Collection
Inter
Africaine de
Mathématiques

sous la direction
de Saliou Touré
Professeur à l'Université
d'Abidjan

MATHÉMATIQUES

5e

Mansour ANJORIN
Ali DAN FARAOUTA
Basile MONAMPASSI
Louis N'DRIN
Daniel PAULUS
Agouda TAGBA
Jacques VAUDOLON

EDICEF
58, rue Jean-Bleuzen
92178 Vanves Cedex

L'idée d'harmoniser les programmes de mathématiques entre les pays francophones d'Afrique et de l'océan Indien remonte à l'année 1983 où fut organisé par l'IRMA à Abidjan, le premier séminaire d'harmonisation. Depuis, d'autres séminaires ont suivi : en 1985 à Cotonou, en 1988 à Conakry et en juin 1992 à Abidjan avec la participation de 20 pays. La suite logique, souhaitée par tous les participants, est l'élaboration d'une collection inter-africaine de manuels de mathématiques pour l'enseignement secondaire. Des rédacteurs de tous les pays participent à la réalisation de ce projet. Un comité de coordination travaille avec les cellules nationales mises en place dans chaque pays.

COMITÉ DE COORDINATION

Mme Georgette OUEDRAOGO-HADDAD
M. Frédy BEGHAIN
M. Jacques BOUBILA
M. Alain LE GUENNOU
M. Claude MATHIEU
M. Denny OUEHI

PARTICIPATION DES DIFFÉRENTS PAYS

PAYS	RÉDACTION DES MANUELS DE LA 6^e À LA 1^{re}
Bénin	5^e ; 3^e ; 1^e S_2
Burkina Faso	6^e ; 3^e ; 1^e S_1
Burundi	
Cameroun	4^e ; 3^e ; 2^e S ; 1^e S_1
Centrafrique	4^e
Comores	
Congo	5^e ; 2^e S
Djibouti	
Gabon	2^e S
Guinee	6^e ; 3^e ; 1^e S_2
Madagascar	4^e ; 2^e S ; 1^e S_1
Mali	1^e S_2
Mauritanie	1^e S_2
Niger	5^e ; 1^e S_1
Rwanda	
Senegal	6^e ; 3^e ; 2^e S ; 1^e S_1
Tchad	4^e ; 1^e S_2
Togo	5^e
Zaire	

ISSN 1248-587X
ISBN 2-85-069856-3

PRÉFACE

Dans un monde qui évolue rapidement, la maîtrise et l'approfondissement des mathématiques apparaissent comme une condition indispensable au développement des nations, plongées qu'elles sont dans l'ère de la haute technologie et de la mondialisation des marchés.

Voilà pourquoi les mathématiciens africains ont commencé, dès 1983, à organiser des réunions de concertation sur les problèmes posés par l'enseignement des mathématiques qui jouent un rôle essentiel dans la préparation des jeunes aux défis de l'avenir.

La Collection Inter-Africaine de Mathématiques que nous proposons aujourd'hui aux élèves de l'Enseignement Secondaire des pays francophones d'Afrique et de l'Océan Indien est le fruit de cette collaboration franche et fraternelle qui a abouti, au mois de juin 1992, à l'élaboration et à l'adoption par tous ces pays des programmes des premier et second cycles de l'Enseignement Secondaire.

Elle a pour objectifs majeurs :

– l'harmonisation de la pédagogie des mathématiques et la mise à la disposition des élèves et des enseignants africains de manuels de qualité tenant compte du milieu socio-culturel africain en tant que support et véhicule privilégiés des concepts mathématiques ;

– l'acquisition par les élèves des bases d'une formation mathématique solide qui leur permettent d'analyser une situation, de conjecturer des hypothèses et de les valider ou non à l'épreuve des faits ou du raisonnement, de recourir aux modèles mathématiques qu'ils connaissent et de dégager une conclusion ;

– la diminution du coût du manuel pour permettre la réalisation d'un vieux rêve : un élève, un livre.

Les ouvrages de la Collection Inter-Africaine de Mathématiques, rédigés par des équipes d'enseignants, de chercheurs et de responsables pédagogiques africains, belges et français, s'appuient sur l'environnement des élèves pour les motiver, les faire agir, les amener à comprendre et à agir de nouveau, de manière autonome et créatrice. Les contenus adoptés et les méthodes pédagogiques préconisées ont été systématiquement expérimentés dans plusieurs pays avant que ne soient entreprises les rédactions définitives.

