, des centaines de milliers,... .

EXERCICES

1.h 2 732 = 2 000 + 700 + 30 + 2
Écris de même : 3 409 ; 12 384 ; 137 425 ; 1 234 567.

1.i Écris par tranches de trois chiffres le nombre 37289465001.

1.2 ENSEMBLES DE NOMBRES ENTIERS NATURELS

Ensembles - Éléments

Les chiffres utilisés pour écrire le nombre 21 413 sont 2 ; 1 ; 4 et 3.
Désignons par A, l'**ensemble** de ces chiffres.

On écrit : $\boxed{A = \{2 ; 1 ; 4 ; 3\}}$

2 , 1 , 4 et 3 sont les **éléments de l'ensemble** A.
Dans l'écriture du nombre 21 413, le chiffre 1 est employé deux fois.
Dans l'ensemble A, on écrit l'élément 1 une seule fois.

ATTENTION
Lorsqu'on énumère les éléments d'un ensemble, chaque élément est écrit une seule fois.

Pour exprimer que le nombre 4 est un élément de l'ensemble A,
on écrit : $\boxed{4 \in A}$
on lit : "4 **appartient à** l'ensemble A" ou encore "4 est **élément de** A".

Pour exprimer que le nombre 7 n'est pas un élément de l'ensemble A,
on écrit : $\boxed{7 \notin A}$
on lit : "7 **n'appartient pas** à l'ensemble A" ou encore "7 **n'est pas élément de** A".

EXERCICES

1.j Quel est l'ensemble F des chiffres utilisés pour écrire le nombre 7 021 321 ?
Quel est l'ensemble G des chiffres utilisés pour écrire le nombre 1 000 000 ?
Quel est l'ensemble H des chiffres utilisés pour écrire le nombre 4 327 652 ?

1.k Écris l'ensemble B des nombres entiers naturels plus grands que 14 et plus petits que 24.

Ensemble des nombres entiers naturels

L'ensemble de tous les nombres entiers naturels se note : ℕ

On ne peut pas dresser la liste de tous les éléments de cet ensemble ℕ

EXERCICE

1.l En utilisant l'un des symboles "$\in$" ou "$\notin$", exprime l'appartenance ou la non appartenance à ℕ des nombres suivants :
0 ; 1,4 ; 36 ; 4,7 ; 107 ; 10,7 .

1.3 DÉNOMBREMENT

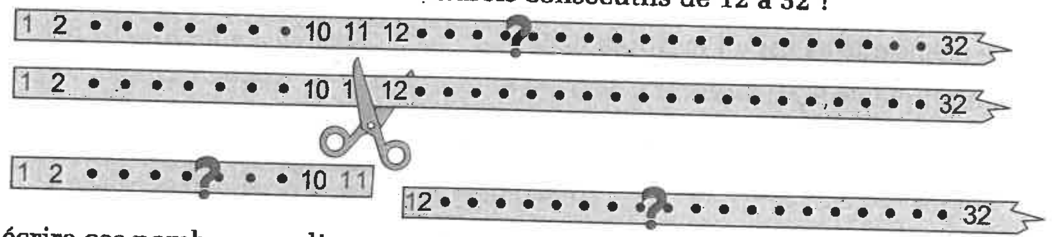
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à .....

Pour écrire les nombres entiers naturels de 1 à $\boxed{5}$, il faut écrire $\boxed{5}$ nombres.

Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 16 ? de 1 à 29 ? de 1 à 407 ?

Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de ..... à .....

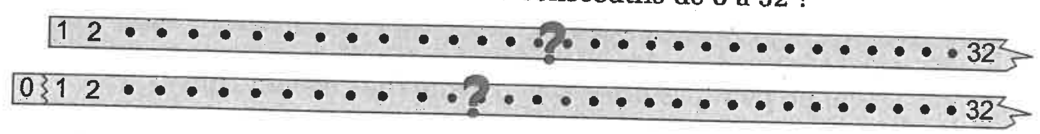
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 12 à 32 ?



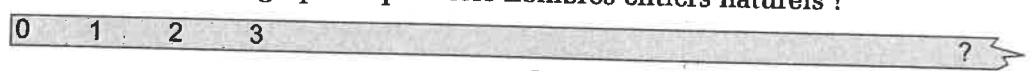
Sans écrire ces nombres, explique comment on trouve qu'il y en a 21.
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 27 à 41 ? de 104 à 598 ?

Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 0 à .....

Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 0 à 32 ?



Quel est le dernier des vingt-quatre premiers nombres entiers naturels ?



24

Quel est le dernier des cent douze premiers nombres entiers naturels ?

EXERCICE

1.m Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 53 ?
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 23 à 45 ?
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 0 à 97 ?
Quel est le dernier des 87 premiers nombres entiers naturels ?

2 Multiples d'un nombre entier naturel

2.1 MULTIPLES D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

Présentation

Voici un tableau de correspondance :

×9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
	0	9	18	27	36	45	54	63	72	...

La première ligne du tableau contient les premiers nombres entiers naturels.
Pour obtenir les nombres de la deuxième ligne du tableau, **on a multiplié** ceux de la première ligne **par 9**.
On dit que les nombres de la deuxième ligne du tableau sont des **multiples de 9**.

Pour justifier que 36 est un multiple de 9, on écrira : **36 = 9 x 4**.
Justifie de même que 54 est un multiple de 9.

72 est un multiple de 9. On écrit : 72 = 9 x 8

Le tableau ci-dessous donne deux méthodes pour trouver le multiple de 9 qui suit 72.
Explique ces méthodes.

	+1	+...
×9	7	8	...
	63	72	...
	+9	+...

144 est un multiple de 9.
Écris directement les trois multiples de 9 qui suivent 144.
Peux-tu trouver d'autres multiples de 9 ? Combien ?

> On ne peut pas dresser la liste de tous les multiples d'un nombre entier naturel non nul.

Propriétés

45 est un multiple de 9.
On peut le justifier par l'égalité : 45 = 9 x 5.

Cette égalité justifie aussi que 45 est un multiple de 5.
Justifie par une égalité que 45 est multiple de 3.

56 est-il multiple de 7 ? Justifie-le. De quels nombres 56 est-il encore multiple ?

63 est-il multiple de lui-même ? Justifie-le. 63 est-il multiple de 1 ? Justifie-le.

On admet la propriété suivante :
PROPRIÉTÉ 1

> **Chaque nombre entier naturel est multiple de lui-même et de 1.**

Le nombre 0 appartient à l'ensemble des multiples de 9.
Pour le justifier, on peut écrire : 0 = 9 x 0
0 est-il aussi un multiple de 4 ? Justifie.
0 est-il aussi un multiple de 5 ? Justifie.

On admet la propriété suivante :
PROPRIÉTÉ 2

> **0 est multiple de chaque nombre entier naturel.**

EXERCICES

2.a 319 est un multiple de 11.
Quel est le multiple de 11 qui suit 319 ?
Quel est le multiple de 11 qui précède 319 ?

2.b 319 est un multiple de 11.
323 est-il un multiple de 11 ?

2.c Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 2.
Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 5.
Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 7.
Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 8.

2.d Justifie par une égalité que 17 x 22 est un multiple de 2.

2.e Justifie par une égalité que 15 x 13 est un multiple de 3.

2.2 NOMBRES PAIRS - NOMBRES IMPAIRS

Les multiples de 2 sont appelés **nombres pairs**.
Les huit premiers nombres pairs sont :
0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 et 14.
Les nombres entiers naturels qui ne sont pas des nombres pairs sont appelés **nombres impairs**.
Les huit premiers nombres impairs sont :
1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; 13 et 15.

EXERCICES

2.f Écris l'ensemble A des nombres pairs plus grands que 15 et plus petits que 24.

2.g Écris l'ensemble B des nombres impairs plus grands que 22 et plus petits que 33.

3 Diviseurs d'un nombre entier naturel

3.1 ÊTRE DIVISIBLE PAR

Vocabulaire

Justifie que 273 est un multiple de 7.
Avec quel nombre entier naturel peux-tu compléter l'égalité ci-dessous ?
273 = 7 x $\boxed{}$ Comment as-tu trouvé ce nombre ?

273 est **multiple de 7**, on dit aussi que 273 est **divisible par 7**.

420 est-il divisible par 7 ? Justifie ta réponse par l'égalité qui convient.
420 est-il divisible par 98 ?

ATTENTION

On sait que : 0 est multiple de chaque nombre entier naturel.
Cependant, nous utiliserons l'expression "… **est divisible par…**" **uniquement avec des nombres entiers naturels non nuls.**

EXERCICES

3.a Justifie par une égalité que 91 est divisible par 13.

3.b Justifie par une égalité que 357 est divisible par 17.

3.c Justifie par une égalité que 1 024 est divisible par 16.

3.2 CARACTÈRES DE DIVISIBILITÉ

Caractères de divisibilité par 10, 100, 1 000, …

Voici une liste de nombres entiers naturels : 0 ; 20 ; 70 ; 130 ; 560 ; 900 ; 1 020 ; 83 000.
Ces nombres entiers naturels sont divisibles par 10. Justifie.

Trouve sept autres nombres entiers naturels divisibles par 10.

0 ; 300 ; 800 ; 1 200 ; 34 600 ; 50 000 ; 63 000 et 88 700 sont des nombres entiers naturels divisibles par 100. Justifie.

Trouve quatre autres nombres entiers naturels divisibles par 100.

0 ; 1 000 ; 8 000 ; 9 000 ; 34 000 ; 40 000 ; 57 000 ; 100 000 et 365 000 sont des nombres entiers naturels divisibles par 1 000. Justifie.

Trouve cinq autres nombres entiers naturels divisibles par 1 000.

RÈGLE

**Un nombre entier naturel est divisible par 10 ; 100 ; 1 000 ; …
lorsqu'il se termine par 0 ; 00 ; 000 ; …**

Caractères de divisibilité par 2

0 ; 12 ; 26 ; 38 ; 40 ; 54 ; 108 et 200 sont des nombres entiers naturels divisibles par 2.
Justifie.
Trouve cinq autres nombres entiers naturels divisibles par 2.

RÈGLE

**Un nombre entier naturel est divisible par 2
lorsqu'il se termine par 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.**

Caractères de divisibilité par 5

0 ; 5 ; 15 ; 40 ; 75 ; 90 ; 125 et 600 sont des nombres entiers naturels divisibles par 5.
Justifie.
Trouve cinq autres nombres entiers naturels divisibles par 5.

RÈGLE

Un nombre entier naturel est divisible par 5 lorsqu'il se termine par 0 ou 5.

Caractères de divisibilité par 3

0 ; 45 ; 63 ; 108 ; 213 ; 522 et 1 320 sont des multiples de 3.
Calcule la somme des chiffres de chacun de ces nombres.
Vérifie que cette somme est divisible par 3.

RÈGLE

**Un nombre entier naturel est divisible par 3
lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.**

Caractères de divisibilité par 9

0 ; 54 ; 81 ; 108 ; 837 ; 4 617 et 21 015 sont des multiples de 9.
Calcule la somme des chiffres de chacun de ces nombres.
Vérifie que cette somme est divisible par 9.

RÈGLE

***Un nombre entier naturel est divisible par 9
lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.***

EXERCICES

3.d Complète le tableau ci-dessous en marquant une croix dans la case qui convient.

93	112	65	180	53	80	400	234	est divisible par
								1
								2
								3
								5
								9
								10
								100

3.3 DIVISEURS D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

Vocabulaire

De l'égalité 234 = 26 x 9, on déduit que :
234 **est divisible par** 9, ou 9 **est un diviseur** de 234.

L'égalité précédente donne un autre diviseur de 234. Quel est ce diviseur ?

7 est-il un diviseur de 385 ? Justifie ta réponse.
Donne un autre diviseur de 385.

3 est-il un diviseur de 1 785 ?
Réponds sans effectuer de division.

5 est-il un diviseur de 1 237 ?
Réponds sans effectuer de division.

ATTENTION
Nous utiliserons l'expression "... **est un diviseur de** ..." **uniquement avec** des **nombres entiers naturels non nuls.**

EXERCICES

3.e Justifie par une égalité que 12 est un diviseur de 156.

3.f Justifie par une égalité que 19 est un diviseur de 418.

3.g Justifie par une égalité que 23 est un diviseur de 736.

Ensemble des diviseurs d'un nombre entier naturel non nul

Pour trouver tous les diviseurs de 48, on procède de la façon suivante :

$1 \times 48 = 48$
$2 \times 24 = 48$
$3 \times 16 = 48$
$4 \times 12 = 48$
~~5 × ....~~
$6 \times 8 = 48$
~~7 × ....~~
$8 \times 6 = 48$

Explique pourquoi tu t'arrêtes à 8.

Voici un tableau illustrant cette recherche :

1	2	3	4	5	6	7	8
48	24	16	12		8		

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 et 48 sont les diviseurs de 48.

Désignons par A, **l'ensemble des diviseurs de 48.**

A = { 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 16 ; 24 ; 48 }

Quel est le plus petit des diviseurs de 48 ?
Quel est le plus grand des diviseurs de 48 ?
Écris l'ensemble B des diviseurs de 92.

On peut écrire l'ensemble de tous les diviseurs d'un nombre entier naturel non nul (même si cette liste est longue).
Le plus petit des diviseurs d'un nombre entier naturel non nul est 1.
Le plus grand des diviseurs d'un nombre entier naturel non nul est ce nombre lui-même.

EXERCICES

3.h Écris l'ensemble C des diviseurs de 24.
Écris l'ensemble D des diviseurs de 36.
Écris l'ensemble E des diviseurs de 13.
Écris l'ensemble F des diviseurs de 1.

ENTRAINEMENT

1 NOMBRES ENTIERS NATURELS

1 Pour chacun des nombres entiers naturels ci-dessous, écris le nombre entier naturel qui le précède et le nombre entier naturel qui le suit :
300 ; 2 000 ; 599 ; 6 001 ; 10 000.

2 Écris quatre nombres entiers naturels consécutifs sachant que le dernier est 200.

3 Écris trois nombres entiers consécutifs sachant que l'un de ces nombres est 350. Donne toutes les réponses possibles.

4 Écris en lettres les nombres suivants :
10 080 ; 1 015 400 ; 1 981 ; 103 045 et 1 320.

5 Donne l'écriture en chiffres des nombres suivants :
soixante-seize ; quatre-vingt-sept ; deux mille quatre-vingt-onze ; sept mille soixante ; trois cent quinze mille quinze.

6 Écris en lettres les nombres suivants :
780 ; 1 990 ; 30 070 et 96 500

7 Écris en chiffres les nombres suivants :
cent un mille sept cents ; sept cent soixante-quinze ; mille quatre-vingt-dix ; trente cinq mille sept.

8 Dis à quoi correspond chacun des chiffres du nombre décimal 420 358.

9 Écris le nombre dont : 1 est le chiffre des centaines ; 2 est le chiffre des dizaines et des unités de mille ; 3 est le chiffre des centaines de mille ; 4 est le chiffre des unités et 0 le chiffre des dizaines de mille.

10 Écris par tranches de trois chiffres, les nombres suivants :
52904 ; 4570892 ; 247910684 ; 121426283245 ; 428639721 et 9036742698.

11 983 = 900 + 80 + 3
Décompose de même : 2 654 ; 3 027 ; 11 497 ; 123 456 ; 17 346 813 ; 123 000 321.

12 Écris l'ensemble B de tous les nombres entiers naturels de deux chiffres qui sont plus grands que 90.

13 Quel est l'ensemble E des chiffres utilisés pour écrire le nombre 3 203 ?
Quel est l'ensemble M des chiffres utilisés pour écrire le nombre 23 002 ?
Quel est l'ensemble P des chiffres utilisés pour écrire le nombre 202 302 ?
Quel est l'ensemble R des chiffres utilisés pour écrire le nombre 3 002 233 ?
Que dire des ensembles E, M, P et R ?

14 Parmi les phrases suivantes, choisis celles qui sont vraies et recopie-les :
$18 \in \mathbb{N}$; $47 \notin \mathbb{N}$; $3,8 \in \mathbb{N}$; $0,33 \notin \mathbb{N}$; $0 \in \mathbb{N}$; $149 \notin \mathbb{N}$; $13,9 \in \mathbb{N}$

15 Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 1 à 23 ? de 1 à 95 ? de 1 à 4 528 ?

16 Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 37 à 83 ? de 58 à 104 ? de 128 à 997 ?

17 Combien y a-t-il de nombres entiers naturels consécutifs de 0 à 49 ? de 0 à 90 ? de 0 à 1 458 ?

18 Quel est le dernier des 109 premiers nombres entiers naturels ?
Quel est le dernier des 357 premiers nombres entiers naturels ?
Quel est le dernier des 1 354 premiers nombres entiers naturels ?

2 MULTIPLES D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

19 Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 4. Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 6.

Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 9.
Écris l'ensemble des cinq premiers multiples de 13.

20 L'écriture 3 x 5 montre que ce nombre est un multiple de 3.
En utilisant une écriture du même type que pour 3 x 5 :
- écris le multiple de 3 qui précède 3 x 5 ;
- puis, écris le multiple de 3 qui suit 3 x 5.

21 783 est un multiple de 29.
- écris le multiple de 29 qui précède 783 ;
- puis, écris le multiple de 29 qui suit 783.

22 182 est un multiple de 13.
189 est-il un multiple de 13 ?

23 Écris l'ensemble M des multiples de 17 plus grands que 170 et plus petits que 340.

24 Écris l'ensemble des multiples de 0.
Quel est l'ensemble des multiples de 1 ?
Comment se note cet ensemble ?

25 Sans calculer, justifie par une égalité chacune des phrases ci-dessous :
2 x 3 x 5 est un multiple de 3 ;
2 x 3 x 5 est un multiple de 5 ;
2 x 3 x 5 est un multiple de 15 ;
8 x 2 x 7 est un multiple de 14 ;
3 x 7 x 9 est un multiple de 21 ;
5 x 4 x 3 est un multiple de 20.

26 Cite les dix premiers nombres entiers naturels qui sont multiples de 2 sans être multiples de 3.

27 18 est-il un multiple de 3 ? Justifie ta réponse.
Trouve un multiple de 18, autre que 0 et 18.
Le multiple de 18 trouvé est-il multiple de 3 ? Justifie.

28 Cite les quinze premiers nombres pairs.
Cite tous les nombres pairs plus grands que 79 et plus petits que 99.
Cite tous les nombres impairs plus grands que 50 et plus petits que 70.
156 est un nombre pair.
Comment obtiens-tu le nombre impair qui suit 156 ?
Comment obtiens-tu le nombre impair qui précède 156 ?

29 Justifie que 90 est un multiple de 6 ; 119 est un multiple de 7 ; 209 est un multiple de 11.

30 Justifie par une égalité que :
84 est divisible par 21 ;
58 est divisible par 2 ;
90 est divisible par 6 .

31 Écris une phrase qui a la même signification que "91 est un multiple de 7".
Traduis cette phrase par une égalité.
91 est aussi divisible par d'autres nombres entiers naturels. Lesquels ?

3 DIVISEURS D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

32 1 080 est-il divisible par 2 ; 3 ; 5 ; 9 et 10 ? Justifie chacune de tes réponses.

33 Recopie le tableau ci-dessous. Puis, complète-le en marquant une croix dans la case qui convient.

75	100	123	783	6 300	est divisible par
					1
					2
					3
					5
					9
					10
					100

34 54□ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 2.

En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

35 27☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 3.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

36 35☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 3.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

37 36☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 5.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

38 81☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 9.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

39 12☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 9.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quel nombre entier naturel de trois chiffres obtiens-tu ?

40 Les nombres entiers naturels ci-dessous sont incomplets :
6 8☐4 ; 7 ☐21 ; 9 23☐
Écris un chiffre dans chaque case de façon à ce que les nombres obtenus soient divisibles par 3.
Écris toutes les réponses pour chaque cas.
Écris un chiffre dans chaque case de façon à ce que les nombres obtenus soient divisibles par 9.
Écris toutes les réponses pour chaque cas.

41 Recopie le tableau ci-dessous. Puis, complète-le en marquant une croix dans la case qui convient.

2	3	5	10	20	est un diviseur de
					6 476
					7 810
					1 452
					4 938
					9 320
					7 425

42 Justifie chacune des phrases ci-dessous par une égalité :
14 est un diviseur de 2 x 3 x 7 ;
12 est un diviseur de 2 x 5 x 6 ;
18 est un diviseur de 2 x 3 x 4 x 9 ;
21 est un diviseur de 3 x 5 x 7 x 8.

43 Écris l'ensemble T des diviseurs de 36.

44 Écris l'ensemble S des diviseurs de 48.

45 Écris l'ensemble A des diviseurs de 60.

46 Écris l'ensemble B des diviseurs de 17.
Écris l'ensemble C des diviseurs de 23.
Écris l'ensemble D des diviseurs de 31.
Quelle remarque peux-tu faire ?

47 Écris l'ensemble A des diviseurs de 30.
Quel est le plus petit des diviseurs de 30 ?
Quel est le plus grand des diviseurs de 30 ?

48 18 est-il un diviseur de 90 ? Justifie ta réponse.
Écris l'ensemble B des diviseurs de 18.
Chacun des diviseurs de 18 est-il diviseur de 90 ?

APPROFONDISSEMENT

49 Trouve tous les nombres entiers naturels de trois chiffres différents que l'on peut écrire avec 3 ; 5 et 2.

Trouve tous les nombres entiers naturels de trois chiffres différents que l'on peut écrire avec 3 ; 0 et 2.

50 Trouve tous les nombres entiers naturels de trois chiffres que l'on peut écrire en utilisant une ou plusieurs fois les chiffres 4 et 7.

51 Écris dix nombres entiers naturels tels que chacun d'eux soit divisible seulement par 1 et par lui-même.

52 72☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 2 et par 3.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

53 13☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 2 et par 3.
En écrivant dans la case un chiffre des unités qui convient, quels nombres entiers naturels de trois chiffres obtiens-tu ?

54 54☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 2 et par 5.
En écrivant dans la case le chiffre des unités qui convient, quel nombre entier naturel de trois chiffres obtiens-tu ?

55 63☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 2 et par 9.
En écrivant dans la case le chiffre des unités qui convient, quel nombre entier naturel de trois chiffres obtiens-tu ?

56 81☐ est un nombre entier naturel de trois chiffres divisible par 5 et par 9.
En écrivant dans la case le chiffre des unités qui convient, quel nombre entier naturel de trois chiffres obtiens-tu ?

57 53☐ ☐ est un nombre entier naturel de quatre chiffres qui est à la fois divisible par 2, par 3, par 5 et par 9.
Recopie ce nombre en écrivant dans chaque case le chiffre qui convient.

58 Le produit de deux nombres pairs est un nombre pair.
Le produit d'un nombre pair par un nombre impair est un nombre pair.
Le produit de deux nombres impairs est un nombre impair.
Donne cinq exemples pour illustrer chacune des phrases ci-dessus.

59 Un nombre entier naturel dont le chiffre des unités est 0, 4 ou 8 est-il toujours un multiple de 4 ?
Justifie ta réponse.

60 Cite quatre multiples de 9.
Ces multiples de 9 sont-ils aussi des multiples de 3 ? Justifie.
Pour chaque phrase ci-dessous réponds par VRAI ou FAUX.
- chaque multiple de 9 est aussi multiple de 3 ;
- chaque multiple de 3 est aussi multiple de 9 ;
Cite un multiple de 3 qui n'est pas un multiple de 9.

61 Un nombre entier naturel s'écrit 3 x 5 x 7.
Sans calculer ce nombre, écris l'ensemble A de ses diviseurs.

62 Écris dix multiples de 4 plus grands que 100.
Chacun de ces multiples de 4 est-il aussi un multiple de 2 ? Justifie ?
Écris dix multiples de 2 plus grands que 100.
Chacun de ces multiples de 2 est-il aussi un multiple de 4 ?
Souligne en rouge ceux qui ne sont pas des multiples de 4.
Une seule des deux phrases ci-dessous est vraie. Recopie-la.
Chaque nombre entier naturel divisible par 4 est aussi divisible par 2.
Chaque nombre entier naturel divisible par 2 est aussi divisible par 4.

EXERCICES

63 En utilisant "... est un diviseur de ..." ; "... est divisible par ..." ou "... divise ...", écris trois phrases qui ont la même signification que "85 est un multiple de 17 ".

64 En utilisant "... est un diviseur de ..." ; "... est divisible par ..." ou "... est un multiple de ...", écris trois phrases qui ont la même signification que "19 divise 114".

65 Recopie ce tableau et complète-le à l'aide des nombres entiers naturels qui conviennent.

×				
	18	36	54	99
	14	28	42	77
	10	20	30	55
	6	12	18	33

66 Sans calculer, montre à l'aide d'une égalité que :
471 x 2 x 136 x 5 x 2 est un multiple de 4 ;
3 x 257 x 2 x 79 est un multiple de 6 ;
21 x 13 x 59 est un multiple de 7 ;
12 x 378 x 15 est un multiple de 9.

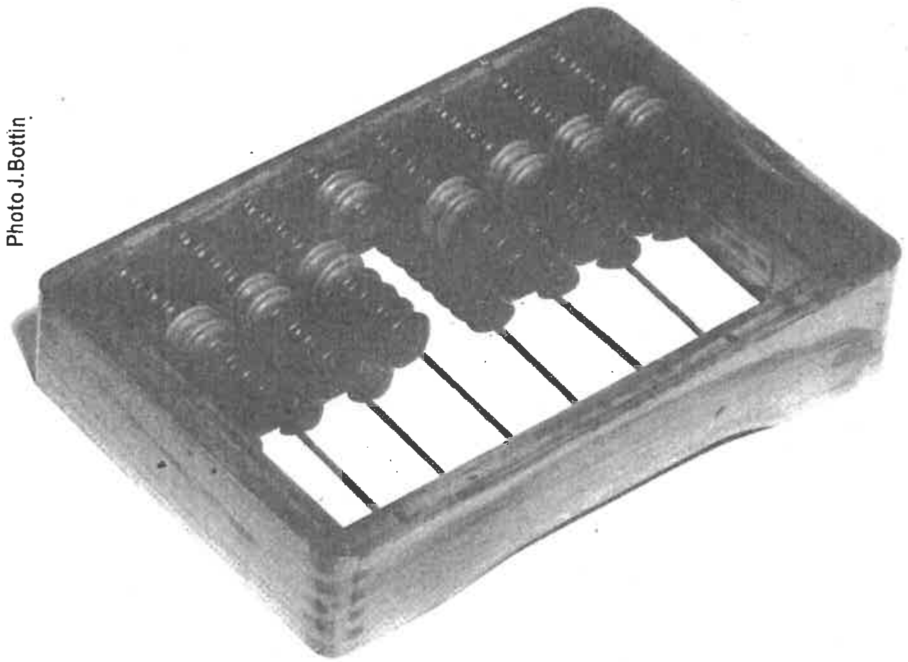
67 Quel est le premier multiple de 11 ?
Quel est le deuxième multiple de 13 ?
Quel est le quatrième multiple de 15 ?
Quel est le sixième multiple de 20 ?
Quel est le neuvième multiple de 23 ?

68 Cite les huit premiers multiples de 6.
Cite les huit premiers multiples de 8.
Quel est le plus petit multiple, non nul, commun à 6 et 8 ?

69 Écris l'ensemble A des diviseurs de 12.
Écris l'ensemble B des diviseurs de 18.
Écris l'ensemble C des diviseurs communs à 12 et 18.
Quel est le plus grand diviseur commun à 12 et 18 ?

10 Comparaison des nombres décimaux

Photo J.Bottin



Le boulier est l'ancêtre de la calculatrice.

SOMMAIRE

1 Écritures d'un nombre décimal

1.1 PARTIE ENTIÈRE, PARTIE DÉCIMALE D'UN NOMBRE DÉCIMAL

Partie entière, partie décimale d'un nombre décimal

• 312,68 est un nombre décimal.

On peut écrire : $\boxed{312{,}68 = 312 + 0{,}68}$

Vérifie-le en effectuant l'addition indiquée.

312 est la **partie entière** de 312,68.
0,68 est la **partie décimale** de 312,68.

• 24,02 est un nombre décimal.
Quelle est sa partie entière ?
Quelle est sa partie décimale ?

Différentes écritures d'un nombre décimal

On utilise une égalité pour exprimer que deux écritures désignent le même nombre.
Exemples : 12,7 = 12,70 ou encore 12,7 = 12,700 000

Mais on écrit : 12,007 ≠ 12,700
On lit : 12,007 **est différent de** 12,700

Tout nombre entier naturel est un nombre décimal.

Sa partie décimale est nulle.
Exemples : 3 = 3,0 = 3,00 = 3,000 = 3,000 0 ....

EXERCICES

1.a Pour chacun des nombres décimaux ci-dessous, écris sa partie entière et sa partie décimale :
3,5 ; 27,105 ; 128,000 3 ; 0,125 ; 17

1.b Compare les nombres décimaux ci-dessous en utilisant les signes "=" ou "≠"
3,2 et 3,02 ; 4,5 et 4,50 ; 5 et 5,00 ; 9,1 et 9,001.

1.2 NUMÉRATION DÉCIMALE

Position des chiffres dans l'écriture d'un nombre décimal

Selon sa position dans l'écriture d'un nombre décimal, un chiffre indique des unités, des dizaines, des centaines, ..., des dixièmes, des centièmes, des millièmes, ...

Exemple :

47 369,825

chiffre des dizaines de milliers : 4
chiffre des unités de milliers : 7
chiffre des centaines : 3
chiffre des dizaines : 6
chiffre des unités : 9
chiffre des dixièmes : 8
chiffre des centièmes : 2
chiffre des millièmes : 5

47 369,825 peut **se décomposer** comme suit :

$$\begin{array}{lr} & 40\,000 \\ + & 7\,000 \\ + & 300 \\ + & 60 \\ + & 9 \\ + & 0{,}8 \\ + & 0{,}02 \\ + & 0{,}005 \\ \hline & 47\,369{,}825 \end{array}$$

$\boxed{47\,369{,}825 = 40\,000 + 7\,000 + 300 + 60 + 9 + 0{,}8 + 0{,}02 + 0{,}005}$

Lecture et écriture d'un nombre décimal

47 369,825 se lit "quarante sept mille trois cent soixante-neuf unités huit cent vingt-cinq millièmes".
ou encore "quarante sept mille trois cent soixante-neuf virgule huit cent vingt-cinq".

On écrit habituellement les nombres décimaux en séparant les tranches de trois chiffres de part et d'autre de la virgule.

1257,37528 s'écrira 1 257,375 28

REMARQUE

Dans les pays anglo-saxons, la virgule est remplacée par un point.
Certaines calculatrices utilisent cette notation.
Elles écrivent par exemple 1.27 au lieu de 1,27.

EXERCICES

1.c Dis à quoi correspond chacun des chiffres du nombre décimal 3 027,014.
Décompose 3 027,014 comme ci-dessus.

1.d Réécris le nombre décimal 12345678,9012 en séparant les tranches de trois chiffres de part et d'autre de la virgule.

2 Comparaison des nombres décimaux

2.1 SIGNES D'INÉGALITÉ

Comparer deux nombres décimaux différents, c'est dire quel est le plus grand (ou quel est le plus petit).

Exemples : 37 est plus grand que 18
On écrit : $\boxed{37 > 18}$

18 est plus petit que 37
On écrit : $\boxed{18 < 37}$

EXERCICE

2.a En utilisant les signes "<" ou ">", compare les nombres entiers naturels ci-dessous :
27 et 5 ; 9 et 103 ; 13 et 125 ; 504 et 1 789.

2.2 MÉTHODES DE COMPARAISON

Les nombres décimaux ont des parties entières différentes

Exemple : Comparons 4,13 et 1,891 :

$\boxed{4}$, 13
$\boxed{1}$, 891

4 > 1 On écrit : $\boxed{4{,}13 > 1{,}891}$

Les nombres décimaux ont la même partie entière

Exemple 1 : Comparons 12,635 7 et 12,662 :

ils ont la même partie entière
ils ont le même chiffre des dixièmes

12,6**3**57
12,6**6**2

3 et 6 occupent le même rang dans l'écriture de chacun des nombres

3 < 6 On écrit : 12,635 7 < 12,662

Exemple 2 : Comparons 23,479 2 et 23,47 :

2 3 , 4 7 $\boxed{9}$ 2
2 3 , 4 7 $\boxed{0}$

9 > 0 On écrit : $\boxed{23{,}479\ 2 > 23{,}47}$

EXERCICE

2.b Compare les nombres décimaux 5,9 et 5,89.
Compare les nombres décimaux 3,07 et 3,7.

2.3 RANGEMENT DES NOMBRES DÉCIMAUX

Présentation

Exemple 1 :
Lors d'une compétition de saut en longueur, chez des garçons, les résultats suivants ont été obtenus :
Doudou 3,8 m ; Serge 3,06 m ; Moumouni 3,75 m et Mohamed 4,07 m.

Exemple 2 :
Lors d'une compétition de course sur 60 m, chez des filles, les résultats suivants ont été obtenus :
Amy 15.16 ; Coumba 12.4 ; Daba 13.36 et Kadiatou 13.25.
Sur le chronomètre :
15.16 se lit : 15 secondes 16 centièmes
12.4 se lit : 12 secondes 4 dixièmes...

L'organisateur nous propose les classements ci-dessous. Explique pourquoi il a rangé les résultats de cette façon.

Garçons

1er	Mohamed	4,07 m
2e	Doudou	3,80 m
3e	Moumouni	3,75 m
4e	Serge	3,06 m

Filles

1ère	Coumba	12.4
2e	Kadiatou	13.25
3e	Daba	13.36
4e	Amy	15.16

4,07 > 3,8 > 3,75 > 3,06

12,4 < 13,25 < 13,36 < 15,16

Rangement dans un ordre donné

Ranger des nombres décimaux dans l'ordre croissant, c'est écrire ces nombres du plus petit au plus grand.

Exemple : Rangeons dans l'ordre croissant les nombres 4 ; 3 ; 4,9 ; 5 ; 3,82.
On a : 3 ; 3,82 ; 4 ; 4,9 ; 5
On écrit : 3 < 3,82 < 4 < 4,9 < 5

Ranger des nombres décimaux dans l'ordre décroissant, c'est écrire ces nombres du plus grand au plus petit.

Exemple : Rangeons dans l'ordre décroissant les nombres 5,003 ; 5,5 ; 5 ; 5,55 ; 5,05.
On a : 5,55 ; 5,5 ; 5,05 ; 5,003 ; 5
On écrit : 5,55 > 5,5 > 5,05 > 5,003 > 5

EXERCICE

2.c Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre croissant en utilisant le signe qui convient :
5,8 ; 5,41 ; 5,09 ; 5,49 ; 6,1 ; 6,5
Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre décroissant en utilisant le signe qui convient :
50,8 ; 5,013 ; 50,71 ; 0,531 ; 5,103 ; 5,13

3 Demi-droite graduée

3.1 GRADUATION RÉGULIÈRE D'UNE DEMI-DROITE

Présentation

• Voici une demi-droite [AB) :

• Plaçons un point I sur [AB).

• Marquons le nombre 0 en A et le nombre 1 en I.

• Graduons régulièrement la demi-droite [AB) en choisissant comme unité la longueur du segment [AI].

Nous obtenons ainsi une demi-droite graduée par les nombres entiers naturels.
Chaque nombre entier naturel peut ainsi être représenté sur la demi-droite [AB).

REMARQUE

Pour graduer une demi-droite [AB) par les nombres entiers naturels, il suffit de choisir un point I sur cette demi-droite, les nombres 0 et 1 étant marqués respectivement en A et en I. La figure ci-dessous peut donc être considérée comme une demi-droite graduée par les nombres entiers naturels.

Activité

Redessine la demi-droite graduée ci-dessous.
Marque le nombre 5 et le nombre 8.

EXERCICES

3.a Redessine la figure ci-dessous. Puis, marque les sept premiers nombres entiers naturels.

3.b Redessine la figure ci-dessous. Puis, marque les dix premiers nombres entiers naturels.

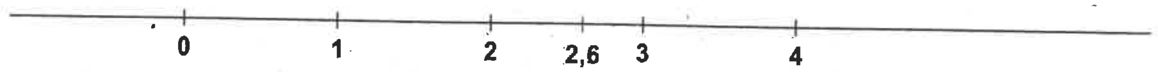
3.2 ENCADREMENT

Présentation

Le nombre décimal 2,6 **est compris entre** les nombres entiers naturels consécutifs 2 et 3.

On écrit : $\boxed{2 < 2{,}6 < 3}$

On lit : 2,6 **est encadré par** les nombres entiers naturels consécutifs 2 et 3.
On a ainsi donné **un encadrement** de 2,6 par deux nombres entiers naturels consécutifs.
On peut traduire cet encadrement sur une demi-droite graduée.
On obtient le dessin ci-dessous :



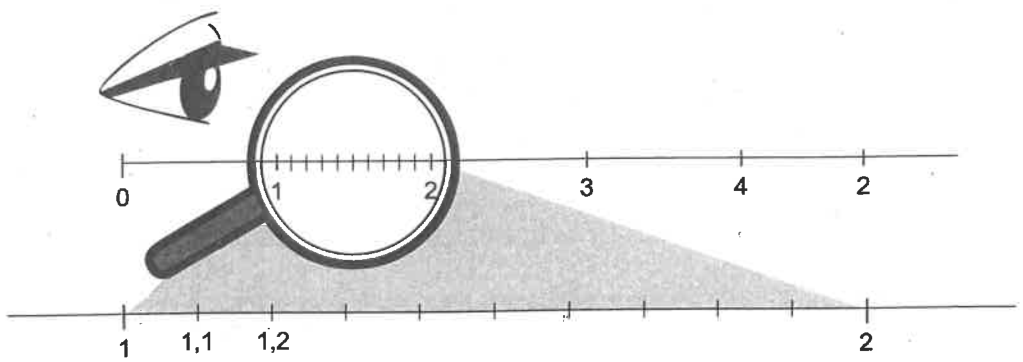
Comment obtenir un dessin plus précis ?
Nous le montrerons dans le paragraphe suivant.

EXERCICES

3.c Redessine la demi-droite régulièrement graduée proposée ci-dessous.
Puis, marque le mieux possible les nombres 1,2 ; 3,7 et 5,4.

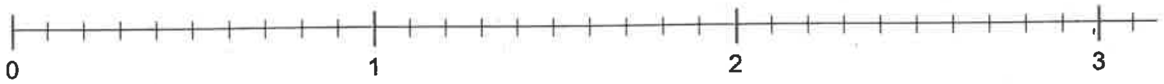
3.d Encadre chacun des nombres décimaux suivants par deux nombres entiers naturels consécutifs. : 3,5 ; 6,4 ; 0,8.

3.3 LOUPE SUR UNE DEMI-DROITE CRADUÉE



Reproduis le dessin ci-dessus. Puis, complète la graduation entre 1 et 2 par des nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule.

Reproduis la demi-droite ci-dessous.
Cette demi-droite est graduée par les nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule.
Marque les nombres 2,6 et 1,9.



EXERCICES

3.e La figure ci-dessous correspond à une demi-droite graduée.
Marque le nombre 2,3 et le nombre 1,9.

3.f La figure ci-dessous correspond à une demi-droite graduée. Redessine-la.
Marque le nombre 4 et le nombre 7.

3.g Encadre chacun des nombres décimaux ci-dessous par deux nombres décimaux consécutifs qui ont un chiffre après la virgule.
1,03 ; 1,78 ; 1,52 ; 1,93.

3.h Redessine la demi-droite graduée ci-dessous.

Marque le mieux possible les nombres 2,21 ; 2,17 ; 0,64 ; 1,09.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 ÉCRITURES D'UN NOMBRE DÉCIMAL

1 Pour chacun des nombres suivants :
75,25 ; 0,231 ; 2 ; 99,99 ; 5,3 ; 0,01 ; 15,02
• Quelle est sa partie entière ?
• Quelle est sa partie décimale ?

2 Même question pour les nombres :
24,01 ; 3,002 ; 0 ; 11,11 ; 2,7 ; 1,000 1 ; 202,202

3 Décompose chacun des nombres décimaux suivants en la somme de sa partie entière et de sa partie décimale :
23,06 ; 50,139 ; 4,05 ; 62 ; 0,38

4 Même question pour les nombres :
7,003 ; 0 ; 44,44 ; 6,000 6 ; 505,505

5 Compare les nombres décimaux ci-dessous en utilisant les signes "=" ou "≠" :
2,7 et 2,07 ; 3,2 et 3,20 ; 7 et 7,000 ; 8,001 et 8,01

6 Quels sont, parmi les nombres cités ci-dessous, ceux qui sont des nombres entiers naturels ?
5,0 ; 2,7 ; 0,123 45 ; 0 ; 14 378

7 Même question pour les nombres :
5,2 ; 19,99 x 100 ; 199 999 ; 14,36 x 10 ; 0,365 x 1 000

8 Recopie les nombres suivants :
3,4 ; 0,75 ; 14 ; 27,301 ; 1 992 ; 0 ; 0,01
Puis, souligne en vert les nombres entiers naturels et en rouge les nombres décimaux. Quels sont les nombres décimaux qui sont aussi des nombres entiers naturels ?

9 Reprends les nombres proposés dans l'exercice 3 et cite, pour chacun de ceux-ci, les chiffres qui ont été utilisés pour les écrire.

10 Dis à quoi correspond chacun des chiffres de chacun des nombres décimaux suivants :
0,001 ; 2,8 ; 327 ; 14 ; 102 ; 29

11 Même exercice avec :
5, 24 ; 7,019 ; 2 367,108 ; 0 ; 0,123 ; 1 001,001

12 Écris en chiffres :
• Cent cinquante
• Deux cents mille cinq cents
• Neuf cent quatre-vingts
• Dix mille trois cent quatre-vingt-deux
• Mille vingt-neuf
• Sept unités cinq dixièmes
• Quinze centièmes
• Quatre unités quatre centièmes
• Vingt-sept millièmes
• Quinze unités trois millièmes
• Un dix-millième

13 Écris en lettres :
5 375 ; 51 ; 10 080 ; 2 015 400 ; 150 045 ; 1 375 567 890
5,7 ; 3,03 ; 152,034 ; 0,045 ; 0,01 ; 0, 000 001

14 Écris quatre nombres décimaux de quatre chiffres dont les parties entières ont un chiffre.

15 Dis à quoi correspond chacun des chiffres de chacune des écritures ci-dessous :
1,13 dam ; 53,06 hm ; 417 cm ; 8,69 km

16 Même exercice avec :
3,005 017 km ; 17,24 dam ; 2 456,8 m ; 0,000 01 km ; 127 cm

17 Convertis 1,35 m ; 32,04 dam ; 417 dm et 3,5 hm en cm ; puis en km.

2 COMPARAISON DES NOMBRES DÉCIMAUX

18 En utilisant les signes "<" ou ">", compare les nombres décimaux suivants :
42 et 24 ; 19 et 23 ; 46 et 64 ; 12 327 et 9 999 ; 1 001 et 1 010.

19 Compare les nombres décimaux suivants :
7,23 et 6,95 — 0,9 et 1,1
248,59 et 24,849 — 2,715 3 et 2,711 43
3,1 et 3,01 — 14,35 et 8,204

20 Compare les nombres décimaux suivants :
1,609 et 2,505 — 4,001 et 4,01
0,003 et 0,002 9 — 14,2 et 4,201
6,3 et 6,28

21 Compare les nombres décimaux suivants : 15,568 et 15,449 ; 13,457 3 et 13,46 ; 4,105 78 et 3,75 ; 0,75 et 0,745

22 En utilisant les signes "<", ">" ou "=", compare les nombres décimaux suivants : 32 et 32,01 ; 41,59 et 40 ; 70,9 et 7,91 ; 11,405 et 11,45 ; 12,4 et 12,40.

23 Quel est le plus grand nombre décimal de quatre chiffres :
- dont la partie entière a deux chiffres
- et que l'on peut écrire avec deux chiffres 2 et deux chiffres 3 ?

Quel est le plus petit nombre décimal de quatre chiffres dont la partie entière a deux chiffres et dont la partie décimale est non nulle ?

24 Écris le plus petit nombre décimal de trois chiffres dont le chiffre des unités est 7 et dont le chiffre des centièmes est 4.

25 Quel est le plus grand nombre décimal de trois chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres 0 ; 1 et 9 ?
Quel est le plus petit nombre décimal de trois chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres 0 ; 1 et 9 ?

26 Quel est le plus grand nombre décimal de quatre chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres 5 ; 6 ; 7 et 8 ?
Quel est le plus petit nombre décimal de quatre chiffres que l'on peut écrire avec les chiffres 5 ; 6 ; 7 et 8 ?

27 Quel est le plus grand nombre décimal de deux chiffres :
- plus petit que 6
- et dont la partie décimale contient un chiffre ?

Quel est le plus petit nombre décimal de deux chiffres :
- plus grand que 6
- et dont la partie décimale contient un chiffre ?

28 Doudou est plus grand que Samba. Samba est plus grand qu'Alpha.
Que peux-tu dire de la taille de Doudou par rapport à celle d'Alpha ?

29 Mado a moins de billes que Fatou. Fatou a moins de billes qu'Omar.
Que peux-tu dire du nombre de billes de Mado par rapport au nombre de billes d'Omar ?

30 Jean est plus âgé que Nicolas. Warren est moins âgé que Nicolas.
Que peux-tu dire de l'âge de Warren par rapport à l'âge de Jean ?

31 La voiture de Marie-Jeanne roule moins vite que celle de Solange.
La voiture de Maryam roule plus vite que celle de Solange.
Que peux-tu dire de la voiture de Maryam par rapport à la voiture de Marie-Jeanne ?

32 Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre croissant :
- 75,8 ; 45 ; 32,5 ; 41,2 ; 23
- 245,07 ; 300,9 ; 300 ; 48,1 ; 245,7 ; 48,011 ; 300,99 ; 245,007.

33 Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre décroissant :
- 2,4 ; 2,04 ; 2 ; 1,8 ; 1,81 ; 3 ; 0,5 ; 0,49 ; 2,18 ; 2,42
- 1,1 ; 1,01 ; 1,001 ; 1

34 Range les nombres décimaux suivants dans l'ordre croissant : 5,3 ; 7 ; 3,02 ; 1,001 ; 4 ; 3,2 ; 0 ; 1,01 ; 5,31 ; 2,99

35 Range les nombres suivants dans l'ordre décroissant :
2,013 ; 1,032 ; 0,213 ; 1,23 ; 3,021 ; 3,12 ; 2,301 ; 3,21

36 Voici une liste de nombres décimaux :
5,657 ; 5,66 ; 5,65 ; 5,689.
Recopie, puis complète le rangement ci-dessous avec les nombres de cette liste.
5,6 < .... < 5,655 < .... < 5,658
< .... < ....

Les exercices 37 à 39 sont liés.

37 Écris tous les nombres décimaux :
- dont la partie décimale a un chiffre
- et qui sont plus grands que 10 et plus petits que 11.

38 Écris tous les nombres décimaux :
- dont la partie décimale a deux chiffres
- et qui sont plus grands que 3,2 et plus petits que 3,3.

39 Écris tous les nombres décimaux :
- dont la partie décimale a trois chiffres
- et qui sont plus grands que 7,84 et plus petits que 7,85.

3 DEMI-DROITE GRADUÉE

40 Reproduis le dessin ci-dessous.

Marque le nombre 4.
Marque le mieux possible les nombres :
0,2 ; 0,7 ; 1,5 ; 2,4 ; 3,6 et 3,9.

41 Sur une demi-droite, place les nombres 0 et 1.
Marque les nombres 3 et 5.
Marque le mieux possible les nombres :
2,7 ; 4,9 ; 4,6 ; 0,2 et 1,8.

42 Encadre 2,7 par les deux nombres entiers naturels les plus proches.

43 Fais de même pour le nombre 1,5.

44 Encadre 27,83 par les deux nombres décimaux les plus proches ayant un chiffre après la virgule.

45 Fais de même pour le nombre 15,75.

46 Recopie, puis complète chacun des rangements ci-dessous avec un nombre décimal.
0 < .... < 1
5,2 < .... < 5,3
8,8 < .... < 8,81
9,99 < .... < 10

APPROFONDISSEMENT

47 Trouve quatre nombres décimaux de trois chiffres :
- dont la partie entière a deux chiffres
- et que l'on peut écrire avec deux chiffres 3.

48 Combien y a-t-il de nombres entiers naturels de trois chiffres qui s'écrivent avec un chiffre 7, ce chiffre étant celui des dizaines ?

49 En utilisant une seule fois chacun des chiffres 4, 5 et 3, trouve tous les nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule.

50 En utilisant une seule fois chacun des chiffres 2, 3 et 0 trouve tous les nombres décimaux ayant un chiffre dans la partie entière.

51 En utilisant une seule fois le chiffre 5 et deux fois le chiffre 4, trouve tous les nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule.

EXERCICES

52 Trouve des nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule qui peuvent s'écrire avec 5, 8 et 1 ; ces chiffres peuvent être utilisés plusieurs fois.

53 Même exercice avec 6 ; 9 ; 0.

54 Recopie le dessin ci-dessous.
Marque les nombres 0 et 1.

55 À partir du nombre 853, on veut écrire un nouveau nombre en plaçant un chiffre supplémentaire dans l'une des quatre positions suivantes :

□ 853 ; 8 □ 53 ; 85 □ 3 ; 853 □ .

Le chiffre choisi est 9. Où faut-il placer ce chiffre 9 pour obtenir le plus grand nombre ?
Range les nombres obtenus dans l'ordre croissant.

56 Reprends l'énoncé de l'exercice 55.
Le chiffre choisi est 0. Où faut-il placer ce chiffre 0 pour obtenir le plus grand nombre ?
Range les nombres obtenus dans l'ordre décroissant.

57 Reprends l'énoncé de l'exercice 55.
Le chiffre choisi est 4. Où faut-il placer ce chiffre 4 pour obtenir le plus grand nombre ?
Range les nombres obtenus dans l'ordre croissant.

58 Reprends l'énoncé de l'exercice 55.
Le chiffre choisi est 7. Où faut-il placer ce chiffre 7 pour obtenir le plus grand nombre ?
Range les nombres obtenus dans l'ordre décroissant.

59 Place une virgule dans l'écriture 53432 pour obtenir un nombre :
1° plus petit que 10 ;
2° plus grand que 1 000 ;
3° compris entre 100 et 1 000.

60 Voici une liste de nombres décimaux :
3 ; 1,75 ; 9 ; 3,7 ; 6 ; 4,022 ; 5,5 ; 0,001 ; 5 ; 1,5.
Range ces nombres dans l'ordre croissant.
Écris l'ensemble A des nombres décimaux de cette liste qui sont plus grands que 4.
Écris l'ensemble B des nombres décimaux de cette liste qui sont plus petits que 1.
Écris l'ensemble C des nombres décimaux de cette liste qui sont plus grands que 3 et plus petits que 6.

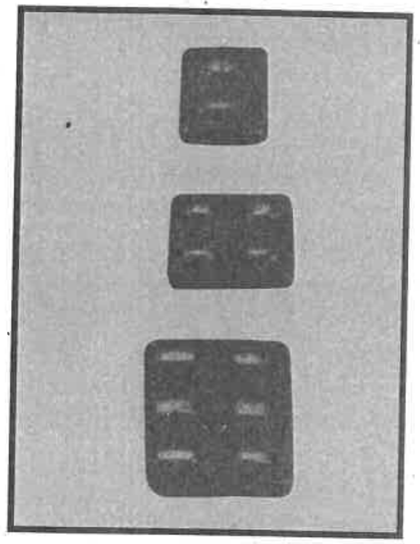
61 Range les élèves ci-dessous par ordre alphabétique :
KONAN L. ; AGNEBI ; KOUAKOU ;
KONAN R. ; KOUAME ; OUATTARA.

62 Tu peux t'aider d'un dessin pour chacun des exercices proposés.
Combien y a-t-il de nombres entiers naturels entre 1,6 et 3,9 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule entre 1 et 2 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule entre 0,7 et 1,2 ?

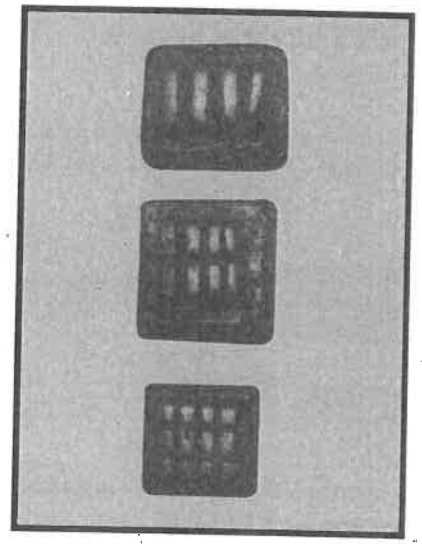
63 Combien y a-t-il de nombres entiers naturels entre 3 et 4 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule entre 3 et 4 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule entre 3 et 4 ?

64 Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant un chiffre après la virgule entre 2,7 et 2,8 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant deux chiffres après la virgule entre 2,7 et 2,8 ?
Combien y a-t-il de nombres décimaux ayant trois chiffres après la virgule entre 2,7 et 2,8 ?

11 Addition, soustraction, multiplication des nombres décimaux



2
$2 \times 2 = 4$
$2 \times 3 = 6$



4
$4 \times 2 = 8$
$4 \times 3 = 12$

La multiplication dans les poids à peser l'or.
G. Niangoran-Bouah. L'Univers Akan des poids à peser l'or. Éd. N.E.I.

SOMMAIRE

1 Addition, soustraction des nombres décimaux

1.1 ACTIVITÉ

La facture d'une librairie est en partie effacée

Retrouve le total des fournitures scolaires,
le montant total de la facture,
le prix du livre d' histoire.

Quantité	Articles	Montant de l'article	Total
	Fournitures scolaires		
1	*Crayon*	*125*	
1	*Gomme*	*150*	
1	*Classeur*	*850*	
	Total fournitures		
	Livres scolaires		
1	*Livre d'anglais*	*2 250*	
1	*Livre d'histoire*		
	Total livres		*4 750*
	Total facture		

1.2 VOCABULAIRE ET PRATIQUE DU CALCUL

Somme, addition

132,9 + 75,32 = 208,22
Le nombre 208,22 est la **somme** de 132,9 et 75,32.
Les nombres 132,9 et 75,32 sont les **termes** de cette somme.
Pour calculer la somme de deux nombres, on effectue une **addition**.

Différence, soustraction

34,21 – 5,3 = 28,91
Le nombre 28,91 est la **différence** de 34,21 et de 5,3. C'est le nombre qu'il faut ajouter à 5,3 pour obtenir 34,21.
Les nombres 34,21 et 5,3 sont les **termes** de cette différence.
Pour calculer une différence, on effectue une **soustraction**.

Disposition pratique

$$\begin{array}{r} 132,9 \\ +\ \ 75,32 \\ \hline 208,22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34,21 \\ -\ \ 5,3 \\ \hline 28,91 \end{array}$$

ATTENTION
Il faut veiller à bien aligner les chiffres des nombres en écrivant les virgules les unes sous les autres.

Utilisation de la calculatrice

Pour calculer la somme 125,6 + 35,25 + 0,05 sur une calculatrice,
on appuie sur les touches ci-dessous : et on lit sur l'écran :

1 2 5 , 6	125.6
+	125.6
3 5 , 2 5	35.25
+	160.85
0 , 0 5	0.05
=	160.9

Lorsqu'on entre le deuxième symbole d'addition dans la calculatrice, la somme des deux premiers termes est effectuée.

EXERCICES

1.a Effectue les opérations ci-dessous :
14,5 + 749 + 78,75 ; 275,35 + 1250 ; 1 000,04 – 0,05

1.b Recopie et complète chaque case vide par le nombre qui convient :
42,16 + $\square$ = 520 $\square$ – 21,4 = 10
$\square$ + 134,07 = 520 423,125 – $\square$ = 10

1.3 ESTIMATION D'UNE SOMME

Activité

• Mariam veut acheter un cahier à 870 F, un cartable à 1 975 F et un classeur à 375 F. Elle a 3 750 F et veut savoir rapidement si elle a assez d'argent.
Pour cela, elle peut :
- arrondir les termes de la somme à la centaine, c'est-à-dire les remplacer par les multiples de cent les plus proches (ici plus grands que ces nombres) :
900 à la place de 870,
2 000 à la place de 1 975,
400 à la place de 375,
- calculer mentalement la somme des nombres ainsi obtenus.
900 + 2 000 + 400 = 3 300
Mariam peut estimer avoir assez d'argent.