Conformément à notre conception de l'enseignement des mathématiques, nous n'avons pas voulu présenter les leçons sous forme d'exposés théoriques, mais comme des séances de travail au cours desquelles des activités de calcul, de dessin, de lecture de documents (le plus souvent empruntés au milieu africain) sont mises en œuvre pour solliciter et provoquer constamment la participation active des élèves.

Insérés dans les leçons, des exercices d'application immédiate permettent l'assimilation des notions étudiées. Placés à la fin des chapitres, des exercices d'entraînement et d'approfondissement permettent aux élèves d'éprouver leur compétence et aux professeurs d'évaluer leur enseignement.

Nous exprimons notre gratitude aux différents Ministres chargés de l'Education dans les pays francophones d'Afrique et de l'océan Indien, ainsi qu'aux responsables de la Coopération Française et de la Coopération Belge qui, par leur compréhension, leurs encouragements et leur soutien constant tant moral que matériel, nous ont permis de réaliser ces ouvrages dans les meilleures conditions possibles.

Enfin, nous espérons que ce manuel répondra au mieux à l'attente et aux besoins des utilisateurs (professeurs et élèves). Afin d'en améliorer les prochaines éditions, nous accueillerons avec reconnaissance les remarques, les critiques et les suggestions qu'ils voudront bien nous faire et, par avance, nous les en remercions.

Saliou Touré

SOMMAIRE

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Programme de la classe de cinquième

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Calcul numérique

I. ARITHMÉTIQUE
- Division euclidienne
- Nombre premiers
  - Décomposition en produit de facteurs premiers
  - Application à la recherche de multiples ou de diviseurs
- PPCM
- PGCD

II. FRACTIONS
- Simplification
- Comparaison
  - Comparaison à l'unité
  - Encadrement par deux nombres décimaux de même ordre consécutifs
  - Écriture du type : $\frac{a}{b} = n + \frac{c}{b}$ avec $\frac{c}{b} < 1$
- Somme ou différence de deux fractions de dénominateurs différents
- Produit de deux fractions

III. NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS
- Addition
  - Opposé d'un nombre décimal
- Soustraction
- Comparaison
- Multiplication

IV. PUISSANCES
- Puissance d'un nombre décimal relatif à exposant entier non nul
- Calcul simple

Programmes de calcul – Calcul littéral

- Notion d'équations
  - Équation du type : $a + x = b$ dans $\mathbb{D}$
  - Trouver x tel que : $ax = b$

Organisation de données

I. PROPORTIONNALITÉ
- Calcul d'un coefficient
  - Vitesse
  - Masse volumique
  - Débits
- Représentation graphique point par point

II. POURCENTAGE – ÉCHELLE
- Calcul :
  - d'un pourcentage
  - d'une échelle

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Configurations de l'espace

I. PRISME DROIT (dont la base est une des figures planes étudiées en 6^e ou 5^e)
- Observation et description du solide
- Vocabulaire – Propriétés
- Réalisation d'un patron, d'un solide
- Volumes, aires

Configurations planes

I. DISTANCE
- Distance de deux points
  - Inégalité triangulaire
  - Caractérisation du segment
- Médiatrice d'un segment
  - Caractérisation de la médiatrice
  - Médiatrices d'un triangle

II. ANGLES
- Angles complémentaires, supplémentaires
- Angles opposés par le sommet
- Angles formés par deux droites parallèles et une sécante
  - Alternes-internes (externes)
  - Correspondants

III. TRIANGLES
- Somme des angles d'un triangle
- Caractérisation d'un triangle équilatéral

IV. CERCLE
- Cercle circonscrit à un triangle
- Cercle circonscrit à un triangle rectangle
- Régionnement du plan par un cercle : intérieur, extérieur

V. POLYGONES
- Caractérisation de triangles particuliers et de parallélogrammes particuliers en liaison avec les symétries
- Trapèze
- Hexagone régulier
- Octogone régulier

Application du plan

I. FIGURES SYMÉTRIQUES PAR RAPPORT À UNE DROITE OU UN POINT
- Symétriques par rapport à un point ou une droite :
  - du milieu d'un segment
  - de deux droites perpendiculaires
  - de deux droites parallèles
- Construction de figures symétriques

Géométrie analytique

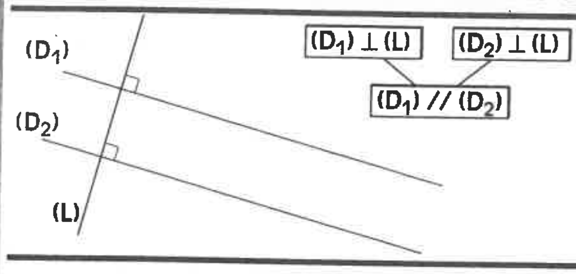
I. REPÉRAGE D'UN POINT SUR UNE DROITE
en liaison avec la comparaison des nombres relatifs

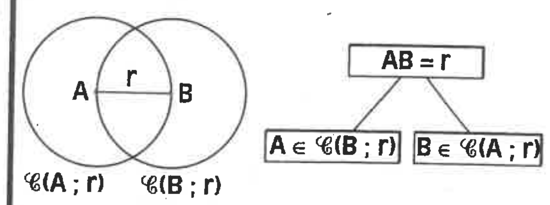
II. REPÉRAGE D'UN POINT DANS UN PLAN
- Vocabulaire
- Notion de couple

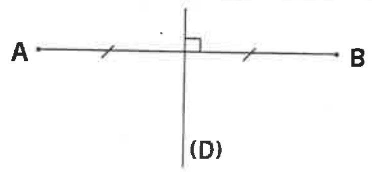
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Nul n'entre ici s'il n'est géomètre.
PLATON (428-347 av. J.-C., Athènes)

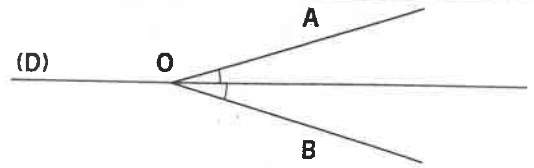
CONFIGURATIONS DU PLAN



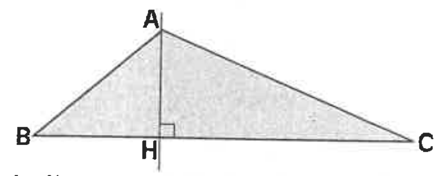




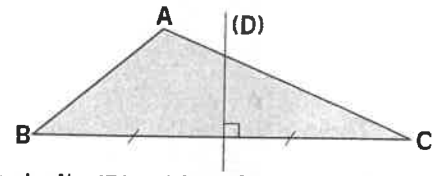
La droite (D) est la médiatrice du segment [AB]



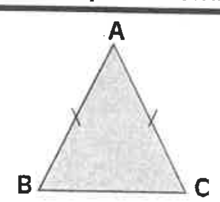
La droite (D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{AOB}$



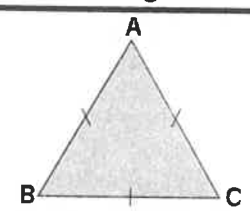
La droite (AH) est la hauteur du triangle ABC passant par le sommet A



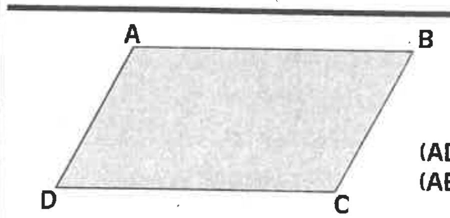
La droite (D) est la médiatrice du côté [BC] du triangle ABC



ABC est un triangle isocèle en A

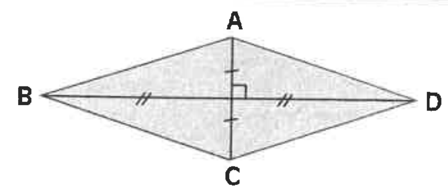


ABC est un triangle équilatéral

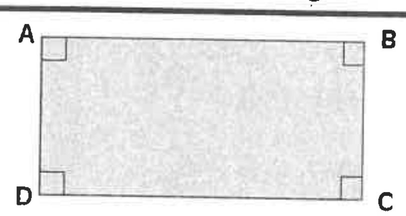


(AD) // (BC)
(AB) // (DC)