• Mariam vient de s'apercevoir qu'elle a égaré un billet de 500 F sur les 3 750 F qu'elle possédait. Sans hésitation, Mariam affirme qu'elle a cependant assez d'argent. Explique pourquoi.

EXERCICE

1.c Donne une estimation du montant qu'il faut payer lorsqu'on achète un pagne à 2 650 F, une chemise à 4 175 F et un pantalon à 6 200 F.

1.4 CONTRÔLE DU RÉSULTAT D'UNE SOUSTRACTION PAR UNE ADDITION

$$\begin{array}{r} 3\ 752 \\ -\ 1\ 250 \\ \hline 2\ 502 \end{array}$$

La différence de 3 752 et 1 250 est 2 502.
Quelle somme est égale à 3 752 ?
Quelle addition peut-on effectuer pour contrôler le résultat de la soustraction posée à gauche ?

EXERCICE

1.d Effectue les soustractions ci-dessous et contrôle tes résultats par une addition :
2 643 − 774 315,7 − 28,13

2 Multiplication des nombres décimaux

2.1 ACTIVITÉS

Addition ou multiplication

Moussa et ses camarades ont acheté 6 bouteilles de boisson gazeuse sucrée. Chaque bouteille coûte 110 F.

Le ticket de caisse montre que le prix total à payer est la somme de 6 termes, tous égaux à 110.

Comment pourrait-on encore calculer le prix total à payer ?

le 19 XII 92
110
110
110
110
110
110
Total 660

Multiplication

Dans le même magasin, la maman de Moussa a acheté 2,5 kg de viande à 650 F le kilogramme.

La balance du magasin indique en plus du poids le prix à payer dès que l'employé a enregistré le prix d'un kilogramme.

Comment la maman de Moussa peut-elle vérifier qu'il n'y a pas d'erreur sur son ticket ?

le 20 XII 92
650 F/kg
Poids 2,500
Total 1 625

2.2 VOCABULAIRE ET PRATIQUE DU CALCUL

Produit, multiplication

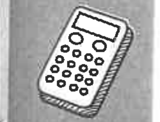
3,15 × 4,2 = 13, 23
Le nombre 13,23 est le **produit** des nombres 3,16 et 4,2.
Les nombres 3,16 et 4,2 sont les **facteurs** de ce produit.
Pour calculer le produit de deux nombres, on effectue une **multiplication**.

Disposition pratique

$$\begin{array}{r} 3,15 \\ \times\ 4,2 \\ \hline 630 \\ 1260 \\ \hline 13,230 \end{array}$$

Veiller à bien décaler d'un rang les produits partiels successifs !
Le nombre de chiffres après la virgule du produit est égal à la somme des nombres de chiffres après la virgule de chaque facteur (mais on peut ensuite écrire le produit 13,23).

Utilisation de la calculatrice



Pour calculer le produit 25,6 x 5,25 x 0,05 sur une calculatrice, on appuie sur les touches ci-dessous : et on lit sur l'écran :

2 5 , 6	256
×	256
5 , 2 5	525
×	1344
0 , 0 5	005
=	672

Lorsqu'on entre le deuxième symbole de multiplication dans la calculatrice, le produit des deux premiers facteurs est effectué.

EXERCICES

2.a Effectue les multiplications ci-dessous :
8,9 x 6,4 ; 23,5 x 7,59 ; 37,2 x 8,47 ; 0,28 x 209

2.b Un employé gagne 45 000 F par mois.
Quel est son salaire annuel ?

2.c Recopie et complète chaque case vide par le nombre qui convient :
5 x □ = 45 ; 15 x □ = 30 ; 8 x □ = 24 ; □ x 4 = 36

2.3 ESTIMATION D'UN PRODUIT

Kakou veut offrir une bouteille de boisson gazeuse à chacun de ses 8 amis. Chacune des bouteilles coûte 185 F. Il dispose de 2 000 F et veut savoir rapidement si cet argent suffira.
Pour cela, il peut :
- arrondir 185 à la centaine c'est-à-dire le remplacer par 200,
- calculer mentalement le produit des nombres ainsi obtenus.

8 x 200 = 1 600

Kakou peut estimer avoir assez d'argent.

EXERCICE

2.d L'un des trois nombres entiers naturels 395 076 ; 39 576 ; 3 950 076 est le produit de 492 et 803.
Fais une estimation de ce produit pour en déduire le bon résultat.

2.e L'estimation du produit te permet de déceler des erreurs dans les égalités ci-dessous. Lesquelles ?

302,6 x 19 = 8 570,44 57,1 x 32, 9 = 1 888,59
6,94 x 4,03 = 57, 968 2 71,8 x 28 = 2 110,4

Reprends les calculs qui semblent ne pas comporter d'erreur.

ATTENTION
L'estimation du produit permet de déceler uniquement des erreurs évidentes, mais ne permet pas d'affirmer qu'un résultat est juste.

2.4 CONTRÔLE DU RÉSULTAT D'UNE MULTIPLICATION

Contrôle du dernier chiffre

1 034 est-il le produit de 28 par 37 ?
1 536 est-il le produit de 128 par 12 ?

28X37=1 034 Ce résultat est faux !

Il est facile de déceler une erreur qui porte sur le dernier chiffre du résultat.

128X12=1 536 Ce résultat est-il juste ?

EXERCICE

2.f Le contrôle du dernier chiffre te permet de déceler deux erreurs dans les égalités ci-dessous. Lesquelles ?

54 x 29 = 1568 247 x 15 = 3 715
2 861 x 53 = 151 633 694 x 18 = 12 494

Reprends les calculs qui semblent ne pas comporter d'erreur.

ATTENTION
Ce contrôle ne permet pas de déceler d'erreurs sur les autres chiffres du produit et ne permet donc pas d'affirmer qu'un résultat est juste.

Contrôle du nombre de chiffres aprés la virgule

Coumba a l'habitude de contrôler la position de la virgule après avoir effectué une multiplication.

```
     58,26
x      7,5
    29130
   40782
   436,950
```

Premier facteur : 2 chiffres après la virgule.
Deuxième facteur : 1 chiffre après la virgule.
Produit : 3 chiffres après la virgule.
Coumba peut cependant écrire comme produit **436,95.**

EXERCICE

2.g Le contrôle du nombre de chiffres après la virgule te permet de déceler deux erreurs dans les égalités ci-dessous. Lesquelles ?

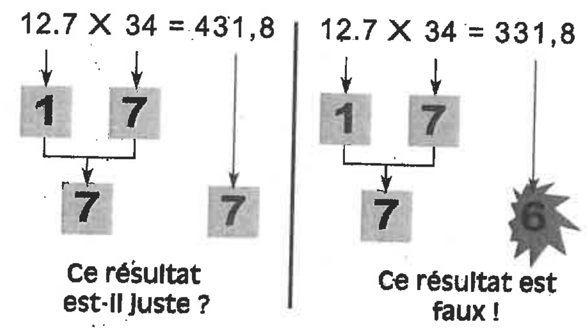
5,35 x 8,4 = 44,934 2,9 x 3,6 = 10,44
264 x 4,5 = 1 198 11,46 x 5,3 = 77,38

Reprends les calculs qui semblent ne pas comporter d'erreurs.

ATTENTION
Ce contrôle ne permet pas d'affirmer qu'un résultat est juste.

Preuve par 9

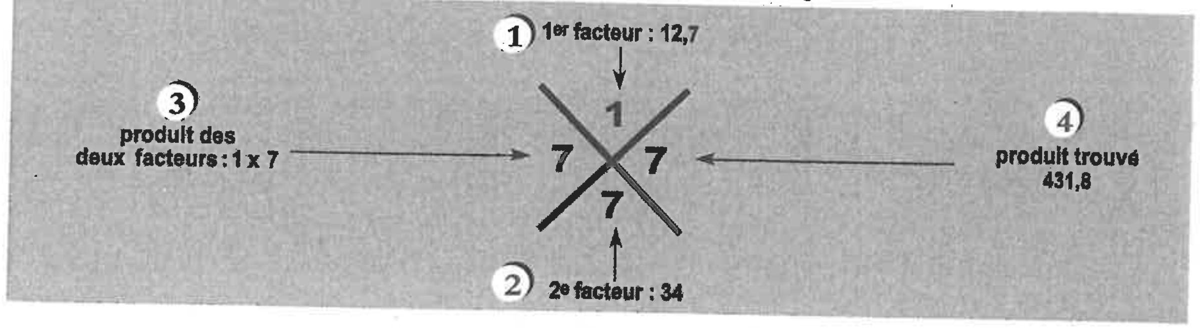
Deux élèves trouvent des réponses différentes en calculant le produit de 12,7 et 34.
Un moyen de contrôle est la preuve par 9.



Les chiffres marqués dans les cases sont obtenus :
- en faisant la somme des chiffres de chaque nombre,
- en recommençant chaque fois que le résultat obtenu est un nombre de deux chiffres,
- en remplaçant éventuellement 9 par 0.

Exemple :
12,7 → 1 + 2 + 7 = 10
10 → 1 + 0 = 1

Disposition pratique
Les opérations effectuées sont données dans l'ordre indiqué par les numéros.



EXERCICES

2.h La preuve par 9 te permet de déceler des erreurs dans les calculs ci-dessous. Lesquelles ?

32,9 x 7,8 = 265,62   123 x 41 = 5 143

74,2 x 3,5 = 269,7   52,8 x 7,7 = 406,56

Reprends les calculs qui semblent ne pas comporter d'erreur.

2.i Un élève effectue l'opération ci-contre :

a) Effectue la preuve par 9.
Quelle remarque fais-tu ?

b) Calcule une estimation du produit.
Que peux-tu en conclure ?

$$\begin{array}{r} 492 \\ \times\, 803 \\ \hline 1476 \\ 3936 \\ \hline 40836 \end{array}$$

ATTENTION

La preuve par 9 ne décèle pas toutes les erreurs et ne permet pas d'affirmer qu'un résultat est juste.

3 Organisation des calculs

3.1 DÉPLACER, REGROUPER LES TERMES D'UNE SOMME, LES FACTEURS D'UN PRODUIT

Somme de plusieurs termes

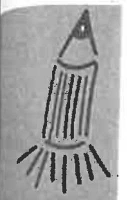
Calculons la somme, notée **s**, des nombres décimaux 4,23 ; 2,5 ; 0,77 ; 35 et 7,5.

Pour calculer une somme de manière performante, on peut déplacer et regrouper certains termes.

$$s = 4{,}23 + 2{,}5 + 0{,}77 + 35 + 7{,}5$$
$$s = \underbrace{4{,}23 + 0{,}77}_{5} + \underbrace{2{,}5 + 7{,}5}_{10} + 35$$
$$s = 5 + 10 + 35$$
$$s = 50$$

EXERCICE

3.a Calcule le nombre t.
t = 8,4 + 47,3 + 1,6 + 1,7 + 2,7 + 8,3



Calcul rapide

1) Calcule de façon performante

73 + 27 + 39
97 + 87 + 13
62 + 79 + 38

28 + 66 + 34 + 72 + 58
53 + 14 + 86 + 47
17 + 27 + 83

Additionner mentalement

46 + 57
40 + 6 + 57
$40 + 3 + \underbrace{3 + 57}_{60}$
40 + 3 + 60
40 + 60 + 3
100 + 3
103

57 + 29
$\underbrace{57 + 30}_{87} - 1$
87 - 1
86

2) Calcule

38 + 54   27 + 35   39 + 14   86 + 9
25 + 68   94 + 7   17 + 99   19 + 59

Retrancher mentalement un nombre naturel terminé par 9

73 - 49
$\underbrace{73 - 50}_{23} + 1$
23 + 1
24

En retranchant 50, on retranche 1 de trop, il faut donc ensuite rajouter 1

3) Calcule

38 − 9   77 − 39   35 − 19   86 − 79

Produit de plusieurs facteurs

Calculons le produit noté **p** des nombres 25 ; 12,456 et 4.

Pour calculer un produit de manière performante, on peut déplacer et regrouper certains facteurs de ce produit.

$$p = 25 \times 12{,}546 \times 4$$
$$p = \underbrace{25 \times 4}_{100} \times 12{,}546$$
$$p = 100 \times 12{,}546$$
$$p = 1\,254{,}6$$

EXERCICE

3.b Calcule les nombres notés **n** et **r** ci-dessous :
n = 0,25 x 37,5 x 4 x 10
r = 375,13 x 112 250 x 762 375 x 0

Calcul rapide

Multiplier mentalement par 4

36 x 4

$\underbrace{36 \times 2}_{72} \times 2$

72 x 2

144

Calcule

27 x 4 | 35 x 4 | 18 x 4 | 44 x 4

3.2 RÈGLES DE PRIORITÉ

Problème

Un camion part pour une livraison avec 98 casiers de bière et 120 casiers de boisson gazeuse. Chaque casier contient 24 bouteilles. Au cours du déchargement, le chauffeur casse 9 bouteilles de bière et 13 bouteilles de boisson gazeuse qui ne seront pas facturées au commerçant. Une bouteille de boisson gazeuse coûte 100 F et une bouteille de bière 185 F. Quel est le montant de la factûre du commerçant ?

On peut résoudre ce problème en écrivant de nombreuses lignes de calcul, mais nous allons voir comment l'emploi de règles de priorité permet d'organiser tous les calculs sur une seule ligne.

Pôle des parenthèses

Monsieur Diarra achète pour chacun de ses jumeaux une chemise et un cartable.
La chemise coûte 1 250 F et le cartable 2 300 F. Monsieur Diarra veut savoir combien il a dépensé.

On peut calculer le produit de 2 par la somme de 1 250 et 2 300.
On indique qu'on doit d'abord calculer la somme de 1 250 et 2 300 en écrivant cette somme entre parenthèses.

Le nombre cherché s'écrit : 2 x (1 250 + 2 300).

> Dans une écriture en ligne, une opération entre parenthèses est prioritaire.

Exemples :

1. Le produit de la somme de 3 et 4 et de la somme de 1,5 et 2 s'écrit : (3 + 4) x (1,5 + 2)

2. Pour indiquer que l'on va d'abord additionner les termes regroupés dans une somme (ou que l'on va d'abord multiplier les facteurs regroupés dans un produit), on les écrit parfois entre parenthèses :

s = (4,23 + 0,77) + (2,5 + 7,5) + 35
s = 5 + 10 + 35
s = 50

p = (4 x 25) x 12,546
p = 100 x 12,546
p = 1 254,6

Priorité de la multiplication sur l'addition

Anne achète une banane à 20 F et 5 oranges à 15 F l'une. Elle veut savoir combien elle doit payer.

On peut calculer la somme de 20 et du produit de 5 par 15.
On sait que la multiplication doit être effectuée en premier.
On peut écrire entre parenthèses le produit de 5 et 15, c'est-à-dire : 20 + (5 x 15)
mais on se contente habituellement d'écrire : 20 + 5 x 15.

> En l'absence de parenthèses, la multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction.

Utilisation de la calculatrice

1. Quel type de calculatrice ?

Jean et Moussa veulent calculer 20 + 5 x 15 sur leur calculatrice ; chacun d'eux a frappé la séquence de touches : 2 0 + 5 x 1 5 =

touches appuyées :	*écran de la calculatrice de Moussa*	*écran de la calculatrice de Jean*
2 0	20	20
+	20	20
5	5	5
x	5	25
1 5	15	15
=	95	375
	La calculatrice de Moussa respecte les règles de priorité	*La calculatrice de Jean ne respecte pas les règles de priorité et effectue les opérations dans l'ordre dans lequel on entre les symboles*

Les deux types de calculatrice existent ; on peut savoir quel type de calculatrice on a en effectuant un calcul tel que celui donné en exemple et en regardant le résultat.
Pour la suite, nous ne considérerons que des calculatrices qui respectent les règles traditionnelles de priorité.

2. Analyse du calcul à effectuer.

Pour calculer avec une calculatrice le produit 3,7 x (1,2 + 2,5), on a le choix entre deux méthodes.

Entrer en premier l'opération prioritaire du calcul et utiliser la touche = pour obtenir des résultats intermédiaires.	Utiliser, lorsqu'il y en a, des touches de parenthèses.
Tape la séquence de touches :	Tape la séquence de touches :
1 , 2 + 2 , 5 = x 3 , 7 =	3 , 7 x (1 , 2 + 2 , 5) =

EXERCICES

3.c Une des expressions ci-dessous donne le prix à payer par le commerçant dans le problème du début du paragraphe. Laquelle ?
98 x 24 - 9 x 185 + 120 x 24 - 13 x 100
(24 x (98 + 120) - 9 - 13) x (185 + 100)
(98 x 24 - 9) x 185 + (120 x 24 - 13) x 100

3.d Moussa a effectué un déplacement de 5 km en taxi. Le tarif est de 100 F de prise en charge auquel il faut ajouter 90 F par kilomètre parcouru.
Écris en ligne une expression donnant le prix à payer. Calcule ce prix.

3.e Pour chacun des calculs ci-dessous, précise quelle est l'opération prioritaire puis effectue le calcul.
2 + 5 x 8 ; 3 x (4,8 + 4,2) ; 15 x (2,1 + 0,9) ; (15 - 5) x 25 ; 3 x 8 - 2 ; 26 - 5 x 3

3.3 MULTIPLICATION ET ADDITION

Activité

Aïcha achète 20 bananes et 5 oranges. Chaque fruit coûte 15 F. Aïcha veut savoir combien elle doit payer.
On peut déterminer le prix à payer de deux façons différentes et, pour chaque méthode, écrire en ligne l'opération correspondante.

1ère méthode	2e méthode
On calcule d'abord le nombre total de fruits	On calcule d'abord le prix des bananes et celui des oranges
$\underbrace{15 \times \underbrace{(20 + 5)}_{\text{Nombre total de fruits}}}_{\text{prix des fruits}}$	$\underbrace{\underbrace{15 \times 20}_{\text{prix des oranges}} + \underbrace{15 \times 5}_{\text{prix des bananes}}}_{\text{prix des fruits}}$
On multiplie une somme par un nombre	On additionne des produits

Pour chaque méthode, précise combien il y a d'opérations et indique dans quel ordre ces opérations doivent être effectuées.
Dans la pratique, nous utiliserons les propriétés suivantes que nous admettrons.

PROPRIETÉS

Pour multiplier une somme par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la somme par ce nombre et additionner les produits obtenus.

Pour multiplier une différence par un nombre, on peut multiplier chaque terme de la différence par ce nombre et calculer la différence entre les produits obtenus.

Exemple 1 : Comment calculer mentalement :

$p = 7 \times 37$
$p = 7 \times (30 + 7)$
$p = 7 \times 30 + 7 \times 7$
$p = 210 + 49$
$p = 259$

$r = 37 \times 19$
$r = 37 \times (20 - 1)$
$r = 37 \times 20 - 37 \times 1$
$r = 740 - 37$
$r = 703$

Exemple 2 :
Comment calculer de manière performante : 2,5 x 3,5 + 15 x 3,5
On peut remplacer le calcul de la somme 25 x 3,5 + 15 x 3,5 par le calcul du produit (25 + 15) x 3,5 ; ce programme de calcul ne nécessite qu'une multiplication au lieu de deux.

$t = 25 \times 3,5 + 15 \times 3,5$
$t = (25 + 15) \times 3,5$
$t = 40 \times 3,5$
$t = 140$

EXERCICES

3.f Donne une autre écriture des nombres s, n, p et m.

s = (5,8 + 4,2) x 2,5
n = 3 x 100 + 3 x 25
p = 5 x (25 + 7,8)
m = 375 x 2 + 12,5 x 2

3.g Calcule t et u de manière performante
t = 9 x 7,35 + 9 x 2,65
u = 1,32 x 0,75 + 8,68 x 0,75

Calcul rapide

Calcule de façon performante
1,7 x 13,52 - 1,7 x 3,52
12,1 x 4 + 7,9 x 7 + 12,1 x 6 + 7,9 x 3
3,95 x 0,99 + 3,95 x 0,01

Multiplier mentalement par un nombre terminé par 9

$p = 25 \times 9$
$p = 25 \times (10 - 1)$
$p = 250 - 25$
$p = 225$

$r = 39 \times 6$
$r = (40 - 1) \times 6$
$r = 240 - 6$
$r = 234$

Calcule
37 x 9 18 x 9 46 x 9 59 x 7 29 x 8 79 x 3

Multiplier mentalement un nombre de deux chiffres par 11

La somme des chiffres de ce nombre ne dépasse pas 9

$$\begin{array}{r} 34 \\ \times 11 \\ \hline 34 \\ 34 \\ \hline 374 \end{array}$$

La somme des chiffres de ce nombre dépasse 9

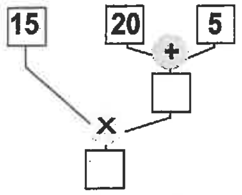
$$\begin{array}{r} 75 \\ \times 11 \\ \hline {}_1 75 \\ 75 \\ \hline 825 \end{array}$$

Découvre les règles

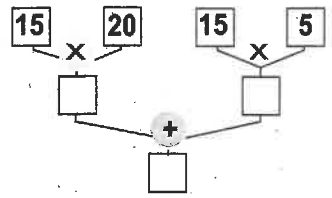
Calcule
25 x 11 39 x 11 44 x 11 11 x 87 11 x 28 71 x 11

3.4 SCHÉMAS DE CALCUL

Des schémas permettent de visualiser des programmes de calcul et de mieux analyser l'ordre dans lequel on effectue les opérations.
Par exemple, pour montrer les deux méthodes de calcul du prix payé par Aïcha (dans l'activité du paragraphe 3.3), on peut utiliser les schémas ci-dessous :



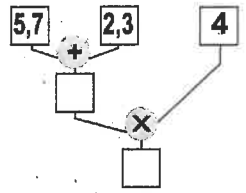
$15 \times (20 + 5)$



$15 \times 20 + 15 \times 5$

EXERCICES

3.h Recopie et complète le schéma de calcul ci-contre.
Donne l'écriture en ligne correspondant à ce programme de calcul.
Donne la traduction en français correspondant à ce programme de calcul.



3.i Calcule le nombre $2 + 5 \times 2{,}4$
Donne un schéma de calcul correspondant à ce programme.
Donne la traduction correspondant à ce programme de calcul

3.j Calcule la somme du produit de 2,8 et 5 et du produit de 4,5 et 2 après avoir donné un schéma et une écriture en ligne correspondant à ce programme.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 ADDITION, SOUSTRACTION DES NOMBRES DÉCIMAUX

1 Koffi achète à la librairie un livre de grammaire française et un livre de mathématiques.
Le livre de grammaire coûte 950 francs.
Le livre de mathématiques coûte 650 francs de plus que le livre de grammaire.
Combien Koffi dépense-t-il ?

2 Un collège compte 450 élèves dont 259 filles.
Combien y a-t-il de garçons ?

3 La somme des âges de Philippe, Caroline et Fanta est 47 ans. Sachant que Philippe a 19 ans et Caroline 15 ans. Quel est l'âge de Fanta ?

4 Quatre enfants d'une même famille s'associent pour offrir un cadeau d'une valeur de 4 850 francs à leur mère.
L'aîné donne 1 600 francs, le cadet 1 500 francs, le troisième 1 200 francs.
Quelle est la participation du quatrième enfant ?

5 Trois cars de ramassage scolaire doivent transporter 180 élèves.
Le premier car prend 68 élèves et le second 65. Combien d'élèves le troisième car prendra-t-il ?

6 Je choisis un nombre, je lui ajoute 32 et je trouve 91.
Quel est le nombre choisi ?

7 Je choisis un nombre, je lui retranche 23 et je trouve 102.
Quel est le nombre choisi ?

8 Effectue les opérations suivantes :
234,5 + 6,347 ; 1 275,375 + 150 ; 4 856 - 169 ; 2,004 - 0,856.

9 La différence de deux nombres est 35.
Le plus grand de ces nombres est 121.
Quel est le plus petit ?
La différence de deux nombres est 117. Le plus petit de ces nombres est 1 004.
Quel est le plus grand ?

2 MULTIPLICATION DES NOMBRES DÉCIMAUX

10 Il y a 24 bouteilles de boisson gazeuse dans un casier.
Combien y a-t-il de bouteilles dans 180 casiers ?

11 Un automobiliste achète 20 litres d'essence super. Un litre d'essence super coûte 350 francs.
Combien doit-il payer ?

12 Recopie et complète le bon de commande suivant :

Désignation	Quantité	Prix unitaire	Montant
Tee-shirt	2	1 500	
Cartable	1	1 690	
Chemise	3	2 500	
Pantalon	2	7 500	
		Total	

13 Effectue les opérations suivantes :
685,73 x 6,532 ;
4 856 x 38 ;
132 x 0,856.

14 Des élèves ont calculé le produit de 13,09 par 48,15.
Les résultats qu'ils proposent sont :
6, 302 835 ;
630, 383 4 ;
63 028, 35 ;
630, 285 ;
630, 283 5.
Explique pourquoi certaines réponses sont manifestement fausses.
Quelle est la bonne réponse ?

15 Une erreur a été commise dans chacun des résultats ci-dessous.
Recopie le tableau et mets une croix dans la case qui correspond au test mettant en évidence l'erreur commise.

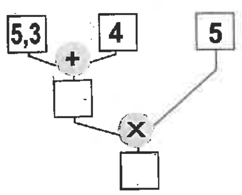
	Estimation du résultat	Contrôle du dernier chiffre	Contrôle du nombre de chiffres après la virgule
24,5 x 1,3 = 31,5			
173 x 1,16 = 476,18			
358 + 79 = 435			
273 - 209 = 264			

3 ORGANISATION DES CALCULS

16 L'organisateur d'une fête scolaire commande 48 casiers de boisson gazeuse et 100 boîtes de jus d'ananas. Il y a 24 bouteilles dans chaque casier.
En déchargeant le camion, le convoyeur casse 6 bouteilles. Ces bouteilles ne seront pas payées par l'organisateur.
Sachant qu'une bouteille de boisson gazeuse coûte 100 francs et une boîte de jus d'ananas 150 francs, combien l'organisateur devra-t-il payer au fournisseur ?

17 Moustapha achète deux chemises à 1 250 francs chacune et une paire de chaussures à 4 000 francs.
Donne un schéma de calcul de la dépense totale.
Donne l'écriture en ligne correspondante.
Combien Moustapha a-t-il dépensé ?

18 Recopie, puis complète le schéma de calcul ci-dessous.
Traduis ce schéma de calcul par une écriture en ligne.



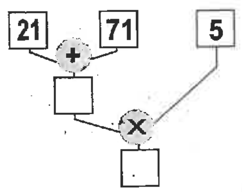
19 Traduis chacun des programmes de calcul ci-dessous
- par un schéma ;
- par une phrase en français ;
puis, effectue les calculs.
6 x (5 + 2) ; 6 x 5 + 2 ; 6 x 5 + (2 + 8)

20 Traduis chacun des programmes de calcul ci-dessous par une écriture en ligne.
- "Calculer le produit de 12 par la somme de 9 et 21".
- "Calculer la différence entre le produit de 9 par 15 et la somme de 32 et 28".

21 Effectue chacun des calculs ci-dessous et dis pour chacun d'eux quelle est l'opération prioritaire.
125 - (15 + 17) ; (47 - 12) x 9 ; 32 x 435 + 20
(18 - 7) x 8 + 32 ; (3 + 7) x 0,1 ; 24,3 - 1,3 x 3

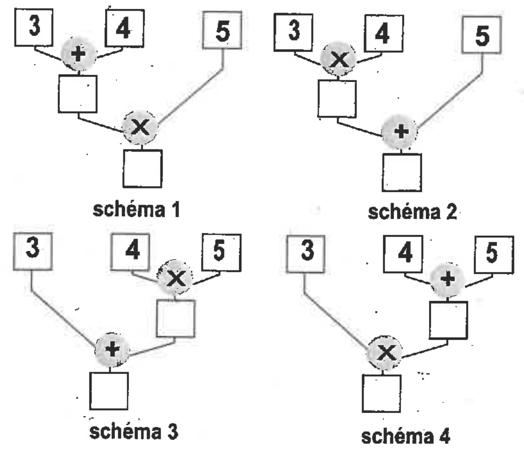
22 Calcule :
a = (3 - 0,5 x 2) x 4
b = 4 + 3 x (1,9 + 0,2)
c = [2 x 7,5 - (5,5 + 3)] x 4

23 Voici un schéma de calcul :



Parmi les nombres ci-dessous, quel est celui qui correspond à ce schéma ?
a = 21 + 71 x 5 b = (21 + 71) x 5
c = 5 x 21 + 71 d = 21 x 71 + 5

24 a = 3 x (4 + 5) b = 3 x 4 + 5
c = (3 + 4) x 5 d = 3 + 4 x 5
Chacun des schémas suivants correspond au calcul de l'un des nombres décimaux a, b, c ou d.
Indique lequel.