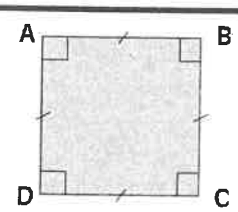
ABCD est un parallélogramme



ABCD est un losange



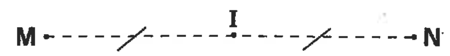
ABCD est un rectangle



ABCD est un carré

RÉVISIONS

FIGURES SYMÉTRIQUES

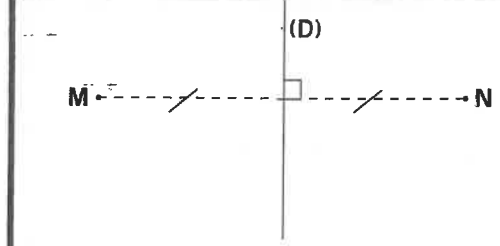


• Deux points M et N sont symétriques par rapport au point I

SIGNIFIE QUE

I est le milieu du segment [MN]

• I est son propre symétrique par rapport à I

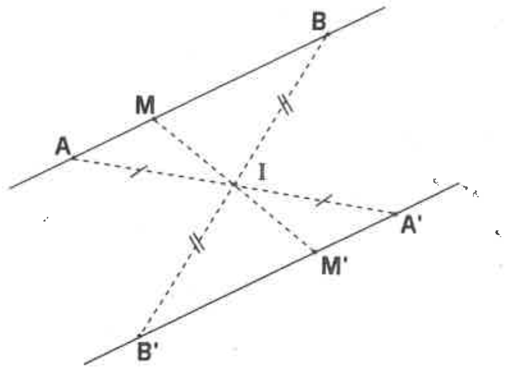


• Deux points M et N sont symétriques par rapport à la droite (D)

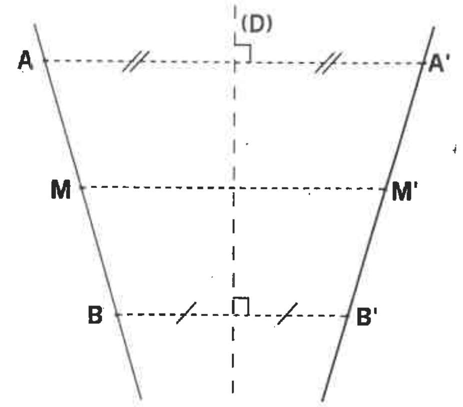
SIGNIFIE QUE

(D) est la médiatrice du segment [MN]

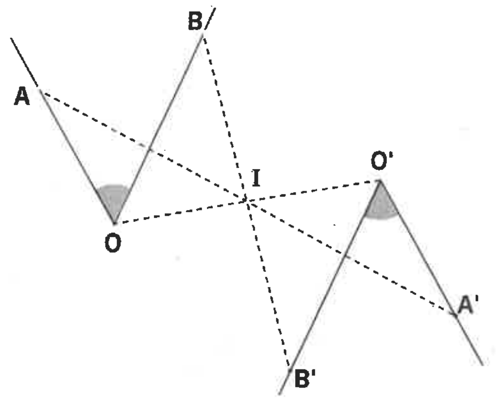
• Tout point de (D) est son propre symétrique par rapport à (D)



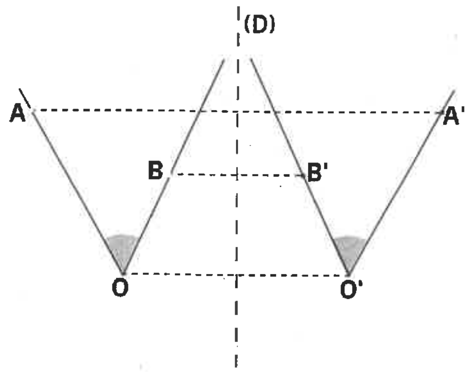
AB = A'B'



AB = A'B'