25 Tu dois calculer la somme des nombres suivants :
4,7 ; 1,25 ; 8,1 ; 5,3 ; 1,9
Organise l'écriture du calcul de cette somme de façon à l'effectuer le plus rapidement possible.
Fais de même pour calculer :
- la somme de 77,3 ; 38,8 ; 49,5 ; 22,7 et 50,5 ;
- le produit de 0,25 ; 12,456 et 4.

26 Donne une écriture en ligne de chacun des nombres ci-dessous, qui permette de le calculer de façon performante :
a = 2,3 + 5,14 + 7,7
b = 86 + 24 + 14
c = 4,9 + 7,2 + 0,1 + 2,8
d = 2,34 x 2 x 0,5
e = 2 x 3,47 x 5
f = 4 x 0,1 x 25 x 10
g = 2,357 8 x 3,459 x 0 x 12,5
h = 0,3 x 37 + 0,3 x 23
i = 17 x 13,52 - 17 x 3,52
j = 3,95 x 0,99 + 3,95 x 0,01
k = 175 002 x 5 - 5 x 175 002

27 Combien y a-t-il de minutes dans 5 jours 4 heures ?

28 2 x 3 x 4 x 5 x 7 est évidemment multiple de 2, de 3, de 4, de 5 et de 7.
Trouve six autres nombres dont 2 x 3 x 4 x 5 x 7 est multiple.

29 Recopie les produits suivants :
22 x 13 39 x 5 18 x 17 20 x 11
25 x 23 30 x 7 33 x 19
Souligne les produits qui sont multiples de 2 et justifie ta réponse dans chaque cas.

30 Le nombre 75 + 80 est-il un multiple de 5 ? Justifie ta réponse.
Le nombre 57 - 48 est-il un multiple de 3 ? Justifie ta réponse.

31 Le nombre 69 + 78 est-il divisible par 3 ? Justifie ta réponse.

32 2 est-il un diviseur du nombre 54 + 68 ? Justifie ta réponse.

APPROFONDISSEMENT

33 Trouve deux nombres entiers consécutifs dont la somme est 217.

34 Le père de François mesure 1,80 m.
François monte sur un tabouret de 60 cm de haut ; il est fier alors de mesurer 13 cm de plus que son père.
Quelle est donc la taille de François ?

35 50 personnes prennent un bus.
Au premier arrêt, 20 personnes descendent et 15 personnes montent.
Au deuxième arrêt, 10 personnes descendent et 8 personnes montent.
Au troisième arrêt, 12 personnes descendent et 25 personnes montent.
Au quatrième arrêt, tout le monde descend ; c'est le terminus.
Combien de passagers sont-ils descendus au terminus ?
Calcule le nombre de passagers transportés par ce bus sur cet itinéraire.

36 Trouve deux nombres dont la somme est 12 et dont la différence est 2.

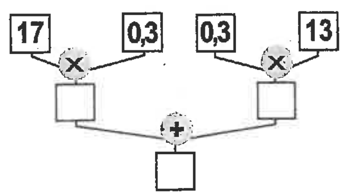
37 20 ouvriers travaillent pendant 9 jours. 7 d'entre eux reçoivent chacun 3 200 francs par jour, les autres reçoivent chacun 1 400 francs par jour.
Calcule la somme totale que le patron devra débourser pour les payer.

38 Des parenthèses ont été effacées dans les égalités suivantes :
1° 7 + 5 x 2 = 24
2° 3 x 4 + 2 x 5 = 90
3° 2 + 3 x 5 + 4 = 45
4° 4 x 2 + 7 x 3 = 92
Recopie ces calculs en insérant les parenthèses effacées.

39 Recopie les calculs ci-dessous.
Complète chaque case vide par l'un des nombres 3, 5 ou 9.
1° □ + □ x □ = 48
2° □ x (□ + □) = 72
Fais de même avec les nombres 13 ; 140 ; 2 et 50.
3° □ x □ + □ − □ = 317
4° □ − □ x □ + □ = 53

40 Avec les nombres 2, 3, 4 et 5, trouve un programme de calcul qui donne 29 comme résultat en utilisant que l'addition, la soustraction, la multiplication.
Tu ne peux utiliser chaque nombre qu'une seule fois.
Même question pour obtenir 33.

41 Voici un schéma de calcul :



Donne l'écriture en ligne correspondant à ce programme de calcul.
Trouve un schéma plus simple et donne l'écriture en ligne correspondant à ce schéma.

42 Voici une liste de nombres décimaux :
3,4 ; 41,7 ; 12,71 ; 12,24 ; 153,09 ; 23,06 ; 0,105 et 724,375.
Encadre chacun des nombres décimaux de cette liste par deux nombres entiers naturels consécutifs.
Quel nombre décimal faut-il ajouter à chacun des nombres de la liste pour obtenir le plus grand des nombres entiers naturels de son encadrement ?
Quel nombre décimal faut-il retrancher à chacun des nombres de la liste pour obtenir le plus petit des nombres entiers naturels de son encadrement ?

43 Recopie les énoncés ci-dessous.
Sans calculer les produits, complète chaque case vide par l'un des signes < ou >.

57 x 10 □ 57	57 x 1,07 □ 57 ;
57 x 1,5 □ 57	57 x 0,96 □ 57 ;
0,08 x 57 □ 57	3 x 57 □ 57.

Range les produits dans l'ordre décroissant.

44 Effectue les opérations suivantes et donne les réponses en mètres.
1,86 m + 35 cm - 0,5 m
6,75 m - 352 cm
3,78 m - 90 cm
7,2 m - 0,34 m
Effectue les opérations suivantes et donne les réponses en kilogrammes :
2,45 kg + 3 hg + 125 g
250 g + 1,75 dag + 1 253 mg

45 Calcule la somme des longueurs suivantes et donne le résultat en kilomètres.
1° 1,5 km ; 300 m et 50 km
2° 0,6 km ; 1 200 cm et 50 m
3° 35 dam ; 4,7 hm et 0,4 km

46 Calcule :
3 h 47 mn + 11 h 8 mn
2 h 19 mn 41 s + 8 mn 30 s
34 mn 52 s − 17 mn 24 s
13 h 5 mn 47 s − 12 h 7 mn 25 s
1 h 10 mn 10 s − 20 mn 27 s

47 Sidibé se rend à la banque "DUCOIN" pour retirer de l'argent de son compte courant.
À sa demande, il reçoit 5 billets de 1 000 francs et 5 billets de 500 francs.
Donne deux écritures en ligne correspondant à son retrait.
Calcule le montant de la somme retirée.
Le caissier aurait pu verser la somme demandée avec 9 billets.
Donne l'écriture en ligne correspondante.

48 Mon boucher dispose d'une balance électronique qui indique les prix à payer au franc près. Malheureusement, ni lui ni ses clients ne possèdent de pièces de 1 franc.
Voici les prix enregistrés par la machine pour les dix premiers achats de la journée :

Le client	①	paie	932 F
Le client	②	paie	625 F
Le client	③	paie	1 286 F
Le client	④	paie	2 675 F
Le client	⑤	paie	703 F
Le client	⑥	paie	3 145 F
Le client	⑦	paie	1 100 F
Le client	⑧	paie	4 898 F
Le client	⑨	paie	430 F
Le client	⑩	paie	890 F

Quels sont les prix qui correspondent à des multiples de 5 ?
Les autres prix sont arrondis au multiple de 5 le plus proche du prix à payer.
Les clients ①, ② et ③ règlent leurs achats exactement avec un minimum de billets et de pièces. Donne les égalités correspondantes pour chacun d'eux.
Le client ④ donne 3 000 francs ; le client ⑦ donne 1 500 francs et le client ⑩ donne 1 000 francs. Combien le boucher rend-il à chacun d'eux ?
Combien les clients ①, ③, ⑤ et ⑧ débourseront-ils ?

CARRÉS MAGIQUES

49 Un carré est partagé en autant de lignes que de colonnes. Dans chaque case est écrit un nombre.
Le carré ainsi obtenu est appelé carré magique lorsqu'on obtient la même somme en additionnant les nombres en ligne, en colonne et en diagonale. Cette somme est dite "somme magique".
"Les Peuls connaissent et utilisent des carrés magiques tels que le carré de Saturne, le nombre d'Allah, le carré des seize premiers nombres entiers naturels"
(D'après Ch. Beart "Jeux et Jouets de l'Ouest Africain", tome 2 - IFAN Dakar, 1955)
1) Calcule la somme magique des carrés magiques ci-dessous.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Carré de Saturne

21	26	19
20	22	24
25	18	23

Nombre d'Allah

1	14	11	8
12	7	2	13
6	9	16	3
15	4	5	10

Carré des seize premiers nombres entiers naturels

2) Le nombre d'Allah s'obtient à partir du carré de Saturne. Explique comment.

EXERCICES

3) Les carrés ci-dessous sont-ils des carrés magiques ? Explique ta réponse

6	1	8
7	5	3
4	10	2

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

4) Complète le carré magique ci-dessous sachant que la somme magique est 120

	27	20	33	26
31	9		25	
18			12	
	23	16	29	
		28		34

12 Division

3 : 9 = 0,33333333

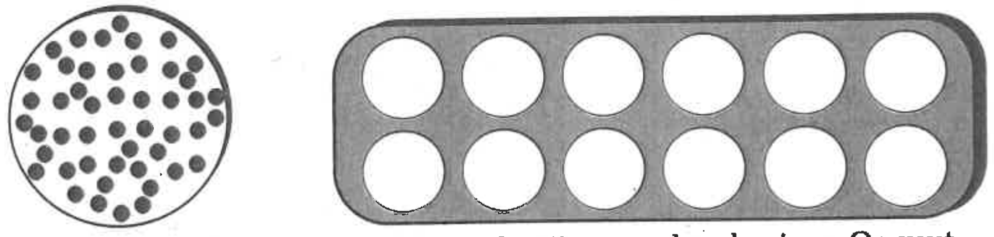
SOMMAIRE

1 Division d'un nombre entier naturel par un nombre entier naturel non nul

1.1 QUOTIENT ENTIER

Une répartition de reste nul

L'Awalé est un jeu très ancien répandu en Afrique. On le rencontre par exemple sous le nom d'Awalé (Côte d'Ivoire), Waré (Burkina Faso), Wère (Sénégal), Worin ou Wuri (Guinée), Aji ou Adi (Bénin), Magala (Congo), Mwiso (Ouganda), Bao ou Mho (Kenya), Maji ou Okwé (Nigeria).
Le tablier est composé de douze cases. Le nombre de pions dont on se sert dans le jeu est 48.



Au début d'une partie, toutes les cases contiennent le même nombre de pions. On veut calculer combien il y a de pions dans chaque case.

Solution	***Disposition pratique***

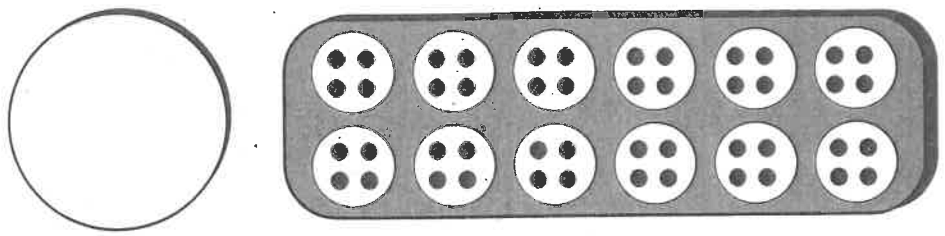
On effectue la **division** de 48 par 12.
On obtient 4 comme **quotient.**
Le **reste** est nul.
48 est un multiple de 12.
4 est le quotient exact de 48 par 12.
On a : 48 = 4 x 12
Le quotient étant exact, on écrit aussi :
48 : 12 = 4
Dans chaque case se trouvent 4 pions.

Dividende **Diviseur**

$$\begin{array}{r|l} 48 & 12 \\ \cline{2-2} \underline{-48} & 4 \\ 0 & \end{array}$$

Reste **Quotient**

$\boxed{48 = 12 \times 4}$



EXERCICES

1.a En divisant un nombre entier naturel par 42, on obtient un quotient exact égal à 13.
Quel est ce nombre ?

1.b Vérifie que 258 est un multiple de 3.
Calcule le quotient de la division de 258 par 3.

1.c Vérifie que 756 est un multiple de 9.
Calcule le quotient de la division de 756 par 18.

Une répartition de reste non nul

Avant de commencer une partie d'Awalé, un des joueurs a en main 27 pions qu'il répartit par 4 dans chaque case.
On veut calculer combien de cases il peut ainsi remplir et combien de pions il lui reste en main.

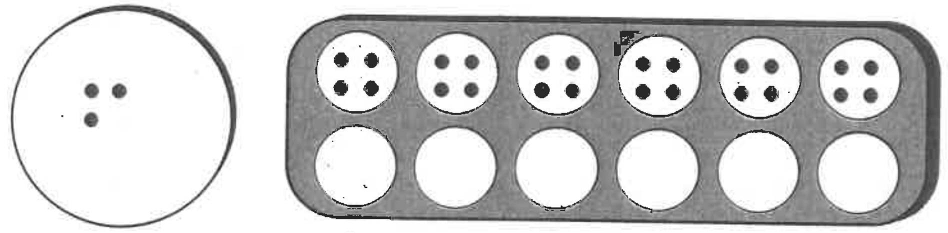
Solution	***Disposition pratique***

On effectue la division de 27 par 4.
On obtient 6 comme quotient.
Le reste est 3.
27 n'est pas un multiple de 4.

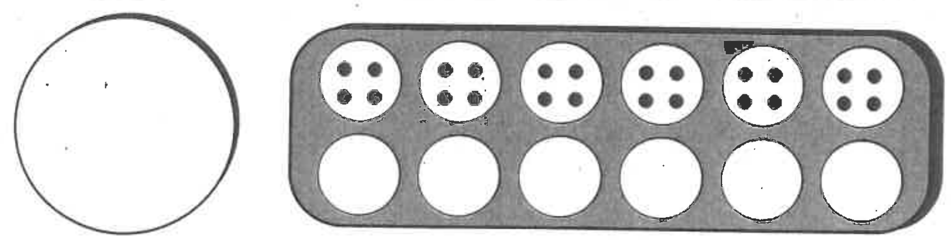
$$\begin{array}{r|l} 27 & 4 \\ \cline{2-2} \underline{-24} & 6 \\ 3 & \end{array}$$

$\boxed{27 = 47 \times 6 + 3}$

Avec 27 pions, 6 cases peuvent être remplies ; les 3 pions qui restent ne permettent pas de remplir une case.
On peut cependant commencer à remplir une 7ᵉ case, elle ne sera toutefois pas complète.



6 est le **quotient entier par défaut** ou **quotient entier** de la division de 27 par 4



7 est le **quotient entier par excès** de la division de 27 par 4

EXERCICE

1.d Calcule le quotient entier (par défaut) de la division de 65 par 7 ; 125 par 11.
Donne dans chaque cas le quotient entier par excès.

Le reste d'une répartition

Un agriculteur distribue équitablement sa production de mangues entre ses 17 petits-enfants. Il y a 398 mangues à partager.
On veut calculer combien chacun des petits-enfants recevra de mangues.

Solution	*Disposition pratique*

• Pour effectuer son partage, l'agriculteur donne d'abord 20 mangues à chacun.
Il reste alors 58 mangues.

Pourquoi le quotient de la division de 398 par 17 n'est-il pas 20 ?

• L'agriculteur partage les 58 mangues restantes en donnant 3 mangues à chaque enfant.
Il reste 7 mangues.

Le partage équitable effectué de cette façon s'arrête lorsque le reste est plus petit que le nombre de personnes entre lesquelles le partage s'effectue.

• Le quotient entier de la division de 398 par 17 est 23 ; le reste est 7.

398	**17**
– 34	**23**
58	
– 51	
7	

398 = 17 x 23 + 7

REMARQUE

Dans une division, le reste est toujours plus petit que le diviseur.

DIVIDENDE = DIVISEUR x QUOTIENT + RESTE

EXERCICE

1.e Donne le quotient entier et le reste de la division de
70 par 11   715 par 28   6 630 par 25   63 023 par 19

1.2 QUOTIENT DÉCIMAL

Quotient approché

Madame Gatambira achète 34 mètres de tissu. Elle veut partager ce tissu entre ses six enfants de sorte que chacun ait le morceau le plus grand possible et que le partage soit équitable. Nous allons voir comment elle s'y prend.

Solution	*Disposition pratique*

1ᵉʳ étape
Madame Gatambira peut d'abord chercher le nombre de mètres que chacun aura ; elle calcule le quotient entier de la division de 34 par 6.

Chacun aura 5 m ; il reste 4 m.

34	**6**
– 30	**5**
4	

34 = 6 x 5 + 4

Solution	*Disposition pratique*

2ᵉ étape
Madame Gatambira veut trouver le nombre de décimètres que chacun aura en plus. Elle convertit les 4 m en 40 dm.

Chacun aura en plus 6 dm.

Après conversion en mètres, on remarque que chaque enfant aura reçu : **5,6 m**.

5,6 est le **quotient approché au dixième près** de la division de 34 par 6.

Combien reste-t-il de tissu après ce partage ?

34	**6**
– 30	**5,6**
40	
– 36	
4	

34 = 6 x 5,6 + 0,4

Le quotient entier 5 est le **quotient approché à l'unité près** de la division de 34 par 6.

Quotient exact

24 coureurs ont été sélectionnés pour faire parcourir une distance de 84 km au flambeau olympique. Chaque coureur portera la célèbre flamme sur une même distance. Calculons la distance que chacun des coureurs aura à couvrir.

Solution	*Disposition pratique*

• Calculons le quotient entier de la division de 84 par 24.

34	**24**
– 72	**3**
12	

On obtient 3 ; le reste est 12.

84 =24 x 3 + 12

• Pratiquons comme ci-dessus pour obtenir le premier chiffre après la virgule.

3,5 est le quotient exact de la division de 84 par 24.

Dans ce cas on pourra donc écrire :
84 : 24 = 3,5

84	**24**
– 72	**3,5**
120	
– 120	
0	

84 =24 x 3,5

EXERCICE

1.f Effectue la division de 1 659 par 23 et donne le quotient approché à l'unité près, au dixième près et au centième près.

Utilisation de la calculatrice

Calculs de quotients

Lorsqu'on utilise la touche ÷ entre deux nombres, la calculatrice cherche à calculer si possible le quotient exact du premier nombre par le second. Mais le résultat affiché par la calculatrice n'est pas obligatoirement le quotient exact de la division pour l'une des deux raisons suivantes :

- le quotient exact n'est pas un nombre décimal ;
- le quotient exact est un nombre décimal mais l'écran de la calculatrice ne permet pas de l'afficher.

Selon que l'écran n'est pas saturé (c'est-à-dire rempli du plus grand nombre possible de chiffres) ou qu'il l'est, on peut penser que le quotient est exact ou approché.

Écran non saturé

Touches appuyées	Écran
1 2 6 9	1269
÷	1269
2 7	27
=	47

On peut penser que 47 est le quotient exact dans la division de 1 269 par 17.
On peut écrire :
1 269 : 27 = 47

Écran saturé

Touches appuyées	Écran
1 2 0 0	1200
÷	1200
1 7	17
=	70,58823

Le résultat affiché n'est pas le quotient exact dans la division de 1 200 par 17.
Le quotient entier par défaut dans cette division est 70.

Écran non saturé

Touches appuyées	Écran
1 3 7	137
÷	137
8	8
=	17,125

Écran saturé

Touches appuyées	Écran
3 5	25
÷	25
1 3	13
=	1,923076

Complète :
137 : 8 =

Quel est le quotient au centième près par défaut dans la division de 25 par 13 ?

En utilisant ta calculatrice, donne le quotient au centième près (tu préciseras si ta réponse est le quotient exact ou un quotient approché par défaut) dans chacune des divisions suivantes :

division de 13 575 par 176 ;

division de 123 par 456.

Calcul rapide

Diviser par 2 un nombre entier Le nombre est pair	Le nombre est impair
84 : 2 42	71 : 2 (70 + 1) : 2 35 + 0,5 35,5

Calcule
28 : 2 ; 172 : 2 ; 336 : 2 ;

41 : 2 ; 157 : 2 ; 393 : 2

2 Calculs avec 10 ; 100 ; 1 000 ; ... 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ...

2.1 MULTIPLIER, DIVISER PAR 10 ; 100 ; 1 000 ; ...

- Multiplier un nombre entier par **10 ; 100 ; 1 000 ; ...** revient à écrire **0 ; 00 ; 000 ; ...** à droite de ce nombre.

Exemple :
72 × 1 000 = 72 000
3 zéros 3 rangs

- Multiplier un nombre décimal par **10 ; 100 ; 1 000 ; ...** revient à déplacer la virgule de **1 ; 2 ; 3 ; ...** rangs vers la droite.

Exemples :
1,72 × 1 000 = 1 720
3 zéros 3 rangs
42,39 × 10 = 423,9
1 zéros 1 rangs

- Diviser un nombre entier par **10 ; 100 ; 1 000 ; ...** revient à placer une virgule à **1 ; 2 ; 3 ; ...** rangs vers la gauche.

Exemple :
72 : 1 000 = 0,072
3 zéros 3 rangs

- Diviser un nombre décimal par **10 ; 100 ; 1 000 ; ...** revient à déplacer la virgule de **1 ; 2 ; 3 ; ...** rangs vers la gauche.

Exemples :
0,072 : 1 000 = 0,000 072
3 zéros 3 rangs
1,05 : 100 = 0,01 05
2 zéros 2 rangs

2.2 MULTIPLIER, DIVISER PAR 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; ...

- Multiplier un nombre décimal par **0,1 ; 0,01 ; 0,001 ;...** revient à le diviser par **10 ; 100 ; 1 000 ;...**

Exemples :
7 200 x 0,01 = 7 200 : 100
= 72
0,05 x 0,1 = 0,05 : 10
= 0,005

- Diviser un nombre décimal par **0,1 ; 0,01 ; 0,001 ;...** revient à le multiplier par **10 ; 100 ; 1 000 ;...**

Exemples :
31 : 0,01 = 31 x 100
= 3 100
2,34 : 0,1 = 2,34 x 10
= 23,4

EXERCICES

2.a Calcule les produits suivants sans poser l'opération :

0,735 x 100	30 012 x 10	3,01 x 100
199,3 x 1 000	0,001 x 1 000	

2.b Calcule les quotients suivants :

0,008 : 1 000	35 000 : 100	345 : 1 000	17 : 10
5 : 0,01	41 : 0,001	0,75 : 0,1	

3 Division d'un nombre décimal par un nombre décimal non nul

3.1 DIVISER UN NOMBRE DÉCIMAL PAR UN NOMBRE ENTIER NATUREL NON NUL

Exemple

Calculons le quotient au centième près de la division de 359,7 par 8.

Solution	*Disposition pratique*	*Explication*
44,96 est le quotient au centième près de la division de 359,7 par 8. Le reste est de 2 centièmes c'est-à-dire : 0,02.	359,70 | 8 −32 | 44,96 39 −32 77 −72 50 −48 2 359,7=8x44,96+0,02	On divise la partie entière du nombre décimal 359,7 par 8. Le quotient entier est 44 ; il reste 7 unités. On convertit ces 7 unités en 70 dixièmes auxquels on ajoute les 7 dixièmes du nombre 359,7, ce qui revient à "abaisser" le chiffre 7. Le quotient au dixième près est 44,9. Il reste 5 dixièmes. On convertit alors ces 5 dixièmes en 50 centièmes.

Vérification 359,7 − 8 x 44,96 = 0,02

EXERCICE

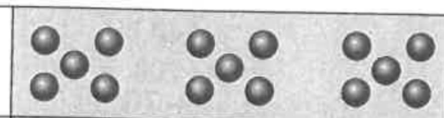
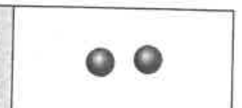
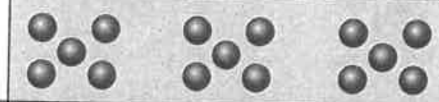
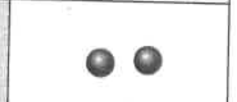
3.a Calcule le quotient au millième près de chacune des divisions suivantes.

375,32 par 7 ; 123,75 par 32.

3.2 DIVISER UN NOMBRE DÉCIMAL PAR UN NOMBRE DÉCIMAL NON NUL

Propriétés

On veut partager équitablement 17 billes entre 3 enfants.
Combien de billes chaque enfant recevra-t-il ? Si le nombre d'objets à partager est doublé et si le nombre de personnes entre lesquelles le partage s'effectue est doublé aussi, recherchons le nombre d'objets que chaque personne recevra.

On partage les 17 billes entre les 3 enfants. Chaque enfant reçoit 5 billes ; il en reste 2.		
On partage 17 autres billes entre 3 autres enfants. Bien sûr, chaque enfant reçoit 5 billes ; il en reste 2.		
On partage les 34 billes entre 6 enfants	Chaque enfant reçoit 5 billes	Il reste 4 billes

Le quotient de la division de 17 par 3 est le même que le quotient de la division de 2 x 17 par 2 x 3. Le reste est modifié (il est multiplié par 2).
On admet les propriétés suivantes :

PROPRIÉTÉ 1

Dans une division, lorsqu'on multiplie le dividende et le diviseur par un même nombre non nul, le quotient ne change pas.

Exemple
Le quotient de la division de 600 par 25 est égal au quotient de la division de 2400 par 100
600 : 25 = 2 400 : 100
= 24.

Pour effectuer mentalement le quotient 6 000 : 125
on multiplie le dividende et le diviseur par 8.
Il suffit alors de calculer 48 000 : 1 000

PROPRIÉTÉ 2

Dans une division, lorsqu'on divise le dividende et le diviseur par un même nombre non nul, le quotient ne change pas.

Exemple
7 500 : 1 500 = 75 : 15
= 5

EXERCICE

3.b Calcule les quotients de chacune des divisions suivantes :

36 par 9	54 par 6	

Sans poser la division, donne les quotients de chacune des divisions suivantes :

720 par 180	5 400 par 600	0,54 par 0,06

Exemple 1

Calculons le quotient au centième près de la division de 75 par 3,5.

Solution	*Disposition pratique*	*Explication*
On pose la division de 750 par 35. 21,42 est le quotient au centième près de la division de 75 par 3,5. Calcul du reste : 75 – 21,42 x 3,5 = 0,03 Le reste est donc 0,03.	750 | 35 – 70 | 21,42 50 – 35 150 – 140 100 – 70 30	**75 divisé par 3,5** × 100 × 100 **750 divisé par 35** Dans cette division, on multiplie le dividende 75 et le diviseur 3,5 par le même nombre 10. Le quotient est le même.

On a : 750 = 35 x 21,42 + 0,3

D'où $\boxed{75 = 3{,}5 \times 21{,}42 + 0{,}03}$

Quel est le quotient de la division de 7 500 par 350 ?

Exemple 2

Calculons le quotient au centième près de la division de 3,638 par 0,32.

Solution	*Disposition pratique*	*Explication*
On pose la division de 363,8 par 32.	363,8 | 32 – 32 | 11,36 43 – 32 11 8 – 96 220 – 192 28	**3,638 divisé par 0,32** × 100 × 100 **363,8 divisé par 32** Dans cette division, on multiplie le dividende 3,638 et le diviseur 0,32 par le même nombre 100. Le quotient est le même.

363,8 = 32 x 11,36 + 0,28

11,36 est le quotient au centième près de la division de 3,638 par 0,32.
Vérifie que le reste de cette division est 0,002 8

On a : $\boxed{3{,}638 = 11{,}36 \times 0{,}32 + 0{,}002\,8}$

EXERCICE

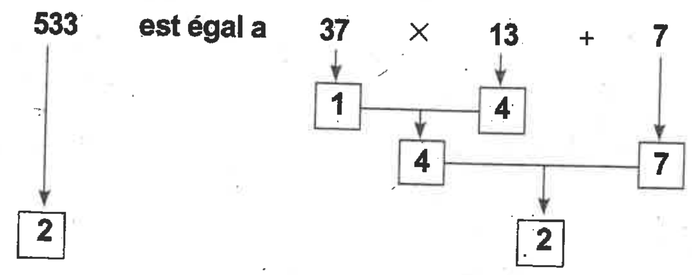
3.c Calcule le quotient au dixième près de chacune des divisions suivantes :
429 par 2,6 6,95 par 0,043

3.3 PREUVE PAR 9

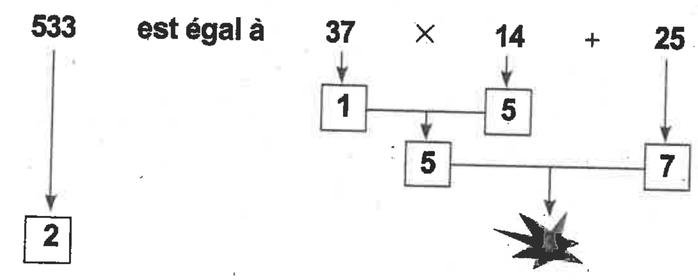
Trois élèves trouvent des réponses différentes après avoir effectué la division de 533 par 37.

Pour l'élève **A**, le quotient est 13 ; le reste est 7.
Pour l'élève **B**, le quotient est 14 ; le reste est 25.
Pour l'élève **C**, le quotient est 14 ; le reste est 15.
Voyons comment s'y prendre pour rejeter un résultat erroné.

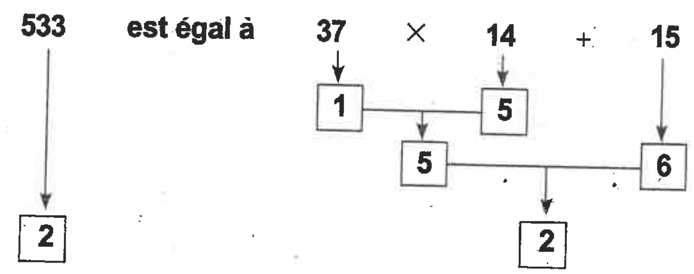
Pratique de la preuve par 9 par l'élève A



Pratique de la preuve par 9 par l'élève B



Pratique de la preuve par 9 par l'élève C

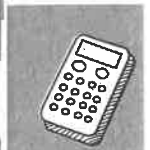


La preuve par 9 permet de rejeter le résultat erroné de l'élève B.
Évidemment, l'un au moins des élèves **A** ou **C** s'est trompé mais la preuve par 9 ne permet pas de trancher.

Utilisons un autre test :
– le dernier chiffre du nombre 37 x 13 + 7 est 8.
– le dernier chiffre du nombre 37 x 14 + 15 est 3.
Le test du dernier chiffre permet de rejeter le résultat de l'élève **A**.
Reprends le calcul de l'élève **C** qui semble ne pas comporter d'erreur.

EXERCICES

3.d Trois élèves A, B, C ont effectué la division de 2 387 par 68.
Pour A, le quotient entier est 34 et le reste 55.
Pour B, le quotient entier est 35 et le reste 7.
Pour C, le quotient entier est 36 et le reste 29.
L'un des trois a trouvé la réponse correcte. Lequel ?



Utilisation de la calculatrice
CALCUL DE RESTES ET DE QUOTIENTS

Calcul du quotient
Touches appuyées — **Écran**

[1][3][5][÷][1][1][=]

12,27272

Dans la division de 135 par 11, le quotient entier par défaut est 12.

Calcul du reste

[1][3][5][−][1][2]
[x][1][1][=]

3

Dans la division de 135 par 11, le reste est 3.

Calcul du quotient
Touches appuyées — **Écran**

[3][,][7][5][÷][1][,][8][=]

2,083333

Dans la division de 3,75 par 1,8 le quotient au centième près par défaut est 2,08.

Calcul du reste

[3][,][7][5][−][2][,][0][8]
[x][1][,][8][=]

0,006

Dans la division de 3,75 par 1,8 le reste est 0,006.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 DIVISION D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL PAR UN NOMBRE ENTIER NATUREL NON NUL

1 Pour faire des beignets, maman a acheté 4 kg de farine et payé 760 F. Quel est le prix d'un kg de farine ?

2 Dans la division de 375 par un nombre entier non nul, le quotient exact est 25. Quel est le diviseur ?

3 Dans une division, le quotient exact obtenu est 23. Le diviseur est le double du quotient. Quel est le dividende ?

4 L'usine de torréfaction a mis en sachets 856 kg de café. Chaque sachet contient 250 g de café. Combien de sachets a-t-on obtenus ?

5 La radio togolaise donne les températures suivantes pour Lomé durant la semaine écoulée.

Lun	Mar	Mer	Jeu	Ven	Sam	Dim
29°C	30°C	29°C	31°C	30°C	30°C	31°C

Quelle est la moyenne des températures durant cette semaine ?

EXERCICES

6 Vérifie l'égalité suivante :
131 = 10 x 12 + 11
Cette égalité te permet-elle de donner le quotient entier de 131 par 12 ?
Quel est le quotient entier de 131 par 10 ?

7 En divisant un nombre par 15, on obtient comme quotient entier 35 et comme reste 12. Quel est le dividende ?

8 Un litre de supercarburant coûte 350 F. Quelle quantité de supercarburant s'est fait servir un automobiliste s'il paie 4 900 F ?

9 Ténin a dépensé 7 000 F au marché. Elle a acheté 760 F de légumes, 2 100 F de poisson et de la viande sans os.
Un kilogramme de viande sans os coûte 900 F. Quel poids de viande Ténin a-t-elle acheté ?

10 Calcule :
- le quotient entier de la division de 6 997 par 346,
- le quotient approché au dixième près de la division de 8 495 par 47,
- le quotient approché au centième près de la division de 7 156 par 637.

11 Complète le tableau

Dividende	Diviseur	Quotient entier	Quotient au dixième près	Quotient au centième près	Quotient au millième près
257	23				
36	7				
4 009	82				
25 513	740				
441	62				

2 CALCULS AVEC 10 ; 100 ; 1000 ... ; 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,000 1 ...

12 Calcule les produits suivants :

14 x 100 — 30 012 x 10
197,2 x 1 000 — 0,001 x 1 000
7 200 x 0,01 — 3 x 0,01
17 x 0,01 — 0,14 x 0,001

13 Complète chaque case vide par le nombre qui convient :
175 x 0,001 = □ — 8,45 x □ = 8 450
927 x □ = 9,27 — □ x 10 000 = 75 820

14 En multipliant un nombre décimal par 100, on obtient 46 535. Quel est ce nombre ?

15 Par quel nombre a-t-on multiplié 74 pour obtenir 740 000 ?
Par quel nombre a-t-on multiplié 35 pour obtenir 0,003 5 ?

16 Par quel nombre a-t-on divisé 685,11 pour avoir 6,851 1 ?
Par quel nombre a-t-on divisé 32,134 pour obtenir 32 134 ?

17 Le produit de deux nombres est 3 476,189. Pour calculer ce produit, Kokou s'est contenté de déplacer la virgule de deux rangs vers la gauche à l'un des facteurs. Quels sont les deux facteurs du produit ?

3 DIVISION D'UN NOMBRE DÉCIMAL PAR UN NOMBRE DÉCIMAL NON NUL

18 Calcule le quotient approché au dixième près, puis celui approché au centième près :
- de la division de 200,87 par 49,
- de la division de 37,31 par 57.

19 Calcule le quotient approché au dixième près puis le quotient approché au centième près :
- de la division de 9,64 par 3,4 ;
- de la division de 0,355 par 1,13.

20 L'aire d'un rectangle est 82,45 cm².

L'un des côtés a une longueur de 9,7 cm. Quelle est la longueur de l' autre côté ?

21 On vide un fût de 75 l dans des bouteilles en plastique contenant chacune 1,5 l. Combien de bouteilles a-t-on utilisées ?

APPROFONDISSEMENT

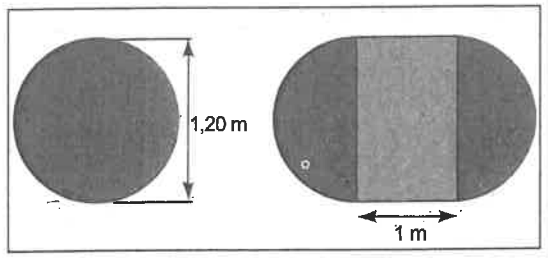
22 Un conducteur de camion conduit son véhicule pendant 6h par jour et met 3 jours pour parcourir 1 000 km. Donne une valeur approchée au dixième près de la vitesse horaire moyenne du camion (c'est-à-dire de la distance moyenne parcourue en 1h par le camion).

23 Un cycliste parcourt 26 km en 2 h 30 mn. Écris la durée du parcours sous forme d'un nombre décimal puis calcule la vitesse moyenne horaire du cycliste.

24 Un menuisier partage une planche de 1m de long sur 60 cm de large en 5 morceaux de mêmes dimensions. Quelle est la largeur de chaque morceau ? (deux solutions possibles).

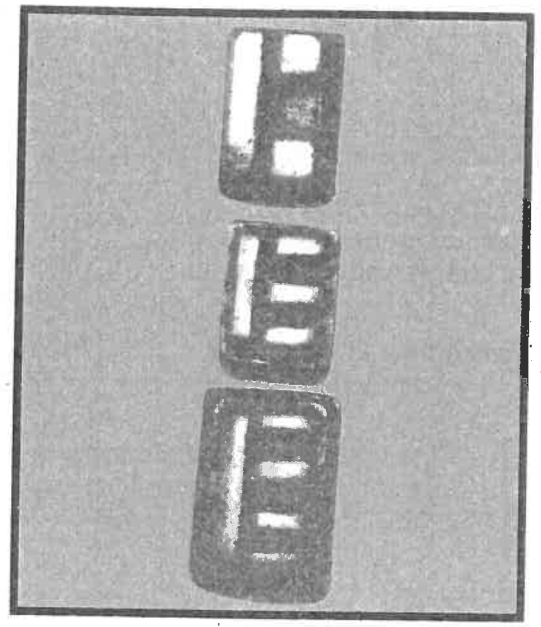
25 Un coupon de tissu de 7,5 m de long coûte 6 000 F. Rachel en prend 4,75 m et Victorine prend le reste. Combien chacune d'elles doit-elle payer ?

26 a) Une table circulaire a un diamètre de 1,20 m. (voir figure ci-contre).
Lors d'un repas, une personne doit disposer d'une place de 70 cm ou plus.
Quel est le plus grand nombre de personnes que l'on peut faire manger autour de cette table .
b) On peut rajouter une rallonge de 1 m de large. (voir figure ci-contre).
Combien de personnes peut-on maintenant disposer autour de la table ?



27 ***JEU GODIE***
Le jeu Godié des sorciers ou jeu du diable est très ancien et bien connu en Afrique. Les sorciers jouent à ce jeu pour montrer leur puissance magique. Ce jeu est cité et expliqué par C. Béart dans "Jeux et jouets de l'Ouest Africain".
Le déroulement est le suivant : 2 joueurs (le sorcier et sa victime) jouent à ce jeu. Le tablier comporte 12 trous contenant chacun 4 graines.
Prise : Le sorcier prend 2 graines dans 11 trous et 3 dans le dernier.
Sa victime prend le reste. Combien le sorcier a-t-il de graines de plus que sa victime ?
Distribution : Le sorcier s'engage, pour montrer sa puissance, à faire passer les graines qu'il a en plus de sa main dans celle de sa victime.
Il frotte les graines, psalmodie des incantations, souffle lentement contre ses pouces, puis brusquement dit à l'autre de remplir les trous en mettant 4 graines dans chacun, cependant qu'il fait de même.
Les graines distribuées, il en reste 3 dans la main de la victime et 1 dans celle du sorcier, et le tour est joué !
Réfléchis !! Point n'est besoin d'être sorcier pour comprendre l'astuce. Explique.

13 Fractions



« Le nombre de barres horizontales indique le nombre de fois que la barre verticale contient de barres horizontales. Dans ces conditions chaque élément de cette dernière série ne peut être qu'une fraction de la barre verticale : 1/2, 1/3, 1/4, etc. »

G. Niangoran-Bouah
L'Univers Akan des poids à peser l'or. Éd. N.E.I.

SOMMAIRE

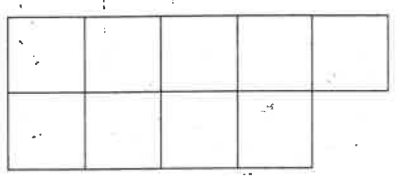
1 Fractions égales - simplification

1.1 FRACTIONS

Présentation

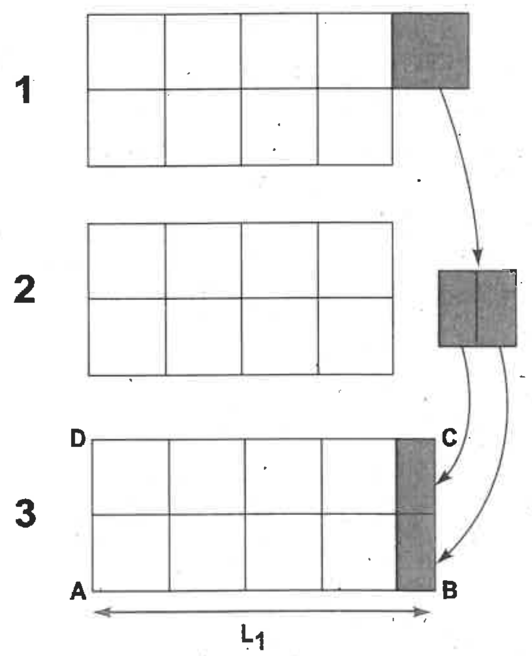
On veut trouver la longueur d'un rectangle dont on connaît l'aire et la largeur.

La figure ci-dessous a pour aire 9 cm².



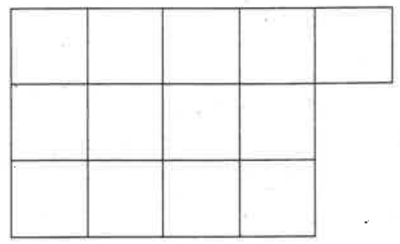
Comment s'y prendre pour construire un rectangle ayant pour largeur 2 cm et de même aire ?

Méthode géométrique



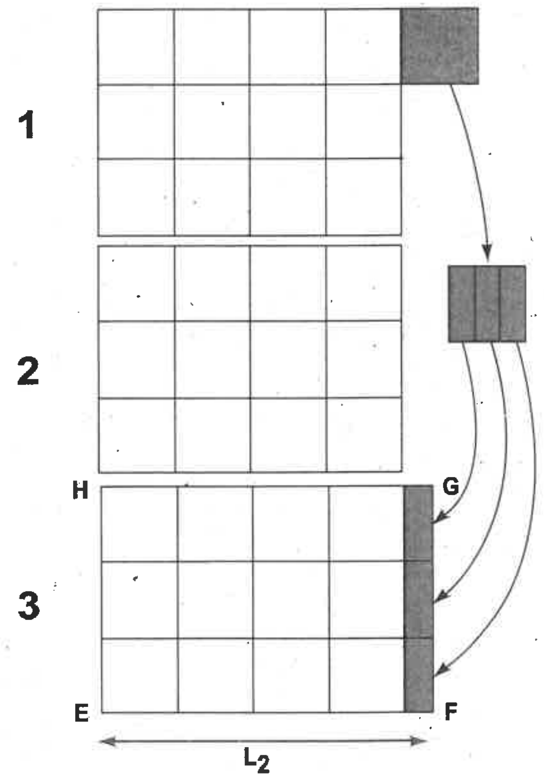
On a ainsi obtenu le rectangle ABCD.
Mesure la longueur de [AB]. Quel nombre trouves-tu ? On pose : AB = L_1

La figure ci-dessous a pour aire 13 cm².



Comment s'y prendre pour construire un rectangle ayant pour largeur 3 cm et de même aire ?

Méthode géométrique



On a ainsi obtenu le rectangle EFGH.
Mesure la longueur de [EF]. Quel nombre trouves-tu ? On pose : EF = L_2

Vérification par le calcul
On sait que $2 \times L_1 = 9$
L_1 est donc le quotient de 9 par 2.
Effectue la division.
Tu obtiens le nombre décimal 4,5

Le nombre L_1 est aussi noté $\dfrac{9}{2}$

Vérification par le calcul
On sait que $3 \times L_2 = 13$
L_2 est donc le quotient de 13 par 3.
Effectue la division.
Tu obtiens un résultat qui n'est pas un nombre décimal 4,33...
Le nombre L_2 est noté $\dfrac{13}{3}$

$\dfrac{9}{2}$ et $\dfrac{13}{3}$ sont des **fractions.**

Vocabulaire

Le quotient d'un nombre entier naturel **a** par un nombre entier naturel non nul **b** est le nombre **q** tel que **a = bq**

Ce nombre se note : $\boxed{\dfrac{a}{b}}$

$\boxed{\dfrac{a}{b}}$ est une **fraction** ; le nombre entier naturel **a** est son **numérateur**, le nombre entier naturel non nul **b** est son **dénominateur.**

Le numérateur et le dénominateur sont les **termes** de la fraction.

Exemples : $\dfrac{13}{27}$; $\dfrac{1\,341}{27}$; $\dfrac{75\,971}{351}$ sont des fractions.

> **ATTENTION**
> Comme il n'est pas possible de diviser par zéro, le dénominateur d'une fraction est différent de zéro.

1.2 FRACTIONS ÉGALES

Présentation

Les divisions de 7 par 2 ; 21 par 6 ; 14 par 4 et 35 par 10 donnent le même résultat 3,5.
Les **fractions** $\dfrac{7}{2}$; $\dfrac{21}{6}$; $\dfrac{14}{4}$ et $\dfrac{35}{10}$ sont **des écritures différentes du nombre** 3,5.
Ce sont des **nombres égaux.**

On dit que les fractions $\dfrac{7}{2}$; $\dfrac{21}{6}$; $\dfrac{14}{4}$ et $\dfrac{35}{10}$ sont des **fractions égales.**

Comment passer d'une fraction à une autre fraction egale?

de $\dfrac{7}{2}$ à $\dfrac{21}{6}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{7 \times 3}{2 \times 3}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{21}{6}$

de $\dfrac{7}{2}$ à $\dfrac{14}{4}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{7 \times 2}{2 \times 2}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{14}{4}$

de $\dfrac{7}{2}$ à $\dfrac{35}{10}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{7 \times 5}{2 \times 5}$

$\dfrac{7}{2} = \dfrac{35}{10}$

de $\frac{21}{6}$ à $\frac{7}{2}$

$\frac{21}{6} = \frac{21:3}{6:3}$

$\frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

de $\frac{14}{4}$ à $\frac{7}{2}$

$\frac{14}{4} = \frac{14:2}{4:2}$

$\frac{14}{4} = \frac{7}{2}$

de $\frac{35}{10}$ à $\frac{7}{2}$

$\frac{35}{10} = \frac{35:5}{10:5}$

$\frac{35}{10} = \frac{7}{2}$

Nous admettrons les propriétés suivantes :

PROPRIETÉS

On obtient une fraction égale à une fraction donnée en multipliant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un même nombre entier naturel non nul.
On obtient une fraction égale à une fraction donnée en divisant le numérateur et le dénominateur de cette fraction par un diviseur commun non nul.

EXERCICE

1.a Trouve, parmi les fractions suivantes, celles qui sont égales à $\frac{2}{3}$; à $\frac{3}{4}$

$\frac{10}{15}$; $\frac{6}{4}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{40}{60}$; $\frac{12}{18}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{40}{30}$

1.3 SIMPLIFICATION

Lorsqu'on emploie la deuxième propriété énoncée ci-dessus, on dit qu'on **simplifie** la fraction donnée.
Pour simplifier une fraction, **on cherche** donc **un diviseur commun** à ses deux termes.

Utilisation des caractères de divisibilité pour simplifier une fraction

Exemple
On veut simplifier la fraction $\frac{12}{351}$
On constate que les deux termes de cette fraction sont divisibles par 3.
On a donc : $\frac{12}{351} = \frac{12:3}{351:3}$ $\quad \frac{12}{351} = \frac{4}{117}$
Utilise les caractères de divisibilité pour trouver par quel nombre tu peux simplifier chacune des fractions ci-dessous et simplifie ces fractions.

$\frac{18}{261}$; $\frac{35}{275}$; $\frac{135}{410}$; $\frac{21}{144}$; $\frac{189}{828}$

Recherche des diviseurs d'un terme pour simplifier une fraction

Exemple
On veut simplifier la fraction $\frac{14}{931}$

On peut chercher les diviseurs du plus petit des deux termes de cette fraction ; 14 est le plus petit des deux termes.
Ses diviseurs autres que 1 sont 2 ; 7 et 14.
2 ne divise pas 931. Pourquoi ?
Essayons 7.
Justifie à l'aide d'une division que 931 est divisible par 7, puis simplifie la fraction $\frac{14}{931}$

Simplifie de même : $\frac{39}{143}$; $\frac{35}{161}$; $\frac{44}{187}$; $\frac{402}{15}$; $\frac{154}{33}$

Simplifications successives

Habituellement, on exprime une fraction sous la forme la plus simple possible (après simplifications successives).

Exemple

$a = \frac{60}{84}$

simplification par 2

$a = \frac{30}{42}$

simplification par 2

$a = \frac{15}{21}$

simplification par 3

$a = \frac{5}{7}$

Simplifie le plus possible chacune des fractions ci-dessous :

EXERCICE

1.b Simplifie le plus possible les fractions suivantes : $\frac{630}{270}$; $\frac{72}{105}$; $\frac{250}{320}$; $\frac{210}{6}$; $\frac{90}{450}$; $\frac{45}{18}$

1.4 FRACTIONS DÉCIMALES

Présentation

Les fractions ci-dessous sont égales à des nombres décimaux.

$\frac{328}{1}$; $\frac{13}{10}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{7\,458}{1\,000}$; $\frac{30}{10}$

Leur dénominateur est 1 ; 10 ; 100 ; 1000 ; ...
Ce sont des **fractions décimales**.

DEFINITION

Une fraction décimale est une fraction dont le dénominateur est
1 ; 10 ; 100 ; 1000 ; ...

REMARQUE

Un nombre décimal peut toujours s'écrire sous forme de fraction décimale.

Exemples $311{,}75 = \frac{31\,175}{100}$; $2{,}569 = \frac{2\,569}{1\,000}$; $548 = \frac{548}{1}$

EXERCICES

1.c Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles qui sont des fractions décimales ?

$\frac{10}{10}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{9}{100\,000}$; $\frac{68\,549}{1}$; $\frac{78\,459}{1\,000}$; $\frac{5}{100}$; $\frac{16}{7}$

1.d Écris sous forme de fraction décimale les nombres décimaux suivants, puis simplifie les fractions obtenues lorsque cela est possible.

4,5 ; 51,7 ; 81,101 ; 125 ; 0,000 8 ; 42,16

1.e Parmi les fractions suivantes, certaines sont égales à des fractions décimales. Lesquelles ?

$\frac{3}{4}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{7}{2}$; $\frac{151}{17}$; $\frac{21}{125}$; $\frac{9}{25}$

2 Opérations sur les fractions

2.1 SOMME DE DEUX FRACTIONS DE MÊME DÉNOMINATEUR

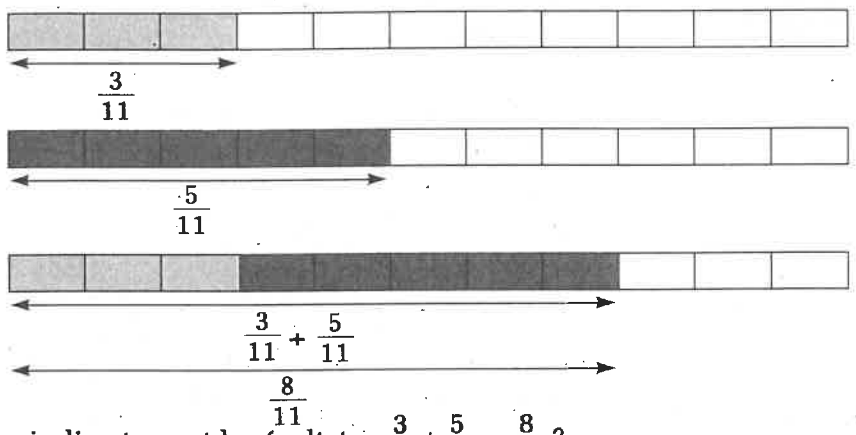
Présentation

• ***Calculons*** $\frac{7}{10} + \frac{2}{10}$

$\frac{7}{10} + \frac{2}{10} = 0.7 + 0.2$ $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} = 0.9$ $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$

Comment peut-on obtenir directement le résultat : $\frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{9}{10}$?

• ***Calculons*** $\frac{3}{11} + \frac{5}{11}$



Comment peut-on obtenir directement le résultat : $\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{8}{11}$?

RÈGLE

a et b sont des nombres entiers naturels ;
d est un nombre entier naturel non nul.

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

Exemple

Calculons $\frac{7}{6} + \frac{1}{6}$

$\frac{7}{6} + \frac{1}{6} = \frac{7+1}{6}$ $\frac{7}{6} + \frac{1}{6} = \frac{8}{6}$

On pourra simplifier la fraction obtenue.

EXERCICE

2.a Effectue les additions suivantes, puis simplifie si possible le résultat obtenu.

$\frac{11}{7} + \frac{8}{7}$; $\frac{7}{9} + \frac{9}{9}$; $\frac{745}{123} + \frac{899}{123}$; $\frac{107}{34} + \frac{61}{34}$

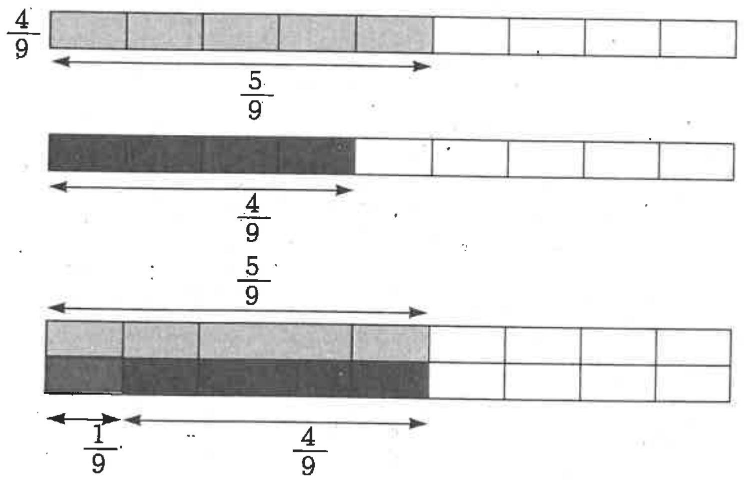
2.2 DIFFÉRENCE DE DEUX FRACTIONS DE MÊME DÉNOMINATEUR

• ***Calculons*** $\frac{21}{100} - \frac{14}{100}$

$\frac{21}{100} - \frac{14}{100} = 0{,}21 - 0{,}14$ $\frac{21}{100} - \frac{14}{100} = 0{,}07$ $\frac{21}{100} - \frac{14}{100} = \frac{7}{100}$

Comment peut-on obtenir directement le résultat : $\frac{21}{100} - \frac{14}{100} = \frac{7}{100}$?

• ***Calculons*** $\frac{5}{9} - \frac{4}{9}$



Comment peut-on obtenir directement le résultat : $\frac{5}{9} - \frac{4}{9} = \frac{1}{9}$

RÈGLE

> a et b sont des nombres entiers naturels tels que a > b ;
> d est un nombre entier naturel non nul.
>
> $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$

Exemple :

Calculons $\frac{8}{21} - \frac{1}{21}$

$$\frac{8}{21} - \frac{1}{21} = \frac{8-1}{21} \qquad \frac{8}{21} - \frac{1}{21} = \frac{7}{21}$$

On peut simplifier la fraction obtenue.

EXERCICE

2.b Effectue les soustractions suivantes, puis simplifie si possible le résultat obtenu.