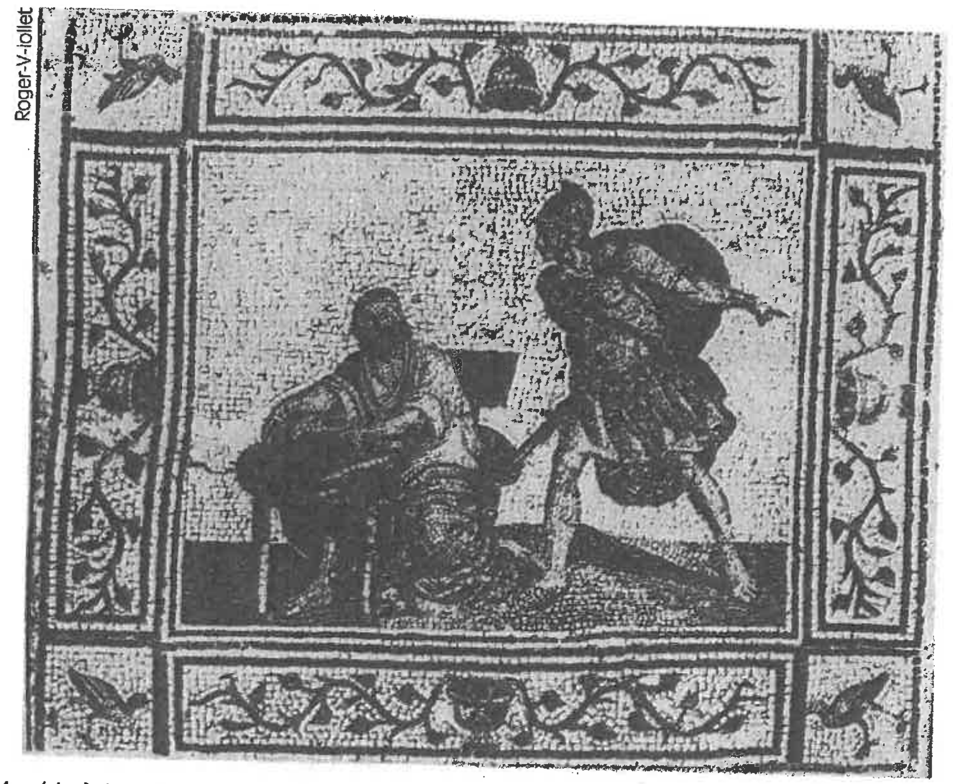
mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{A'O'B'}$



mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{A'O'B'}$

1

Distance



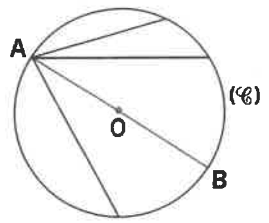
Archimède, né vers (– 287), mort en (– 212) lors du siège de Syracuse par les Romains, était réputé dans tout le monde Grec pour la construction de mécaniques subtiles et précises.
Il se servait de ses connaissances en mécanique comme moyen d'investigation en géométrie.
Dans son traité « MESURE DU CERCLE », il cherche une bonne approximation de π.

SOMMAIRE

1 Cercle

1.1 CORDES D'UN CERCLE

Activité



$(\mathscr{C})$ est un cercle de diamètre [AB].

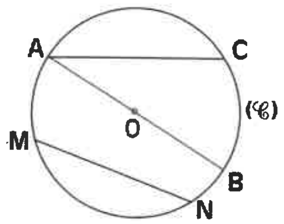
Trace des cordes dont l'une des extrémités est le point A.
• Compare les longueurs de ces cordes à AB.

Trace des cordes du cercle $(\mathscr{C})$.
• Compare leur longueur à AB.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Dans un cercle, les cordes les plus longues sont les diamètres.

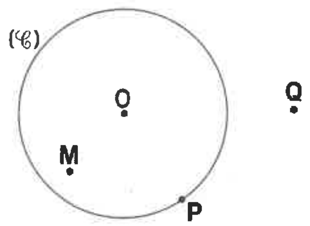


AB > AC

AB > MN

1.2 INTÉRIEUR ET EXTÉRIEUR D'UN CERCLE

Activité



L'unité est le cm.
$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 1,4.

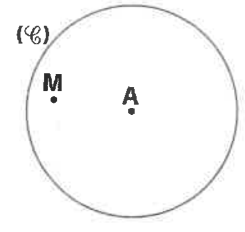
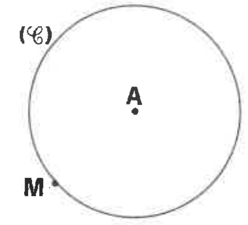
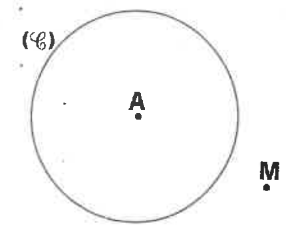
• M est un point à l'intérieur de $(\mathscr{C})$, P est un point appartenant à $(\mathscr{C})$ et Q est un point à l'extérieur de $(\mathscr{C})$.
Compare les distances OM, OP et OQ au nombre 1,4, rayon de $(\mathscr{C})$.