$\frac{17}{25} - \frac{12}{25}$; $\frac{8}{5} - \frac{3}{5}$; $\frac{87}{145} - \frac{78}{145}$; $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$

2.3 PRODUIT D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL PAR UNE FRACTION

Addition ou multiplication

Calculons $4 \times \frac{7}{3}$

$$4 \times \frac{7}{3} = \frac{7}{3} + \frac{7}{3} + \frac{7}{3} + \frac{7}{3}$$
$$= \frac{7+7+7+7}{3}$$
$$= \frac{4 \times 7}{3} = \frac{28}{3}$$

RÈGLE

> a et b sont des nombres entiers naturels ;
> d est un nombre entier naturel non nul.
>
> $a \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{d}$

Exemple :

Calculons $3 \times \frac{8}{27}$

$$3 \times \frac{8}{27} = \frac{3 \times 8}{27} = \frac{8}{9}$$

Calculons $7 \times \frac{2}{13}$

$$7 \times \frac{2}{13} = \frac{7 \times 2}{13} = \frac{14}{13}$$

REMARQUE

Lorsque c'est possible, on effectue les simplifications avant de calculer le numérateur suivant la règle énoncée ci-dessus.

EXERCICE

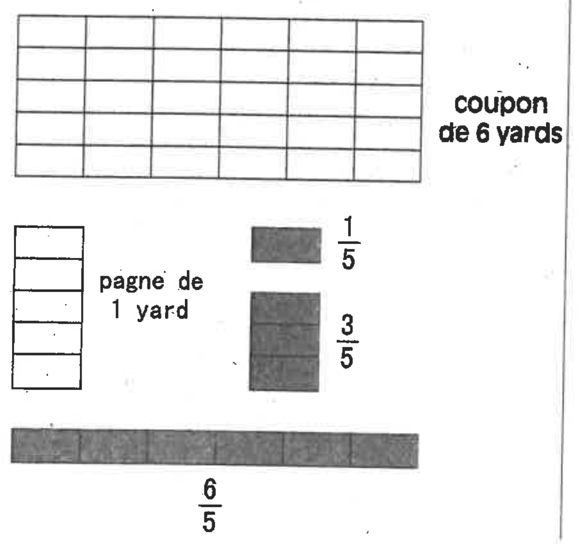
2.c Effectue les calculs suivants, puis simplifie le résultat obtenu lorsque cela est possible.

$3 \times \frac{17}{21}$; $5 \times \frac{123}{125}$; $11 \times \frac{7}{137}$; $3 \times \left(\frac{3}{5} + \frac{12}{5}\right)$; $7 \times \left(\frac{7}{11} + \frac{4}{11}\right)$

Prendre une fraction de ...

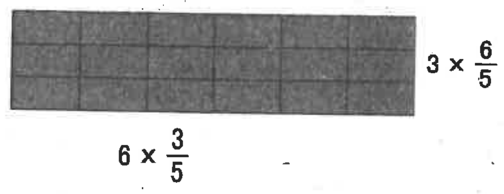
Un coupon de pagne a pour longueur 6 yards (le yard est une unité de mesure anglaise).

Amina veut se faire confectionner un ensemble camisole avec les $\frac{3}{5}$ de ce coupon. Combien lui faudra-t-il de yards?



Pour la confection de son ensemble, Amina doit prendre les $\frac{3}{5}$ du coupon de 6 yards ou encore $3 \times \frac{6}{5}$ de pagne de 1 yard

$$3 \times \frac{6}{5} = 6 \times \frac{3}{5}$$
$$= \frac{6 \times 3}{5}$$
$$= \frac{18}{5}$$



EXERCICE

2.d Un ouvrier gagne 46 800 F par mois. La maison qu'il habite lui coûte chaque mois les $\frac{2}{9}$ de son salaire.

À combien lui revient-elle ?

ENTRAINEMENT

1 FRACTIONS ÉGALES - SIMPLIFICATION

1 Parmi les écritures ci-dessous, quelles sont celles qui sont des fractions ?

$\frac{15}{3}$; 2,7 ; $\frac{1}{4}$; $\frac{12,5}{6}$; 9 ; $\frac{415}{2,5}$; $\frac{18}{8}$

2 L'aire du grand carré ABCD est prise comme unité.
Exprime à l'aide de fractions, l'aire des parties colorées de chaque figure.

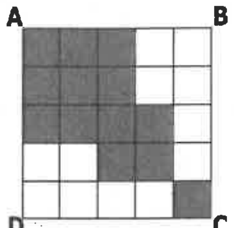


figure 1

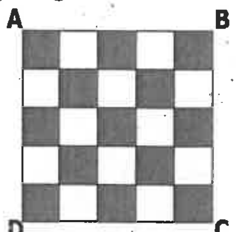


figure 2

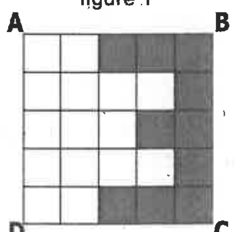


figure 3

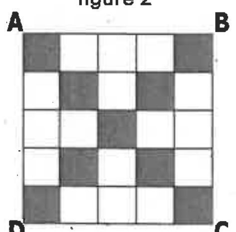


figure 4

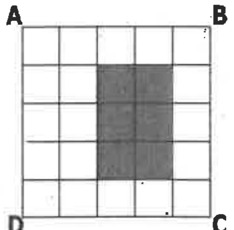
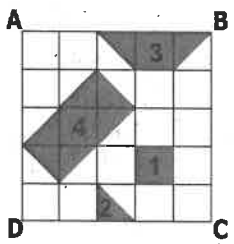
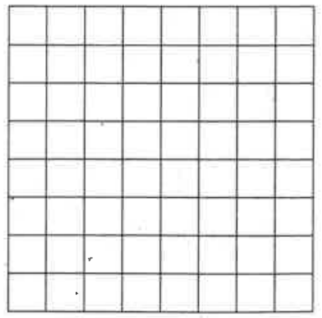


figure 5

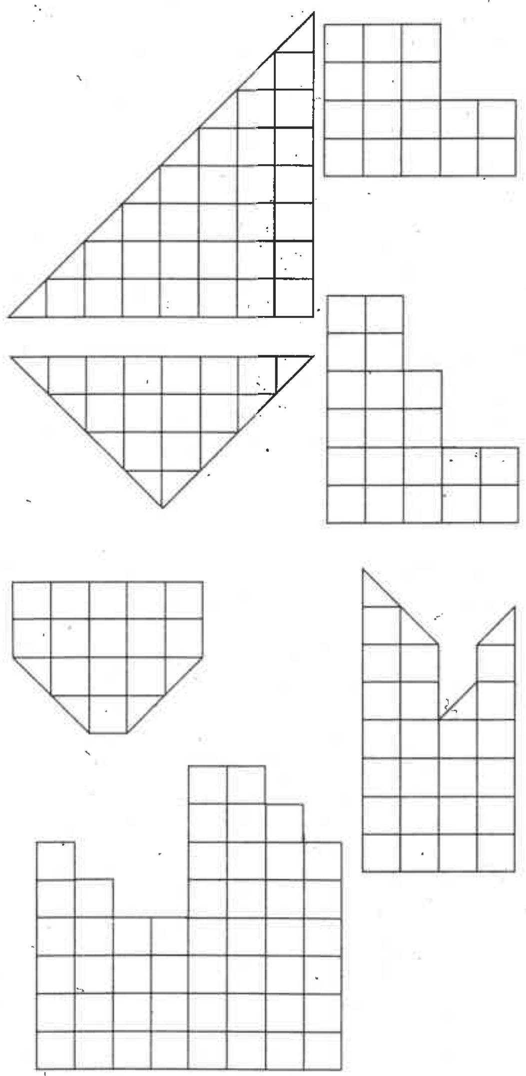
3 L'aire du grand carré ABCD est prise comme unité.
Exprime à l'aide de fractions, l'aire de chacune des parties colorées 1, 2, 3 et 4.



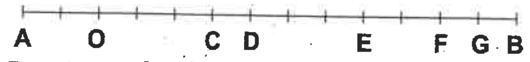
4 L'unité est l'aire du carré ci-dessous.



Exprime à l'aide de fractions, l'aire de chacune des figures suivantes ?



5 Dans chacun des cas ci-dessous, le segment [AB] est régulièrement gradué.
La longueur du segment [AB] est prise comme unité.



Exprime à l'aide de fractions chacune des distances : AO, OD, OF, OE, CD, EF, GA, CF, DG ?

Reproduis la figure ci-dessus.
Place les points E, F, G et H tels que :
AE = $\frac{1}{2}$; AF = $\frac{1}{4}$; AG = $\frac{1}{3}$ et AH = $\frac{2}{3}$
Exprime à l'aide de fractions les distances : BF, EH et FG.

6 Trace un segment [MN].
La longueur de ce segment est choisie comme unité. Place, sur ce segment, les points P, Q et R tels que :
MP = $\frac{1}{4}$; MQ = $\frac{3}{4}$ et MR = $\frac{1}{2}$
Place sur [MN] un point T tel que RT = $\frac{1}{8}$
Combien y a-t-il de solutions ?

7 Parmi les fractions ci-dessous, regroupe celles qui sont égales.

$\frac{121}{55}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{6}{30}$; $\frac{10}{50}$; $\frac{22}{10}$; $\frac{21}{28}$; $\frac{36}{48}$; $\frac{33}{15}$; $\frac{17}{85}$

8 Trouve cinq fractions égales à $\frac{7}{5}$ et dont le dénominateur est plus grand que 5.

9 Simplifie les fractions ci-dessous.

$\frac{240}{6}$; $\frac{142}{10}$; $\frac{105}{10}$; $\frac{90}{5}$; $\frac{342}{6}$; $\frac{301}{14}$; $\frac{15}{90}$; $\frac{21}{93}$; $\frac{21}{77}$

10 Simplifie les fractions ci-dessous.

$\frac{500}{1\,300}$; $\frac{12}{40}$; $\frac{33}{60}$; $\frac{45}{18}$; $\frac{6}{16}$; $\frac{200}{180}$; $\frac{100}{400}$

11 Simplifie les fractions ci-dessous.

$\frac{24}{10}$; $\frac{48}{6}$; $\frac{72}{12}$; $\frac{96}{12}$; $\frac{144}{22}$; $\frac{210}{39}$; $\frac{85}{34}$; $\frac{187}{51}$

12 Simplifie les fractions suivantes .

$\frac{147}{234}$; $\frac{225}{60}$; $\frac{287}{259}$; $\frac{791}{679}$; $\frac{329}{2\,807}$; $\frac{1\,133}{1\,177}$; $\frac{2\,310}{6\,930}$

13 Écris chacun des nombres décimaux suivants sous la forme d'une fraction :
3,5 ; 15,75 ; 13 ; 0,000 19 ; 0,456

14 Écris chacune des fractions suivantes sous forme de nombre décimal.

$\frac{301}{400}$; $\frac{735}{1\,000}$; $\frac{15}{8}$; $\frac{7\,259}{10\,000}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{10}{1\,000}$;
$\frac{15}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{17}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{18}{6}$

Trouve trois exemples de fractions qui ne peuvent pas s'écrire sous forme de nombre décimal.

2 OPÉRATIONS SUR LES FRACTIONS

15 Calcule :

$A = \frac{35}{13} + \frac{19}{13}$; $B = \frac{75}{25} - \frac{15}{25}$; $C = \frac{8}{10} + \frac{2}{10}$

$D = \frac{5}{7} + \frac{1}{7}$; $E = \frac{156}{97} + \frac{99}{97}$; $F = \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$

16 Complète les égalités suivantes en inscrivant les nombres entiers naturels qui conviennent.

$\frac{\dots}{17} + \frac{5}{17} = \frac{9}{17}$; $\frac{175}{108} + \frac{\dots}{108} = \frac{256}{108}$

17 Calcule et simplifie le résultat si possible.

$14 \times \frac{5}{14}$; $\frac{47}{16} \times 7$; $\frac{4}{3} \times 10$; $45 \times \frac{13}{15}$

18 Vérifie que, dans le carré ci-dessous, on obtient le même résultat en effectuant le produit des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale.

16	$\frac{1}{8}$	4
$\frac{1}{2}$	2	8
1	32	$\frac{1}{4}$

EXERCICES

19 Effectue les calculs ci-dessous et simplifie si possible les résultats.

$$\left[\frac{112}{75}-\frac{69}{75}\right]+\left[\frac{13}{75}+\frac{34}{75}\right] \; ; \; \left[\frac{57}{13}+\frac{14}{13}\right]-\left[\frac{25}{13}-\frac{8}{13}\right]$$

$$2\times\left[\frac{19}{7}-\frac{7}{7}\right] \; ; \; 5\times\left[\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\right]$$

$$\left[2\times\frac{19}{7}\right]+\frac{5}{7}+\left[4\times\frac{2}{7}\right] \; ; \; \left[6\times\frac{9}{5}\right]+\frac{1}{5}+\left[\frac{3}{5}\times 4\right]$$

20 Convertis en centilitres.

$$\frac{1}{4}\,l \; ; \; \frac{3}{50}\,l \; ; \; \frac{12}{75}\,l \; ; \; \frac{1}{2}\,l$$

21 On veut utiliser les $\frac{4}{5}$ de 10 mètres de tissu pour confectionner une robe.
Calcule la longueur de tissu que l'on va utiliser.

22 Un tonneau peut contenir 160 litres.
On le remplit aux $\frac{3}{4}$.
Combien de litres a-t-on versés dans ce tonneau ?

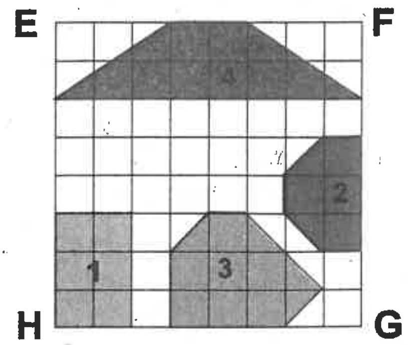
23 Une classe de sixième a 80 élèves. Un élève sur cinq joue au football et un élève sur quatre joue au basket.
Combien y a-t-il d'élèves qui jouent au football ?
Combien y a-t-il d'élèves qui jouent au basket ?

24 Trouve la fraction d'heure correspondant à 5 mn, 10 mn, 15 mn, 20 mn, 30 mn, 40 mn et 45 mn.
Simplifie chaque fois la fraction obtenue.

25 La durée de la journée est de 24 heures.
Trouve la fraction de journée correspondant à 3 h, 6 h, 12 h, 15 h, 18 h et 36 h ?
Simplifie chaque fois la fraction obtenue.

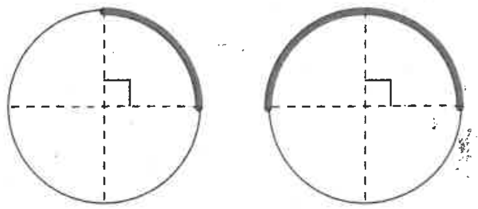
APPROFONDISSEMENT

26 L'aire du grand carré EFGH est prise comme unité.
Exprime à l'aide de fractions, l'aire de chacune des parties colorées 1, 2, 3 et 4.

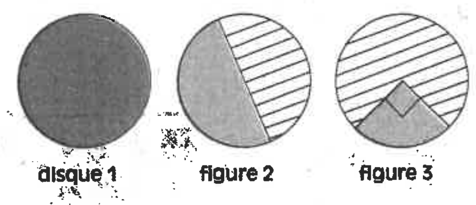


27 Trouve quatre fractions égales à $\frac{5}{15}$ et dont le dénominateur est plus grand que 15 et plus petit que 30.

28 Pour chacune des figures ci-dessous, écris :
- la fraction de cercle représentée par la partie en trait noir.
- la fraction de cercle représentée par la partie en trait rouge.



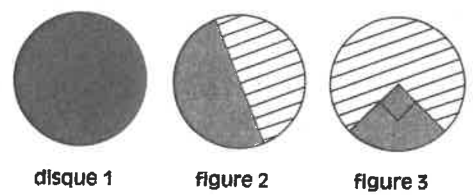
29 Le disque 1 représente les 2 500 000 habitants d'une ville.



Quelle fraction du disque 1 représente la partie hachurée de chacune des figures 2 et 3 ?
Combien d'habitants représente la partie hachurée de chacune des figures 2 et 3 ?

EXERCICES

30 Le disque 1 représente les 12 000 000 habitants d'une ville.



Quelle fraction du disque 1 représente la partie hachurée de chacune des figures 2 et 3 ?
Combien d'habitants représente la partie hachurée de chacune des figures 2 et 3 ?

31 Un terrain rectang[illegible] aire a un périmètre de 432 mètre[illegible]ngueur du terrain représente les $\frac{[illegible]}{8}$ [illegible]imètre.
Calcule la longueur de ce terrain ainsi que sa largeur .

32 Un ouvrier a travaillé 7 heures $\frac{1}{4}$ chaque jour du lundi au jeudi inclus.
Le vendredi, il travaille 8 heures.
Combien d'heures lui paiera-t-on à la fin de la semaine ?

33 Trace un segment [AB]. Place les deux points M et N du segment [AB] tels que :

$AM = \frac{3}{5}$ AB et $AN = \frac{2}{3}$ AM

34 Une portion de route de 75 kilomètres doit être refaite.
L'entreprise chargée des travaux a déja fait 35 kilomètres.
a) Quelle fraction de la longueur totale a-t-on déja refaite ?
b) Quelle fraction de la longueur totale reste-t-il à refaire ?

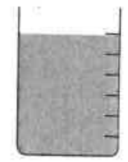
35 Amadou a les $\frac{9}{20}$ de l'âge de son père.
Sa sœur Alima a les $\frac{7}{20}$ de l'âge de son père.
Quel est l'âge d'Issa, troisième et dernier enfant de la famille, sachant que le père a 40 ans et que la somme des âges des enfants est égale à l'âge du père ?

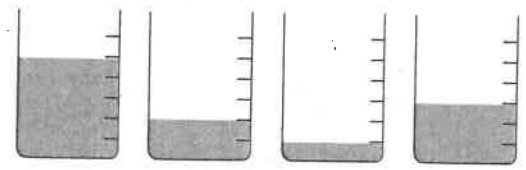
36 Complète ce carré de façon à obtenir le même résultat en effectuant le produit des nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale.
Ce carré s'appelle un carré magique multiplicatif.

	128	1
	8	
	$\frac{1}{2}$	

37 Nodjiadjin n'a pas assez d'argent pour acheter un litre d'huile. Elle n'en achète que $\frac{3}{4}$ de litre pour 330 F.
Quel est le prix du litre d'huile ?

38 Le verre ci-contre contient un litre d'eau.
Quelle quantité d'eau, exprimée en fraction de litre, faut-il ajouter à chaque verre ci-dessous pour avoir un litre ?





39 **À propos d'élections**
Dans une petite ville, aux dernières élections, $\frac{3}{4}$ des 2480 électeurs inscrits ont voté.
a) Quel est le nombre d'électeurs ayant voté ?
b) Parmi les bulletins des électeurs ayant voté :
$\frac{1}{20}$ des bulletins sont des bulletins blancs ou nuls.
$\frac{1}{5}$ des bulletins sont des bulletins pour le candidat A.
$\frac{2}{5}$ des bulletins sont des bulletins pour le candidat B.

- les autres bulletins sont des bulletins pour le candidat C.
- Quel est le nombre de bulletins blancs ou nuls ?
- Quel est le nombre de voix obtenu par chacun des candidats A, B et C ?

40 Une proposition honnête

Mr Komo possède un champ rectangulaire de 220 m de long sur 45 m de large. Pour pouvoir creuser un petit canal d'amenée d'eau, il doit s'entendre avec son voisin Mr Atangana. Celui-ci lui fait la proposition suivante : " Tu raccourcis de $\frac{1}{11}$ la longueur de ton champ et tu augmentes de $\frac{1}{10}$ sa largeur, ta surface cultivable sera inchangée ".
Mr Komo se demande si cette proposition est honnête ?
Aide-le à répondre à cette proposition.

41 Question de partage

Damy donne $\frac{1}{5}$ de son pain à Mimi et $\frac{2}{5}$ à Gonto.
- Quelle fraction représente les deux parts que Damy a donné ?
- Quelle fraction de pain lui reste-t-il ?

42 Le budget de la famille

Une famille a un revenu mensuel de 120 000 F. Elle en consacre le $\frac{1}{4}$ pour se loger, le $\frac{1}{3}$ pour se nourrir et le $\frac{1}{6}$ pour se distraire.
- Combien dépense-t-elle mensuellement pour :
  - se loger ?
  - se nourrir ?
  - se distraire ?
- Combien lui reste-t-il à la fin du mois ?

43 Un mélange de jus de fruits

Dans un verre de 20 cl, on verse : $\frac{1}{5}$ de jus d'orange, $\frac{1}{5}$ de jus d'ananas et $\frac{2}{5}$ de jus de mangue.
- Calcule, en cl, la quantité de chacun des jus de ce mélange.
- Quelle fraction de jus de goyave peut-on rajouter dans ce verre pour le remplir complètement ? À quelle quantité cela correspond-il, en cl ?

44 L'âge du chef

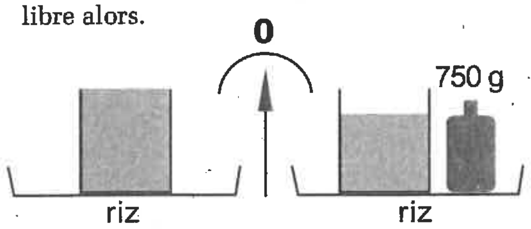
Le chef du village voudrais bien connaître son âge :
"Quelqu'un vient de lui dire que s'il enlève 5 ans à son âge, les $\frac{3}{4}$ du reste font 60 ans", mais il n'y comprend rien.
Aide ce vieux chef à retrouver son âge.

45 De rebondissement en rebondissement

Un enfant laisse tomber une balle en caoutchouc d'une hauteur de 3,20 m. Cette balle fait plusieurs rebonds successifs de telle sorte qu'elle rebondit au $\frac{3}{4}$ de la hauteur précédente.
Calcule, en dm :
- la hauteur d'où a été jetée la balle ;
- la hauteur après le premier rebond ;
- la hauteur après le second rebond ;
- la hauteur après le troisième rebond.

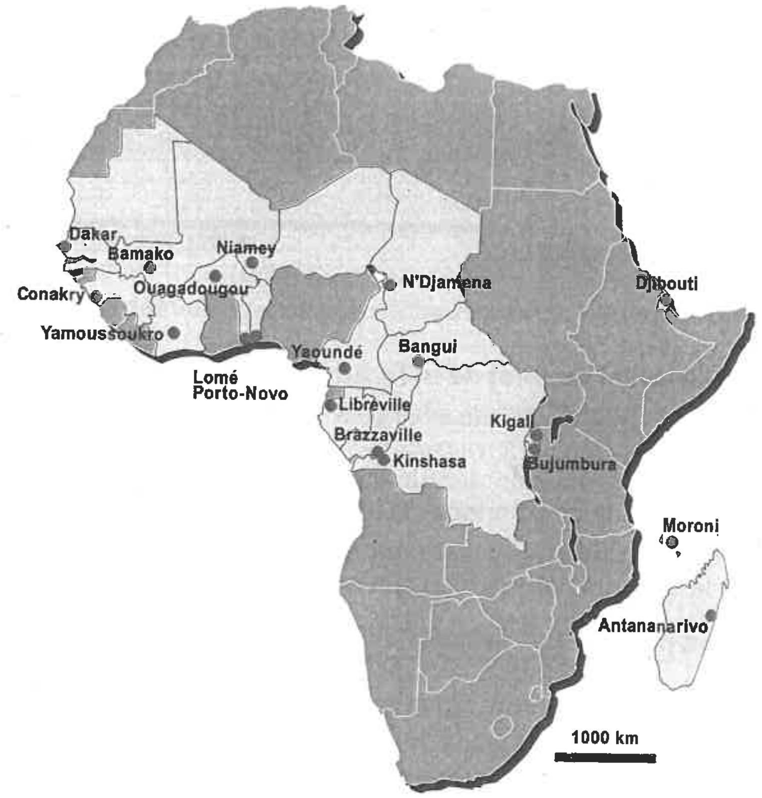
46 Une pesée particulière

En allant au marché, Aminata achète du riz. Le vendeur pèse le riz de la manière suivante :
il dépose dans le 1[er] plateau de la balance une mesure pleine de riz et dans le second plateau les $\frac{3}{4}$ de la même mesure de riz plus un poids de 750 g : la balance s'équilibre alors.



Aminata achète la mesure pleine de riz.
- Quelle quantité de riz a-t-elle achetée ?

14 Proportionnalité



États d'Afrique et de l'océan Indien où le français est langue officielle, administrative ou d'enseignement.

SOMMAIRE

1 Tableaux de proportionnalité

1.1 TABLEAUX DE CORRESPONDANCE

Facture d'électricité

FACTURE D'ÉLÉCTRICITÉ BASSE TENSION

ILUNGA Célestin BP 300

Facturation des consommations du 25/09/90 au 25/11/90

Consommation kWh	Prix unitaire	Montant	Taxe fixe	NET A PAYER
1 188	60	71 280	7 920	79 200
		TOTAL FACTURE		**79 200**

Le kilowattheure (kWh) est une unité permettant de mesurer des quantités d'électricité.

Analysons le calcul du total de la facture (79 200)

Une taxe fixe de 7 920 F est rajoutée au montant (71 280 F) dû par l'abonné pour l'électricité consommée.
Ce montant s'obtient en calculant le produit du **prix unitaire** 60 F (prix d'un kWh) et de la quantité d'électricité consommée (1188 kWh).

Quelle somme totale faut-il payer pour 900 kWh d'électricité consommée ? et pour 650 kWh ? Quelle est la quantité d'électricité consommée si le total de la facture est 93 120 F ?

Présentation possible des calculs

Quantité d'électricité consommée	900	650	
Montant de l'électricité consommée			
Total de la facture			93 120

× 60 : 60 + 7 920 − 7 920

À chaque nombre d'une ligne du tableau correspond un nombre de chacune des autres lignes. Les opérateurs ci-dessous indiquent comment compléter ce tableau :

× 60 se lit "multiplier par 60" ; : 60 se lit "diviser par 60" ;
+ 7 920 se lit "ajouter 7 920" ; − 7 920 se lit "retrancher 7 920".

Complète le tableau.

Tarifs postaux

Voici ci-dessous un tableau de correspondance entre le "poids" d'une lettre et le prix à payer pour son expédition.

Poids de la lettre en grammes	15	30	50	90
Prix à payer en francs CFA	240	350	450	660

Dans ce deuxième tableau, aucune méthode de calcul ne permet de passer d'une ligne à l'autre. On n'associera donc au tableau aucun opérateur montrant comment l'on passe d'une ligne à l'autre.

1.2 TABLEAUX DE PROPORTIONNALITÉ

Exemple

Un cahier coûte 90 F. On veut trouver le prix de 2, 5, 7, 10 cahiers.
Dans le tableau de correspondance ci-dessous, chaque nombre de la deuxième ligne s'obtient en multipliant le nombre correspondant de la première ligne par un même nombre 90.
Ce nombre est appelé **coefficient**.
Ce tableau est un tableau de **proportionnalité**.

Nombre de cahiers	1	2	5	7	10
Prix à payer					

× 90

Complète ce tableau.

Vocabulaire

Un tableau de proportionnalité est un tableau dans lequel les nombres d'une ligne sont obtenus en multipliant les nombres correspondants de l'autre ligne par un même coefficient.

Le tableau de correspondance entre le poids d'une lettre et le montant de son affranchissement est-il un tableau de proportionnalité ? Le tableau de correspondance entre la quantité et le montant d'électricité consommée est-il aussi un tableau de proportionnalité ? Et celui entre le montant d'électricité consommée et le total de la facture ?

Le tableau de correspondance entre le nombre de cahiers et le prix de ces cahiers est un tableau de proportionnalité.
Le nombre 90 est le **coefficient de proportionnalité** de ce tableau.
Il a une signification bien précise dans ce problème : c'est le prix **unitaire**.
On dit que le prix à payer est **proportionnel** au nombre de cahiers.
On appelle habituellement **"situation de proportionnalité"** un problème que l'on peut résoudre en utilisant un tableau de proportionnalité.

EXERCICES

1.a Réponds par vrai ou faux selon le cas.
a) Le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté.
b) La taille d'une personne est proportionnelle à son âge.
c) La consommation en essence d'une voiture est proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus à vitesse constante.

1.b Quels sont les tableaux de proportionnalité parmi les tableaux ci-dessous ?

1

1	2	5
1	2	5

2

6	12
1,8	4,2

3

2,5	7,5	10
5	15	25

4

8	24
1,4	4,2

1.c Complète le tableau de conversion suivant :

Mesures en mètres	1,25	0,6		
Mesures en centimètres			75	140

2 Coefficients de proportionnalité

2.1 RECHERCHE D'UN COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ

Le tableau ci-dessous est un tableau de proportionnalité dont on veut connaître un coefficient de proportionnalité.
On peut chercher par quel nombre il faut multiplier l'un quelconque des nombres de la première ligne pour obtenir le nombre correspondant de la deuxième ligne (ce qui revient à calculer le prix d'une photocopie).