• Place des points X, Y et Z tels que :
OX = 1 ; OY = 3,5 ; OZ = 1,4
Situe ces points par rapport au cercle $(\mathscr{C})$.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

$(\mathscr{C})$ est un cercle de centre A et de rayon r ; M est un point du plan.

Si un point M est à l'intérieur du cercle $(\mathscr{C})$, alors AM ≤ r	Si un point M est sur le cercle $(\mathscr{C})$, alors AM = r	Si un point M est à l'extérieur du cercle $(\mathscr{C})$, alors AM ≥ r
		
Si AM < r, alors le point M est à l'intérieur du cercle $(\mathscr{C})$	Si AM = r, alors le point M est sur le cercle $(\mathscr{C})$	Si AM > r, alors le point M est à l'exterienr du cercle $(\mathscr{C})$

EXERCICES

1.a $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 3 cm, E est un point à l'intérieur de $(\mathscr{C})$ et F est un point à l'extérieur de $(\mathscr{C})$.
Compare les distances OE et OF. Justifie ta réponse.

1.b $(\mathscr{C})$ est un cercle de centre O et de rayon 4 cm. On donne les points S, I, L, J, K, H, P et N tels que : OS < 4 ; OI > 4 ; OL = 4 ; OJ < 4 ; OK = 4 ; OH > 4 ; OP < OS ; ON > OI.
Fais une figure. Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

Points situés sur le cercle $(\mathscr{C})$	Points situés à l'intérieur du cercle $(\mathscr{C})$	Points situés à l'extérieur du cercle $(\mathscr{C})$

1.3 DISQUE

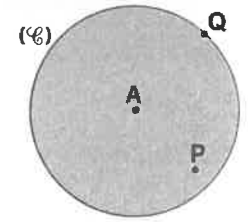
Activité

L'unité est le cm. A est un point du plan.
• Trace en rouge le cercle de centre A et de rayon 2.
• Colorie en rouge l'intérieur de ce cercle.

L'ensemble des points rouges obtenus est le **disque** de centre A et de rayon 2.
• M est un point de ce disque. Compare la distance AM et le rayon de $(\mathscr{C})$.

DÉFINITION

Le disque de centre A et de rayon r est l'ensemble des points M du plan tels que AM < r ou AM = r



AP < r
AQ = r

EXERCICES

1.c Construis un segment [AB] de 5 cm. Trace en bleu l'ensemble de tous les points qui sont à 5 cm du point A.
Colorie en rouge l'ensemble de tous les points qui sont à moins de 5 cm du point A.

1.d Construis trois segments [AB], [BC] et [CA] de longueur 5 cm.
Colorie en gris l'ensemble de tous les points situés à moins de 4 cm du point A.
Colorie en bleu l'ensemble de tous les points situés à moins de 4 cm du point B.
Colorie en rouge l'ensemble de tous les points situés à moins de 4 cm du point C.
Hachure en noir l'ensemble de tous les points situés à moins de 4 cm de A, de B et de C.

2 Propriétés de la distance

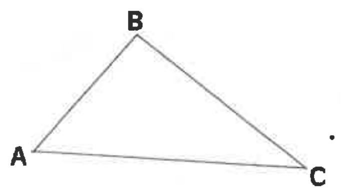
2.2 PROPRIÉTÉ DU TRIANGLE

Activité

Construis un triangle ABC.
Compare la longueur de chaque côté à la somme des longueurs des deux autres côtés.
On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, la mesure d'un côté est plus petite que la somme des mesures des deux autres.



Donnée	A, B et C sont des points non alignés
Conclusion	CA < CB + BA AB < AC + CB BC < BA + AC

EXERCICE

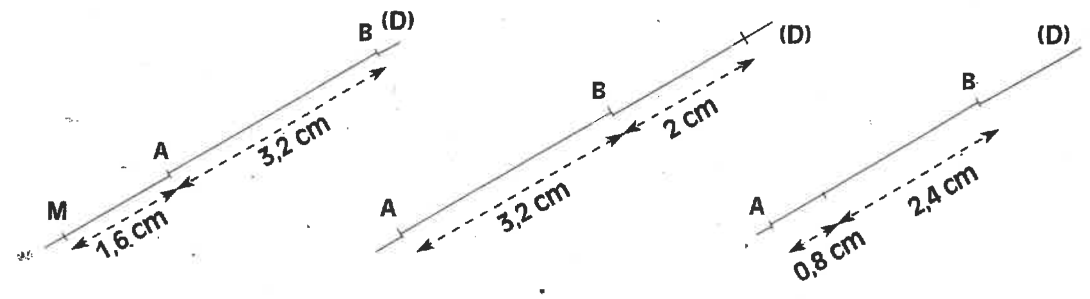
2.a L'unité est le cm.
• Place des points A, B et C tels que : AB = 5 ; AC = 7 et BC = 8.
• Peux-tu placer des points D, E et F tels que : DE = 10 ; DF = 6 et EF = 17 ?
• Peux-tu placer des points G, H et I tels que : GH = 3 ; GI = 4 et HI = 7 ?
Dans quels cas obtient-on un triangle ?