Nombre de photocopies	7	14	16	25
Prix en francs CFA	350	700	800	1250

On a $\frac{350}{7} = 50$

50 est un coefficient de proportionnalité du tableau.

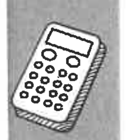
Chacun des quotients $\frac{700}{14}$, $\frac{800}{16}$, $\frac{1250}{25}$ permet aussi de calculer ce coefficient. Vérifie le.
L'opérateur $\times 50$ permet de passer de la première à la deuxième ligne du tableau.
L'opérateur $: 50$ qui permet de passer de la deuxième à la première ligne du tableau peut aussi s'écrire $\times \frac{1}{50}$

Nombre de photocopies	7	14	16	25
Prix en francs CFA	350	700	800	1250

$\times 50$ $: 50$

$\frac{1}{50}$ est aussi un coefficient de proportionnalité du tableau.

Cependant, le coefficient 50 a une signification précise : c'est le prix d'une photocopie (on parle là encore de **prix unitaire**).



Utilisation de la calculatrice

Facteur constant

On veut calculer les produits :
17,5 x 3,5 ; 3,5 x 181 ; 15,5 x 3,5 ; 2,27 x 3,5
Le facteur **3,5** est **commun** aux quatre produits.
Lorsqu'il suffit d'enregistrer une seule fois ce facteur pour calculer tous les produits, on dit que la calculatrice utilise un facteur **constant**.

Calculatrice de Moussa

Touches appuyées	*Écran*
Pour le premier produit	
3 , 5	3,5
×	3,5
1 7 , 5	17,5
=	61,25
Pour un autre produit	
1 8 1	181
=	633,5

Calculatrice de Jean

Touches appuyées	*Écran*
Entrée du facteur constant	
3 , 5	3,5
× ×	K 3,5
Calcul d'un produit	
1 5 , 5	K 15,5
=	K 54,25

Vérifie quel genre de calculatrice tu as en refaisant les calculs.
Utilise ta calculatrice pour calculer un coefficient du tableau de proportionnalité et compléter ce tableau ci-contre.

16	12	2,8	6	40	64
84					

$\times ...$

2.2 UTILISATION D'UN COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ

Activité 1

4 galettes coûtent 60 F. On veut calculer le prix de 7 galettes ; de 15 galettes ; de 18 galettes.
Ce problème peut se résoudre en utilisant le tableau de proportionnalité ci-dessous.

Nombre de galettes	4	7	15	18
Prix en francs CFA	60			

Calcule le prix d'une galette et complète le tableau après avoir marqué l'opérateur utilisé.

Activité 2

Maman achète 400 g de poisson pour 180 F. Combien coûtent 900 g de poisson ?
Traduisons cette situation par le tableau ci-dessous :

Poids de poisson en grammes	400	900
Prix en francs CFA	180	

Calculons le quotient de 180 par 400 pour avoir un coefficient de proportionnalité :
$\frac{180}{400} = \frac{9}{20}$
Complète le tableau avec l'opérateur $\times \frac{9}{20}$ le prix manquant dans le tableau.

2.3 POURCENTAGE

Activité 1

Lors d'une semaine commerciale, un commerçant fait une réduction de 15% sur tous les prix affichés dans son magasin.

On veut calculer :
- la réduction obtenue sur un prix de 1 000 F ; sur un prix de 15 000 F ;
- le prix affiché lorsque la réduction s'élève à 450 F ; lorsque la réduction s'élève à 2 250 F.

Un pourcentage est un coefficient de proportionnalité.

Le renseignement ci-dessous :

"la réduction est égale à **15%** du prix affiché"

indique que pour un prix affiché de 100 F, la réduction est de 15 F.

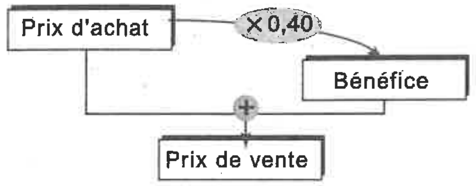
Ce renseignement signifie que la réduction est proportionnelle au prix affiché et qu'un coefficient du tableau est égal à $\frac{15}{100}$ (ou encore à 0,15).

Complète le tableau de proportionnalité suivant :

Prix affiché	100	1 000	15 000		
Réduction	15			450	2 250

Activité 2

Un commerçant a acheté un meuble à 6 200 F.
Il le revend avec un bénéfice de 40% sur son prix d'achat.
Calcule le prix de vente du meuble.



EXERCICES

2.a Écris sous forme de nombre décimal chacun des pourcentages suivants :
15 % ; 2 % ; 20% ; 100 % ; 105 %
Écris les mêmes pourcentages sous forme de fraction décimale.

2.b En fin d'année, un magasin solde des articles avec un rabais de 30% sur l'ancien prix.
Calcule le rabais puis le nouveau prix pour chacun des anciens prix suivants :
1 000 F ; 1 200 F ; 700 F ; 3 500 F.

Utilisation de la calculatrice

Touche %

Pour calculer 15% de 1 200, on peut effectuer le calcul suivant 1 200 × 15 : 100

sans employer la touche %

Touches appuyées	Écran
1 2 0 0	1200
×	1200
1 5	15
÷	18000
1 0 0	100
=	180

en employant la touche %

Touches appuyées	Écran
1 2 0 0	1200
×	1200
1 5	15
%	180

Quelle séquence de touches remplace la touche % ?

Utilise ta calculatrice pour résoudre l'exercice suivant :

Une remise de 20 % est accordée aux achats réalisés dans un magasin pendant la quinzaine commerciale.

Calcule les remises obtenues pour des achats de : 8 500 F ; 12 000 F ; 28 000 ; 4 500 F ; 450 F.
(Tu peux essayer de combiner l'emploi de la touche % et du facteur constant).

3 Propriétés des tableaux de proportionnalité

3.1 PROPRIÉTÉ 1

Activité 1

4 galettes coûtent 60 F. On veut calculer le prix de 12 galettes.
Le tableau de proportionnalité ci-dessous peut être complété sans calculer de coefficient.
Il suffit de faire le raisonnement suivant :

12 est le **triple** de 4
donc le prix de 12 galettes est le **triple** du prix de 4 galettes.

Complète le tableau.

Nombre de galettes	4	12
Prix en francs CFA	60	

× 3

Connaissant le prix de 12 galettes, raisonne de la même façon pour montrer que 6 galettes coûtent 90 F.

Activité 2

Reprenons des factures d'électricité.
Pour un montant de 71 280 F d'électricité consommée et en ajoutant la taxe fixe de 7 920 F, le total de la facture est 79 200 F. On veut calculer le total d'une facture pour laquelle le montant d'électricité consommée est le triple de 71 280 F ?

Montant d'électricité consommée	71 280	
Total de la facture	79 200	

× 3 ; + 7 920

Le total de la deuxième facture est-il le triple du total de la première facture ? Pourquoi ?

EXERCICE

3.a Reprends, sans calculer de coefficient et en appliquant la méthode que nous venons de voir, le calcul du prix de 900 g de poisson sachant que 400 g coûtent 180 F.

Poids de poisson en grammes	400	100	900
Prix en francs CFA	180		

3.2 PROPRIÉTÉ 2

Activité 1

Nous savons que 4 galettes coûtent 60 F et 6 galettes coûtent 90 F.
On veut calculer le prix de 10 galettes.
Là encore, il n'est pas nécessaire de calculer le coefficient pour répondre.

10 est **la somme** de 4 et 6

donc :

le prix de 10 galettes est **la somme** du prix de 4 galettes et du prix de 6 galettes

Complète le tableau suivant :

Nombre de galettes	4	6	10
Prix en francs CFA	60	90	

Activité 2

Trois abonnés se sont aperçus que le montant de l'électricité consommée par l'un d'eux était la somme des montants d'électricité consommée par les deux autres.
Peut-on en dire autant pour le total des factures ? Pourquoi ?

Complète le tableau ci-dessous :

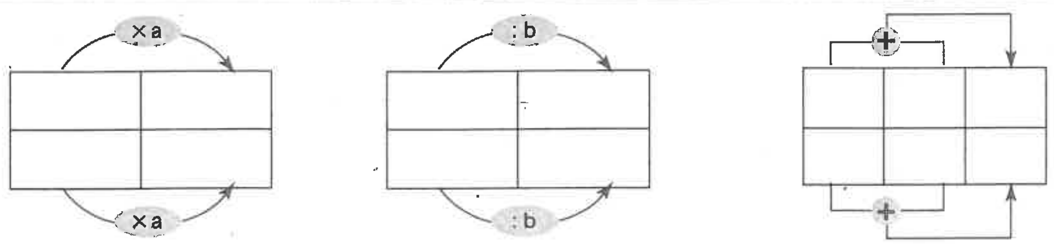
Montant d'électricité consommée	21 600	32 000	
Total de la facture			

+ 7 920

3.3 SCHÉMATISATION DES PROPRIÉTÉS PRÉCÉDENTES

Les schémas suivants peuvent illustrer ces deux propriétés importantes des tableaux de proportionnalité.

PROPRIÉTÉS



a et **b** sont des nombres non nuls.

EXERCICES

3.b Complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous en appliquant les propriétés précédentes.

4	3	7
14,4	10,8	

12	48	60
2,7		

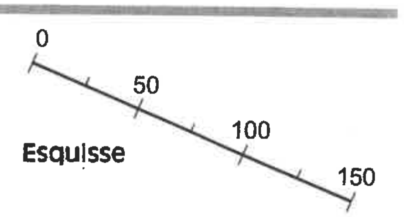
3.c 1 kg de viande coûte 650 F.
Calcule mentalement le prix de 2 kg puis le prix d'un demi kilo puis le prix de 2,5 kg.
Fais de même pour calculer mentalement le prix de 4,5 kg.

4 Échelles

4.1 VISUALISATION ET PROPORTIONNALITÉ

Jauge d'un réservoir

Comment graduer la jauge d'un réservoir de 25 l en 25 l jusqu'à 150 l si 1 cm sur la jauge correspond à 10 l ?



Complète le tableau ci-dessous :

Quantité en litres	10	25	50	75			150
Longueur sur la jauge en cm	1						

: 10

Fais le dessin de la jauge en vraie grandeur.

On représente souvent des données numériques en utilisant une demi-droite graduée.
Les longueurs reportées sur cette demi-droite sont alors proportionnelles aux nombres donnés.

EXERCICE

4.a Les productions de mil et sorgho pour la récolte 1977-78 ont été représentées par des rectangles de longueurs proportionnelles à la quantité produite.

La production du Sénégal étant environ de 490 000 tonnes, calcule une valeur approchée des productions de la Côte d'Ivoire et du Niger.

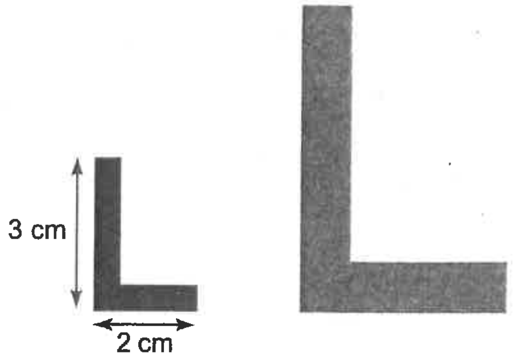
4.2 REPRODUCTION À UNE ÉCHELLE DONNÉE

Dans une reproduction, les longueurs sur le dessin sont proportionnelles aux longueurs réelles.
Lorsqu'on exprime ces longueurs **avec les mêmes unités**, un des coefficients de proportionnalité est l'**échelle** de la reproduction.

Agrandissement

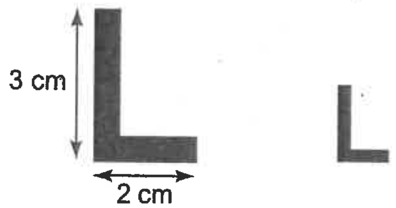
La lettre L dessinée ci-dessous a été reproduite en doublant les dimensions.
On dit que l'on a reproduit le dessin à l'échelle 2.

Original en cm	2	3
Reproduction en cm		



Réduction

Reproduisons le même L en divisant par 2 les dimensions.
Diviser par 2 revient à multiplier par $\frac{1}{2}$
La reproduction est à l'échelle $\frac{1}{2}$



Pour un plan à l'échelle $\frac{1}{100}$: 1 cm sur le plan correspond à 100 cm sur le terrain

Attention ! Prendre la même unité !

EXERCICE

1.b Sur un plan au $\frac{1}{250}$, les côtés d'une salle rectangulaire sont représentés par des segments de 4 cm et 5 cm. Exprime en centimètres les longueurs réelles des côtés de cette salle, puis convertis ces longueurs en mètres.
La porte de cette salle mesure 1m de large. Calcule la longueur du segment représentant la porte sur le plan.

4.3 CALCULS PRATIQUES

De façon pratique, on mesure souvent les longueurs sur une carte en centimètres mais il vaut mieux exprimer les longueurs correspondantes sur le terrain avec des unités plus appropriées telles que le kilomètre par exemple.
Le coefficient permettant de passer des mesures des longueurs sur le terrain exprimées en km aux mesures de longueurs sur la carte exprimées en cm n'est plus l'échelle de la carte mais peut se calculer facilement à partir de cette échelle.

Exemple :
L'échelle d'une carte routière du Burkina Faso est $\frac{1}{500\,000}$.
Comment passer des longueurs sur la carte exprimées en centimètres aux longueurs sur le terrain exprimées en kilomètres ?
On veut calculer par exemple :
- la distance réelle exprimée en kilomètres pour des longueurs sur la carte de 5,6 cm ; de 11 cm ;
- les longueurs sur la carte pour des distances réelles de 80 km ; de 300 km.

Mesures des longueurs sur la carte exprimées en cm	1	5,6	11		
Mesures des longueurs sur le terrain exprimées en cm					
Mesures des longueurs sur le terrain exprimées en km				80	300

× 500 000 ; : 100 000 ; × 5 ; : 5

× 500 000 est un opérateur obtenu d'après l'échelle de la carte.
: 100 000 est l'opérateur de conversion des centimètres aux kilomètres.
La première et la dernière ligne de ce tableau constituent un tableau de proportionnalité dont les opérateurs sont × 5 et : 5

EXERCICE

4.c Sur une carte au $\frac{1}{250\,000}$ deux villes sont distantes de 8,4 cm. Quelle est, en réalité, la distance à vol d'oiseau séparant ces deux villes ?
Quelle distance trouvera-t-on sur cette même carte pour deux villes distantes en réalité de 120 km ?

ENTRAINEMENT

1 TABLEAUX DE PROPORTIONNALITÉ

1 Parmi les tableaux ci-dessous, quels sont ceux qui représentent une situation de proportionnalité ?

Quantité d'essence en litres	1	4	6,5	15,8
Poids en kilogrammes	0,8	3,2	5,2	12,64

Âge en années	2	1	7	10
Taille en centimètres	55	45	80	105

Diamètre d'un cercle en centimètres	2	5	7
Valeur approchée du périmètre de ce cercle en centimètres	6,28	15,7	21,98

2 Une voiture consomme 7,8 litres d'essence aux 100 km.
a) Combien consomme-t-elle d'essence pour parcourir 350 km ?
b) Quelle distance peut-on espérer parcourir avec 39 litres d'essence ?

3 Koffi a payé 770 F pour 250 g de café.
a) Combien coûtent 600 g de ce même café ?
b) Quel poids de café peut-on acheter avec 620 F ?

4 Un photocopieur imprime 12 photocopies en 30 secondes.
a) Quel temps faut-il pour un tirage de 40 photocopies ?
b) Au bout d'un quart d'heure, combien de photocopies a-t-on effectuées ?

5 7,5 cm^3 d'or pèsent 148,5 g. Combien pèsent 10 cm^3 d'or ?

6 Une automobile parcourt 200 km en 2h30 mn en roulant constamment à la même vitesse. (Une durée de 2h30 mn peut s'écrire 2h $\frac{1}{2}$ ou encore 2,5 h).
a) Quelle distance exprimée en kilomètres parcourra cette automobile en 4h à cette même vitesse ?
b) Quel temps mettra cette automobile pour parcourir 280 km à la même vitesse ?

2 COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ - POURCENTAGE

7 Le moteur d'une moto fonctionne avec un mélange huile - essence à 5%. On désigne ainsi un mélange où la quantité d'huile représente 5% de la quantité de mélange.
Quelle est la quantité d'huile dans 20 l de mélange ? dans 150 l de mélange ? dans 1 litre de mélange ?

8 La crème de lait produit 32% de son poids en beurre.
Quel poids de beurre peut-on obtenir avec 200 g ? 150 g ? 1,5 kg de crème ?
Quel poids de crème de lait faut-il pour obtenir 8 kg de beurre ?

9 Quel capital faut-il placer à 7 % durant 1 an pour obtenir 14 000 F d'intérêts ?

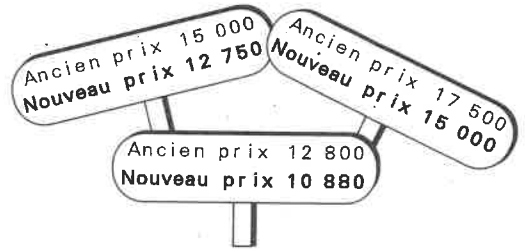
10 On veut acheter un vêtement coûtant 8 000 F et on obtient une remise de 10%. Combien payera-t-on le vêtement ?

11 La taxe à la valeur ajoutée (T.V.A.) représente 25 % du prix hors taxe (prix H.T.) d'une marchandise ou d'un travail. Le prix toute taxe comprise (prix T.T.C.) est la somme du prix H.T. et de la T.V.A.
Quel est le prix T.T.C. (prix Toute Taxe Comprise) d'une marchandise dont le prix H.T. (hors taxe) est 120 000 F ?

12 Complète la facture ci-dessous :

Nature	Montant
Pièces diverses	56 000 FH.T.
Main-d'œuvre 3h à 2 400 FHT l'heure	...... FH.T.
Total H.T.	...... F
T.V.A. (25%)	...... F
Montant T.T.C. de la facture	...... F

13 Un magasin affiche dans la vitrine un panneau réclame :
"Remise de 15% sur tous les anciens prix"
Que penses-tu des étiquettes ci-dessous ?



3 PRORRIÉTÉS DES TABLEAUX DE PROPORTIONNALITÉ

14 Complète les tableaux de proportionnalité ci-dessous :

3	6	15	1,5
15,2			

8	6	14	20
1	0,75		

15 Un rouleau de 15 m de fil de cuivre pèse 1,75 kg.
Combien pèseront 3 m ? 90 m de ce fil ?

16 Voici les composants d'une recette de crème glacée pour 6 personnes :
0,75 l de lait ; 6 jaunes d'oeufs ; 200 g de sucre ; 80 g de raisins secs.
Quelles quantités faut-il pour faire la même recette de glace pour 12 personnes ?
pour 9 personnes ?

17 On veut compléter le tableau de proportionnalité suivant :

9	12
123	

Lorsque le calcul d'un coefficient de proportionnalité semble difficile comme ici (le quotient exact n'est pas décimal), on peut plutôt chercher comment, à la première ligne, obtenir 12 à partir de 9.

Exemple : $\boxed{9} \xrightarrow{\times ?} \boxed{12}$

ou encore : $\boxed{9} \xrightarrow{: ?} \boxed{3} \xrightarrow{\times ?} \boxed{12}$

Complète le tableau donné dans l'exercice.

18 1 kg de viande coûte au marché : 900 F.
Calcule mentalement combien coûtent
a) 0,5 kg de viande ? 0,25 kg de viande ?
b) 2,5 kg de viande ? 3,25 kg de viande ?

4 ÉCHELLES

19 Un plan est à l'échelle $\frac{1}{100}$. Complète le tableau suivant :

Distance sur le plan en cm	5,4	8		
Distance réelle en cm			280	1 150

20 Dessine à l'échelle $\frac{1}{80}$ le plan d'une terrasse rectangulaire de 6 m sur 4,20 m.
Fais apparaître sur le plan, au centre de cette terrasse, une table ronde de 1,60 m de diamètre.

21 Une carte est à l'échelle $\frac{1}{500\,000}$
Complète le tableau suivant :

Distance sur la carte en cm	1	15	27,5	
Distance réelle en cm				
Distance réelle en km				35

EXERCICES

22 Sur une carte routière du Burkina - Faso à l'échelle $\frac{1}{500\,000}$, la distance entre deux villes est 5,7 cm.
Quelle est la distance réelle à vol d'oiseau entre les deux villes ?

APPROFONDISSEMENT

Attention à ne pas employer la proportionnalité lorsqu'il ne le faut pas !

23 4 ouvriers agricoles "labourent" une parcelle de terrain en 6h. Quel temps faudrait-il à 8 ouvriers pour labourer le même terrain ?

24 Si 5 poules mangent 500 g de mil en 5 jours, quel poids de mil faut-il pour nourrir 10 poules durant 10 jours ?

25 Si 4 ouvriers récoltent les bananes sur 4 ha en 4 jours, combien d'ouvriers faut-il pour récolter les bananes sur 8 ha en 8 jours ?

26 Un cube d'argent pèse 12,155 kg. On fait réaliser un cube dont les arêtes sont deux fois plus grandes. Quel sera le poids de ce nouveau cube ?

27 Hier, j'avais 2 500 F et il me manquait 100 F pour acheter un stylo et un gros cahier.
Aujourd'hui, il y a une réduction de 15% sur le prix du stylo et après avoir acheté le stylo et le cahier, on me rend 200 F sur les 2 500 F que je donne. Quel est le prix du gros cahier ?

28 Un commerçant réalise un bénéfice de 30 % sur son prix de revient.
a) Complète le tableau ci-dessous :

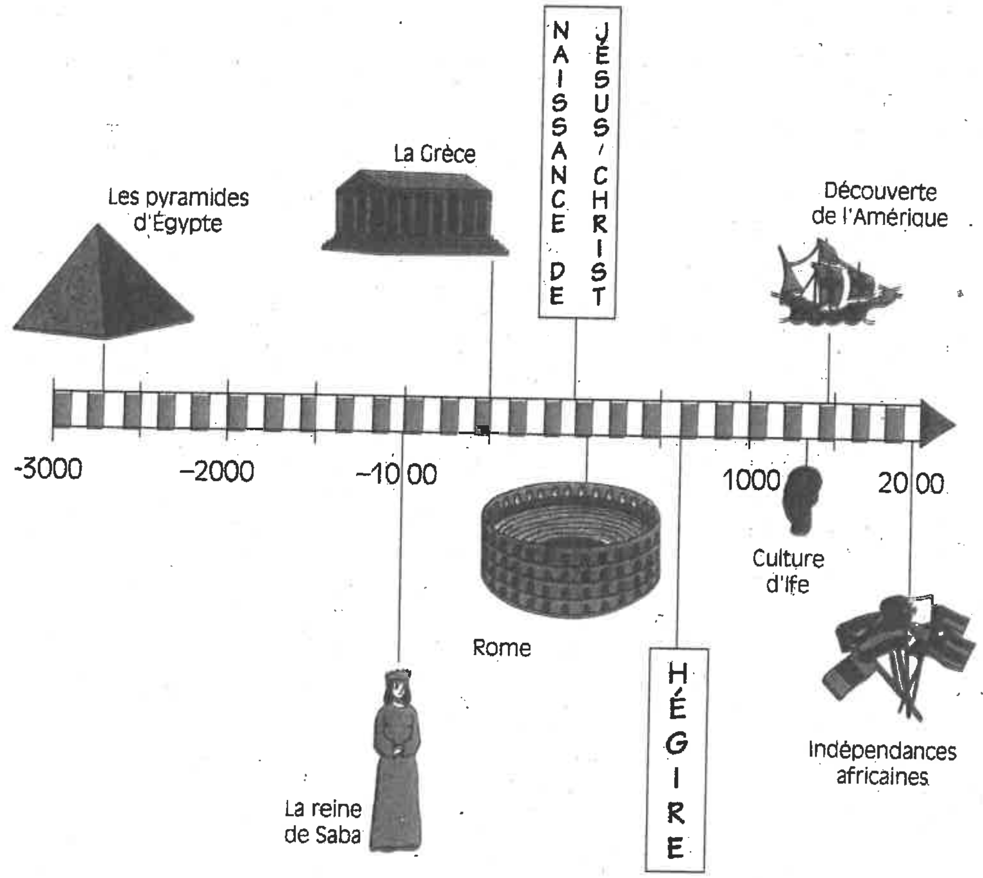
Prix de revient en francs	15 000	20 000	25 000	40 000
Bénéfice en francs				
Prix de vente en francs				

b) Le tableau de correspondance entre le prix de revient et le prix de vente est-il un tableau de proportionnalité ?
c) Le calcul du prix de vente obtenu pour 15 000 F de prix de revient peut s'effectuer comme ci-dessous :
p = 15 000 + 15 000 x 0,30
p = 15 000 x 1 + 15 000 x 0,30
p = 15 000 x (1 + 0,30)
p = 15 000 x 1,30
Termine le calcul de p.
d) Calcule de même le prix de vente q obtenu pour 25 000 F de prix de revient ?
e) Que représente le nombre 1,30 pour le tableau de la question b) ?
f) Calcule directement le prix de vente pour un prix de revient de 70 000 F.

29 Un magasin affiche une remise de 20% sur les anciens prix.
a) Choisis un nombre quelconque comme ancien prix et en effectuant un calcul identique à celui de l'exercice précédent, trouve par quel nombre il faut multiplier un ancien prix pour calculer le nouveau prix correspondant.
b) Le nouveau prix affiché pour un vêtement est 6 400 F. Quel était l'ancien prix ?

30 Que penser de ce titre alarmant dans un journal ?
"Tous les ans, les prix augmentent de 10 %".
«Tu te rends compte, dit Koffi, si un objet coûtait 1 000 F en 1991, aujourd'hui en 1993 cela fait 1 200 F avec 20% d'augmentation.»
Méfions-nous du raisonnement de Koffi.
Calcule le prix que coûtait en 1992 un objet valant 1000 F en 1991. Connaissant le prix en 1992, refais le même raisonnement pour trouver le prix en 1993.

15 Nombres décimaux relatifs



Ligne du temps historique

SOMMAIRE

1 Les nombres décimaux relatifs

1.1 ACTIVITÉ

Goal Average

Classement après la 30e journée du championnat de football du Sénégal.

ÉQUIPES	Pt	G	N	P	M	E	D
Ndiambour	41	14	13	3	20	9	11
JA	39	15	9	6	27	10	17
Port	37	12	13	5	25	11	14
Linguère	37	13	11	6	19	8	11
Diaraf	35	11	13	6	31	17	14
Etics	32	7	18	5	21	16	5
Douanes	31	8	15	7	22	16	6
Mbour	30	6	18	6	16	13	3
Sotrac	29	9	11	10	23	21	2
Casa	28	6	16	8	12	14	– 2
Rail	28	9	10	11	16	22	– 6
Mbossé	28	5	18	7	9	18	– 9
Dial Diop	27	7	13	10	14	25	– 11
Ouakam	24	5	14	11	19	29	– 10
Gorée	18	4	10	16	17	31	– 14
Damels	16	3	10	17	10	41	– 31

Pt : points
G : matches gagnés
N : matches nuls
P : matches perdus
M : buts marqués
E : buts encaissés
D : goal différentiel

La dernière colonne, sous le titre D, donne les informations sur le "Goal Différentiel" ou "Goal Average" : c'est la différence entre les buts marqués et les buts encaissés.

Exemple :
Pour l'équipe du Ndiambour, le nombre de buts marqués, 20, l'emporte sur le nombre de buts encaissés, 9 ; on dit que le résultat est positif. On le note : 11.
Pour l'équipe du Casa, le nombre de buts encaissés, 14, l'emporte sur le nombre de buts marqués,12 ; on dit que le résultat est négatif. On le note –2.
11 ; –2 ; –10 ; 1 ... sont des **nombres entiers relatifs.**

EXERCICE

1.a Après la 28e journée du championnat, les résultats des équipes A, B, C, D, E, F, G, H sont présentés dans le tableau ci-contre :

ÉQUIPES	Pt	G	N	P	M	E	D
A	39	15	9	4	25	6	
B	36	13	10	5	22	9	
C	36	13	10	5	21	15	
D	30	10	10	8	24	19	
E	26	7	12	9	19	19	
F	22	5	12	11	17	22	
G	15	4	7	17	14	23	
H	13	2	9	17	15	28	

Complète la dernière colonne du tableau.

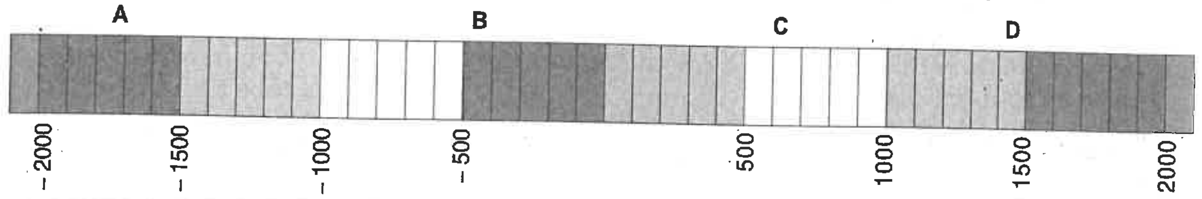
Les repères de l'Histoire

Pour repérer un événement dans le temps, un événement a été choisi comme origine : la naissance de Jésus-Christ (en abrégé J.C.).

Ainsi, on dira qu'Euclide est mort en 283 avant J.C. et que Christophe Colomb a découvert l'Amérique en 1492 après J.C.

Dans certains manuels d'Histoire on trouve une autre notation :
- un événement qui a eu lieu en l'an 2000 avant J.-C. peut être repéré dans le temps par le nombre entier relatif **négatif** : – 2000 ;
- un événement qui a eu lieu en l'an 1789 après J.-C. peut être repéré dans le temps par le nombre entier relatif **positif** : + 1789 ou même 1789 si aucune confusion n'est à craindre

La chronologie est généralement représentée par une bande régulièrement **graduée.**



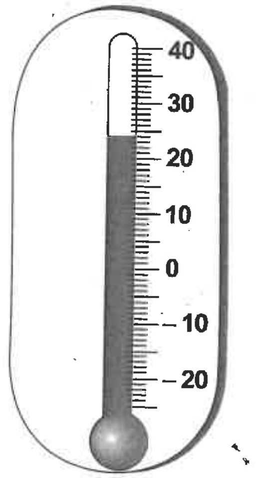
A : – 1750 **Naissance dell'Empire Perse**
B : – 490 **Bataille de Marathon**
C : 622 **Hégire**
D : 1492 **Découverte de l'Amérique par Christophe Colomb**

EXERCICE

1.b Reproduis la bande ci-dessus qui représente une chronologie. Marque les événements suivants :

A	– 1400	Construction du tombeau de Toutankhamon
B	– 753	Fondation de la ville de Rome
C	– 387	Platon inscrit sur le fronton de l'Académie : "Nul n'entre ici s'il n'est géomètre"
D	– 283	Mort d'Euclide
E	800	Sacre de Charlemagne
F	1727	Mort d'Isaac Newton
G	1955	Conférence de Bandung

Un peu de climatologie



Sur le thermomètre, les températures sont repérées comme suit :
- la température de 0° est repérée par 0.
- les températures de 1°,2°,3° au-dessus de 0° sont repérées respectivement par 1, 2, 3.
- les températures de 1°, 2°,3° au-dessous de 0° sont repérées respectivement par –1, –2, –3.

Dans les instituts météorologiques, les températures sont indiquées avec une certaine précision. On dira par exemple que la température relevée à Oslo est de 2,7° au-dessous de 0° et on la notera par le nombre décimal relatif –2,7.

Une température au-dessous de zéro se note par un nombre décimal relatif négatif et une température au-dessus de zéro par un nombre décimal relatif positif.

Le tableau ci-dessous donne les températures moyennes pour chacun des mois de l'année dans 5 endroits.

	Jan	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Alert (Groenland)	-31,9	-33	-33,9	-23,9	-11,3	-0,1	3,9	0,8	-9,5	-19,8	-25,8	-30,2
Paris (France)	3,5	4,3	7,9	11	14,6	17,8	19,5	19,1	16,5	11,8	7,3	4,3
Pic du Midi (France)	-8	-7,5	-7	-5	-1,5	2,5	3	3	2,5	0	-4,5	-5,5
Assouan (Égypte)	16,1	18	21,6	26,7	31,6	33,2	33,9	34,1	31,8	28,9	23,4	18,2
Bamako (Mali)	25,5	28	30,9	32,4	31,9	29,1	26,9	26	26,6	27,8	27,2	25,4

Sur la ligne Pic du Midi –7,5 signifie 7,5° au-dessous de 0°,
3 signifie 3° au-dessus de 0°.

Pour le mois de mai, la température moyenne à Alert est indiquée par le nombre décimal négatif –11,3. Donne sa signification.

En mars, la température moyenne à Bamako est indiquée par le nombre décimal positif 30,9. Donne sa signification.

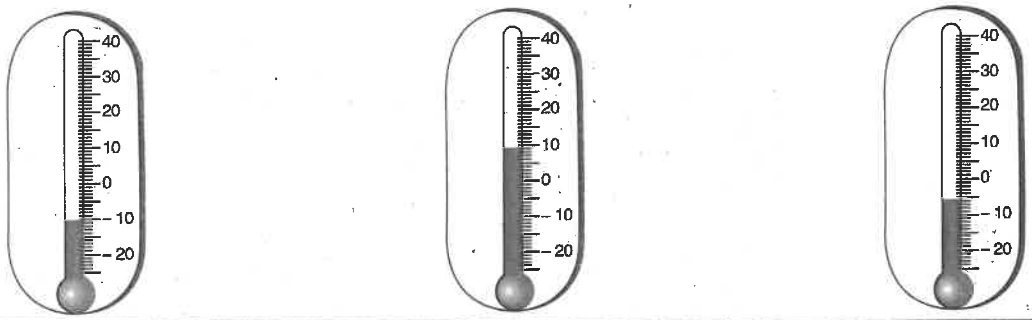
En octobre, la température moyenne au Pic du Midi est indiquée par le nombre décimal relatif 0. Donne sa signification.

Quels sont les mois où la température moyenne à Alert est indiquée par un nombre décimal positif ?

Quels sont les mois où la température moyenne au Pic du Midi est indiquée par un nombre décimal négatif ?

EXERCICE

1.c Lis la température qu'indique chacun des thermomètres suivants :



1.2 VOCABULAIRE

Nombres entiers relatifs

+ 13 ; + 622 ; + 1 492 ; – 1 750 ; – 387 sont des **nombres entiers relatifs.**
L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
Les nombres + 13 ; + 622 ; + 1492 sont des nombres entiers relatifs **positifs.**
Les nombres – 1 750 ; – 387 sont des nombres entiers relatifs **négatifs.**

Nombres décimaux relatifs

+ 17 ; – 4,1 ; + 0,09 ; – 340 sont des **nombres décimaux relatifs.**
L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$.
Les nombres entiers relatifs sont des nombres décimaux relatifs.
Les nombres + 2 ; + 44,7 ; + 103 sont des nombres décimaux relatifs **positifs.**
Les nombres – 11,3 ; – 6 ; – 0,01 sont des nombres décimaux relatifs **négatifs.**

Notations
Les nombres décimaux relatifs positifs peuvent s'écrire de diverses façons.
Ainsi par exemple :
+ 2 s'écrit aussi 2 ou (+ 2)
+ 44,7 s'écrit aussi 44,7 ou (+ 44,7)
Les nombres décimaux relatifs négatifs peuvent s'écrire de diverses façons.
Ainsi par exemple :
– 11,3 s'écrit aussi (– 11,3)
– 6 s'écrit aussi (– 6)

Cas particulier
0 est le seul nombre décimal relatif qui soit à la fois positif et négatif.
On n'écrit ni – 0 ni + 0 mais on écrit toujours 0.

EXERCICES

1.d Parmi les nombres décimaux relatifs suivants, indique les nombres décimaux relatifs positifs, puis les nombres décimaux relatifs négatifs.
– 12 ; + 3 ; – 147,5 ; + 0,007 ; – 1,04 ; – 4 736 ; – 9,761 ; – 300,12 ; 0

1.e Parmi les nombres décimaux relatifs suivants, indique :
a) ceux qui sont positifs ;
b) ceux qui sont négatifs ;
c) ceux qui sont des nombres entiers relatifs ;
d) ceux qui sont des nombres entiers naturels ;
e) ceux qui sont des décimaux non entiers.
(– 1,3) (+ 10) (– 3,8) (– 1) (+ 1,3) (+ 18) (+ 1) (– 9,18) (– 18) (– 10)

2 Droites graduees

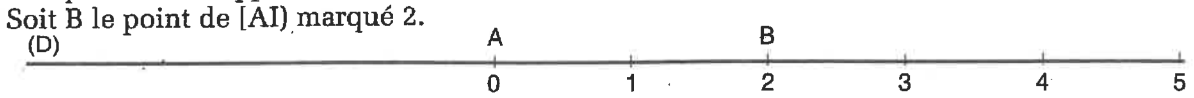
2.1 REPÉRER DES POINTS SUR UNE DROITE PAR DES NOMBRES ENTIERS RELATIFS

Activité

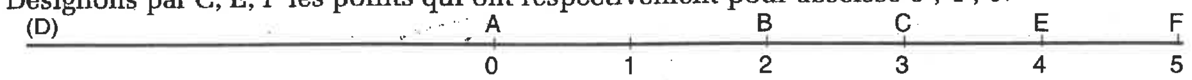
Sur la droite (D) plaçons les points A et I

(D) A I

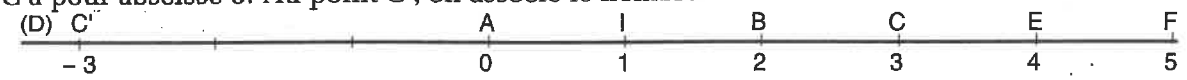
Graduons la demi-droite [AI) par les nombres entiers naturels en choisissant comme unité la longueur du segment [AI].
Marquons les cinq premiers nombres entiers naturels sur cette demi-droite graduée.
Soit B le point de [AI) marqué 2.



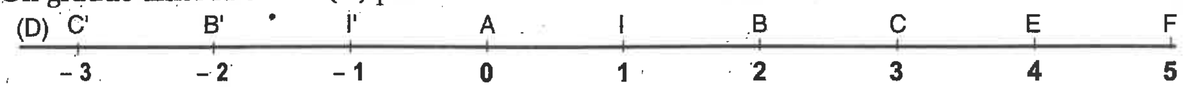
On dit que 2 est l'**abscisse** du point B.
0 **est l'abscisse** du point A ; I est le point qui **a pour abscisse** 1. Le point A est l'origine de cette graduation.
Désignons par C, E, F les points qui ont respectivement pour abscisse 3 ; 4 ; 5.



À tout point de cette graduation, on associe un nombre entier naturel : l'abscisse de ce point.
Quelle est l'abscisse du point E ?
Soit C' le symétrique de C par rapport à l'origine A.
C a pour abscisse 3. Au point C', on associe le nombre relatif – 3.



(– 3) est l'opposé du nombre relatif (+ 3).
Construisons le symétrique de chacun des points de la graduation de la demi-droite [AI).
Au point B', symétrique du point B par rapport à A, associons l'abscisse (– 2), nombre relatif opposé à (+ 2), abscisse de B.
Procédons de même avec les autres points obtenus par symétrie.
On gradue ainsi la droite (D) par les nombres entiers relatifs.



Le nombre entier relatif associé à chaque point de la graduation de cette droite est l'abscisse de ce point.

DÉFINITION

Des nombres sont opposés lorsqu'ils sont les abscisses de deux points symétriques par rapport au point d'origine d'une droite graduée.

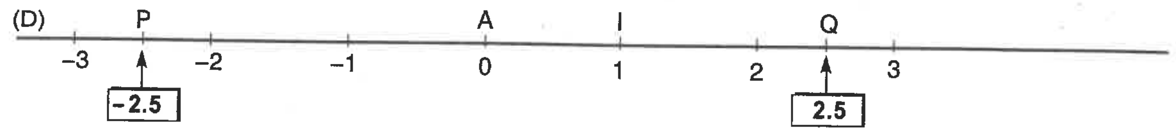
Exemples
(– 7) et (+ 7) sont opposés.
On dit aussi : l'opposé de (+ 7) est (– 7) ou encore (+ 7) a pour opposé (– 7).
De même, l'opposé de (– 9) est (+ 9).
Bien sûr, l'opposé de 0 est 0.

2.2 PLACER DES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS SUR UNE DROITE GRADUÉE

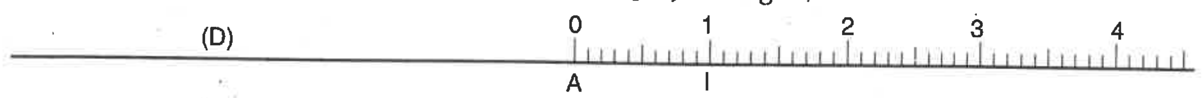
Activité

• On veut placer le point P d'abscisse (– 2,5) sur une droite graduée (D).
Pour cela, procédons comme suit.

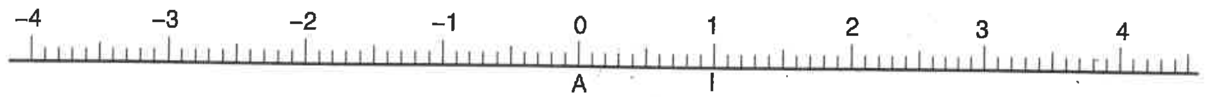
a) On place le point Q d'abscisse (+ 2,5).
b) On construit le symétrique de Q par rapport au point origine A ; c'est le point P qui, par définition, a pour abscisse le nombre (– 2,5).



•On veut graduer la droite (D) avec des nombres décimaux relatifs. Pour cela, procédons comme suit.
a) Sur la droite (D), considérons la demi-droite [AI) ainsi graduée.



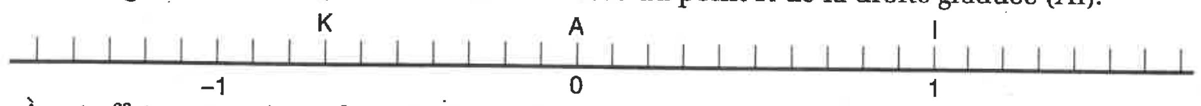
b) Construisons les symétriques par rapport à A, de chacun des points de cette graduation.



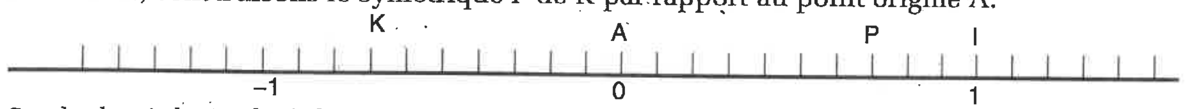
2.3 LIRE L'ABSCISSE D'UN POINT MARQUÉ SUR UNE DROITE GRADUÉE

Activité

Sur la figure ci-dessous, recherchons l'abscisse du point K de la droite graduée (AI).



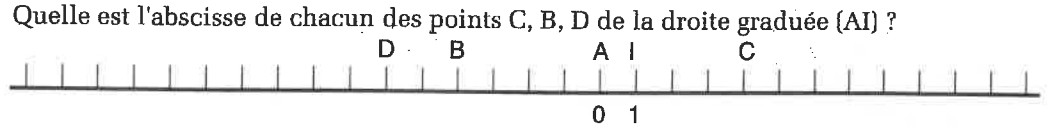
À cet effet, construisons le symétrique P de K par rapport au point origine A.



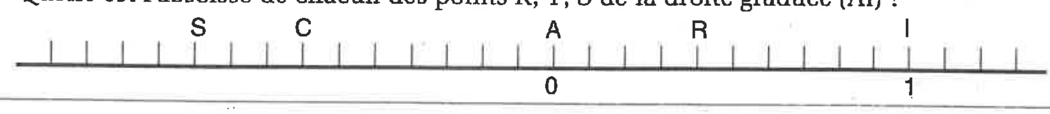
Sur la demi-droite [AI), lisons l'abscisse du point P : 0,7.
Par définition, l'abscisse du point K est donc le nombre (– 0,7), opposé de 0,7.

EXERCICES

2.a Quelle est l'abscisse de chacun des points C, B, D de la droite graduée (AI) ?



2.b Quelle est l'abscisse de chacun des points R, T, S de la droite graduée (AI) ?



3 Somme de deux nombres entiers relatifs

3.1 LE BILAN D'UN MARCHAND

À la fin de chaque journée, Diallo ferme sa boutique puis il fait son bilan. Il calcule le total des recettes (ou rentrées d'argent) et le total des dépenses (sorties d'argent) exprimés en milliers de francs.

Il note par un nombre entier relatif positif un bilan positif et par un nombre entier relatif négatif un bilan négatif. Tous les deux jours, il fait le point :

	Recettes	Dépenses	Bilan
Lundi 7 Mai	3	5	− 2
Mardi 8 Mai	7	8	− 1
Total	10	13	− 3

Il écrit : (− 2) + (− 1) = (− 3)

	Recettes	Dépenses	Bilan
Mercredi 9 Mai	5	3	+ 2
Jeudi 10 Mai	4	1	+ 3
Total	9	4	+ 5

Il écrit : (+ 2) + (+ 3) = (+ 5)

	Recettes	Dépenses	Bilan
Vendredi 11 Mai	6	4	+ 2
Samedi 12 Mai	1	6	− 5
Total	7	10	− 3

Il écrit : (+ 2) + (− 5) = (− 3)

	Recettes	Dépenses	Bilan
Lundi 14 Mai	2	3	− 1
Mardi 15 Mai	6	4	+ 2
Total	8	7	+ 1

Il écrit : (− 1) + (+ 2) = (+ 1)

	Recettes	Dépenses	Bilan
Mercredi 16 Mai	8	3	+ 5
Jeudi 17 Mai	2	7	− 5
Total	10	10	0

Il écrit : (+ 5) + (− 5) = 0

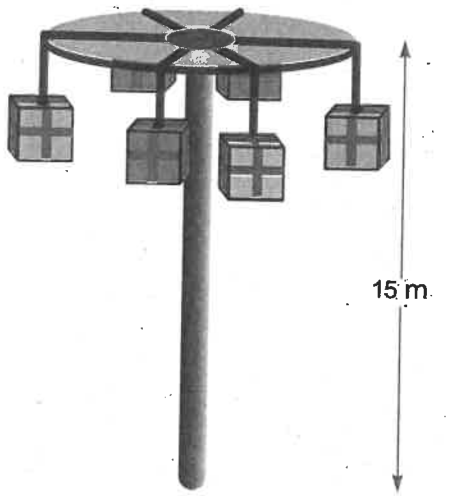
EXERCICE

3.a Reproduis chacun des tableaux suivants et complète le bilan :

	Recettes	Dépenses	Bilan
15/2/93	9	3	
16/2/93	2	5	
Total			

	Recettes	Dépenses	Bilan
17/2/93	3	7	
18/2/93	4		− 5
Total			

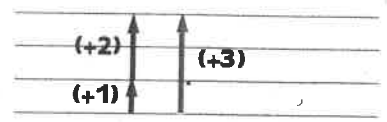
3.2 DÉPLACEMENTS SUR UN MÂT DE COCAGNE



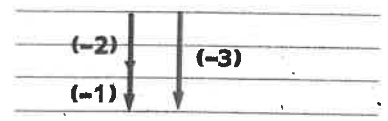
À l'occasion de la fête, un mât de cocagne, haut de 15 m, a été dressé au centre du village.
Pour gagner un des cadeaux qui sont accrochés au mât, il faut monter jusqu'au sommet.
Yago tente sa chance. Mais le mât est glissant.
Tantôt Yago monte, tantôt il glisse et redescend.

Doro commente les essais de son frère Yago. Ainsi,
- lorsque Yago monte de 2 m, Doro annonce : "+ 2 "
- lorsque Yago descend de 1m, Doro annonce : "− 1 "

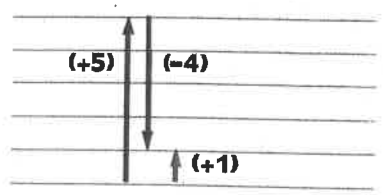
Yago monte de 1 m puis de 2 m ;
en tout, il monte de 3 m, ce que Doro traduit par
(+ 1) + (+ 2) = (+ 3)



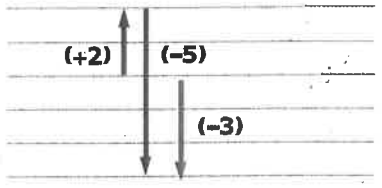
Yago descend de 2 m puis de 1 m ;
en tout il descend de 3 m, ce que Doro traduit par :
(− 2) + (− 1) = (− 3)



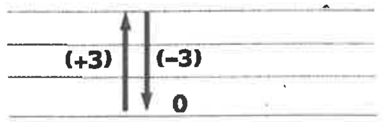
Yago monte de 5 m puis descend de 4 m ;
en tout, il ne monte que de 1 m, ce que Doro traduit par :
(+ 5) + (− 4) = (+ 1)



Yago monte de 2 m puis descend de 5 m ;
en tout, il descend de 3 m, ce que Doro traduit par :
(+ 2) + (– 5) = (– 3)



Yago monte de 3 m puis descend de 3 m ;
en tout, il n'a pas bougé, ce que Doro traduit par :
(+3) + (– 3) = 0



REMARQUE

Dans les deux activités précédentes nous avons calculé la somme de deux nombres entiers relatifs.
On constate que la somme de deux nombres entiers relatifs opposés est égale à 0.

EXERCICE

3.b Calcule les sommes suivantes :

(+ 5) + (+ 1)	(+ 4) + (+ 3)	(+ 8) + (+ 4)
(+ 8) + (+ 7)	(– 2) + (– 3)	(– 4) + (– 5)
(– 7) + (– 2)	(– 1 200) + (+ 1 200)	(+ 12) + (– 12)
(– 9) + (+ 7)	(+ 9) + (– 5)	(– 3) + (+ 10)

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 LES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

1 Voici une liste de nombres décimaux relatifs :
– 0,7 ; 8 ; 0 ; 3,14 ; 13 ; – 87 ; – 4,75 ; – 3 024 ; – 4 ; 57,85
Fais un tableau comme celui qui est proposé et complète-le avec chacun des nombres de la liste.

Nombres decimaux relatifs positifs	Nombres decimaux relatifs negatifs

2 Après avoir joué 22 parties au "jeu de dames" lors d'un championnat, plusieurs équipes décident de comptabiliser leurs résultats dans un tableau.
Recopie ce tableau, puis complète-le par les nombres relatifs qui conviennent.

EQUIPES	Parties gagnees	Parties perdues	Score final
A	20	2	
B	9	13	
C	10	10	
D	7	15	
E	16	6	
F		8	6
G	5		- 12

3 Recopie, puis complète par $\in$ ou $\notin$:

– 14,5 ...... $\mathbb{Z}$	– 0,5 ...... $\mathbb{D}$	12,75 ...... $\mathbb{Z}$
– 7,4 ...... $\mathbb{N}$	3 ...... $\mathbb{Z}$	–14,5 ...... $\mathbb{D}$
12,75 ...... $\mathbb{D}$	3 ...... $\mathbb{N}$	0 ...... $\mathbb{Z}$
5,13 ...... $\mathbb{N}$	3 ...... $\mathbb{D}$	0,5 ...... $\mathbb{Z}$
– 56 ...... $\mathbb{D}$	– 56 ...... $\mathbb{Z}$	– 56 ...... $\mathbb{N}$

4 Écris l'opposé de chacun des nombres relatifs suivants :
35 ; 0 ; – 17,2 ; 149, 51 ; – 343 ; – 12 ; 79 et 93.

2 SOMMES DE DEUX NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

5 Calcule les nombres suivants :
(+ 3) + (+ 2) ; (– 124) + (– 57) ; (+ 6) + (– 9) ;
(+ 9) + (+ 17) ; (+ 5) + (– 2) ; (+ 23) + (–32) ;
(+ 113) + (+ 67) ; (+ 17) + (– 9) ;
(+ 64) + (– 87) ; (– 3) + (– 4) ; (+ 46) + (– 29) ;
(– 92) + (+ 48) ; (– 9) + (– 8) ; (+ 59) + (– 59) ;
(– 134) + (+ 176).

6 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

+ 20	+ 11	+ 6	– 1	– 7	– 9

+(–7)

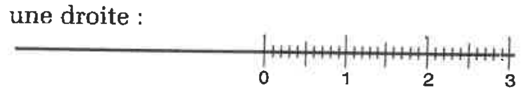
7 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

+ 19	+ 13	+ 7	– 2	– 5	– 8

+(–7)

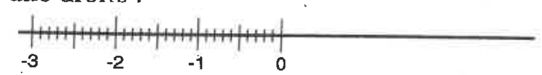
3 REPÉRAGE SUR UNE DROITE

8 Recopie cette graduation régulière sur une droite :



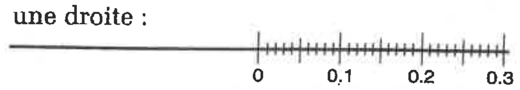
Place les points d'abscisses – 0,5 ; – 1,7 et – 2,1.

9 Recopie cette graduation régulière sur une droite :



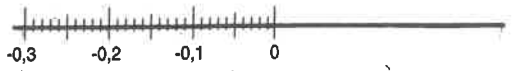
Place les points d'abscisses 2,5 ; 1,3 et 0,4.

10 Recopie cette graduation régulière sur une droite :



Place les points d'abscisses 0,07 ; 0,15 et 0,23.
Place ensuite les opposés de 0,07 ; 0,15 et 0,23.

11 Recopie cette graduation régulière sur une droite :



Place les points d'abscisses – 0,25 ; – 0,12 et – 0,08.
Place ensuite les opposés de – 0,25 ; – 0,12 et – 0,08.

APPROFONDISSEMENT

12 Voici le relevé des notes sur 20 d'un élève de sixième lors des contrôles du premier semestre :

Mathématiques	15
Composition française	10
Orthographe et grammaire	12,25
Anglais	7
Histoire et géographie	4,5
Education physique	18,75
Sciences naturelles	5,5
Dessin	11
Musique	10,5

Calcule la moyenne de cet élève.
Fais un tableau en trois colonnes en écrivant :
- les disciplines dans la première colonne ;
- les notes correspondant à ces disciplines dans la deuxième colonne ;

Dans la troisième colonne, tu écriras le nombre décimal relatif indiquant la position de chaque note par rapport à la moyenne de l'élève.

13 Recopie les énoncés ci-dessous.
Complète chaque case vide par le nombre entier relatif qui convient :

$(+7) + \square = +13$ $\quad$ $(-7) + \square = +3$
$(-8) + \square = -21$ $\quad$ $(+27) + \square = +43$
$(-42) + \square = +27$ $\quad$ $(-35) + \square = -52$
$(+9) + \square = +2$ $\quad$ $(+12) + \square = -5$
$(-45) + \square = 0$ $\quad$ $(+34) + \square = +19$
$(+19) + \square = -12$

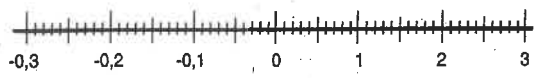
14 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

a	b	a + b
+7	+9	
+36	+43	
−5	−8	
−29	−54	
+45	−28	
−94	+65	
−1 993	+1 993	

15 Calcule les nombres décimaux relatifs suivants :

a = (+ 345) + (– 17) + (+ 17) + (– 345)
b = (+ 13) + (+ 7) + (– 7) + (+ 2)
c = (+ 34) + (+ 6) + (– 40)
d = (+ 24) + (– 17) + (– 7) + (+ 2 024)

16



Entre quels nombres entiers relatifs de la graduation 1,4 est-il situé ?
Quel est l'opposé de 1,4 ?
Entre quels nombres entiers relatifs de la graduation l'opposé de 1,4 est-il situé ?
Entre quels nombres entiers relatifs de la graduation – 2,7 est-il situé ?
Quel est l'opposé de – 2,7 ?
Entre quels nombres entiers relatifs de la graduation l'opposé de – 2,7 est-il situé ?

INDEX
des notions abordées

T

U

V

Imprimé en Italie
par Rotolito Lombarda
Dépôt Légal :11310-04/2001
Collection n°61 - Édition n°15
59/4459/0