2.2 PROPRIÉTÉS DU SEGMENT

Activité

On désigne par (D) le support d'un segment [AB] donné.

Voici trois cas de figure illustrant la position d'un point M de la droite (D) par rapport au segment [AB].



M ∉ [AB]   M ∉ [AB]   M ∈ [AB]

Compare AM + MB à la distance AB dans chacun des trois cas.

On admet la propriété suivante :

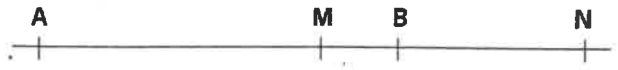
PROPRIÉTÉ

Si un point M appartient à un segment [AB], alors : AM + MB = AB

Donnée	M ∈ [AB]
Conclusion	AM + MB = AB

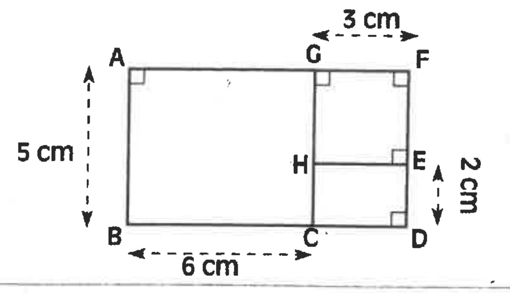
EXERCICES

2.b Examine attentivement le dessin ci-dessous.



Peut-on écrire : a) AM + MN = AN ? b) BN + NA = BA ? c) AB + BM = AM ?
Justifie tes réponses.

2.c On donne la figure ci-contre :
Calcule BD et GH.



Activité

L'unité est le cm. Place deux points A et B tels que : AB = 6.
- Sachant que AC = 8 et CB = 2, compare AC + CB à AB. Place le point C sur la droite (AB).
- Sachant que AD = 2 et DB = 4, compare AD + DB à AB. Place le point D sur la droite (AB).
- Sachant que AF = 5 et FB = 1, compare AF + FB à AB. Place le point F sur la droite (AB).
- Sachant que AP = 4 et PB = 5, compare AP + PB à AB. Peux-tu placer le point P sur la droite (AB) ?

Parmi les points C, D et F, quels sont ceux qui appartiennent au segment [AB] ?

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

A, B et M sont trois points du plan
si AM + MB = AB,
alors M appartient au segment [AB].

Donnée	AM + MB = AB
Conclusion	M ∈ [AB]

EXERCICE

2.d L'unité est le cm. Place deux points A et B tels que AB = 9.
Pour chacune des situations proposées dans le tableau ci-dessous, précise si tu peux ou ne peux pas construire la figure. Explique ta réponse.

	Situation 1	Situation 2	Situation 3	Situation 4	Situation 5
La distance AC est	7	3	11	5	3,5
La distance BC est	5	12	2	4	4,5

EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

On donne deux points A et B distants de 6 cm.

1°) *Colorie en rouge l'ensemble de tous les points qui sont situés à moins de 4 cm de A.*
Hachure en noir l'ensemble de tous les points qui sont situés à moins de 5 cm de B.

2°) *L'unité est le cm. On désigne par (𝒞) le cercle de centre A et de rayon 4, par (𝒞') le cercle de centre B et de rayon 5.*

- *Place un point dans chacune des quatre parties du plan déterminées par les deux cercles sécants (𝒞) et (𝒞').*
  - *compare au nombre 4 la distance de chacun de ces points au point A.*
  - *compare au nombre 5 la distance de chacun de ces points au point B.*
- *Nomme l'un des points d'intersection des deux cercles (𝒞) et (𝒞'). Place un point sur chacun des quatre arcs déterminés sur les cercles par leurs points d'intersection.*
  - *reprends les mêmes questions que précédemment.*

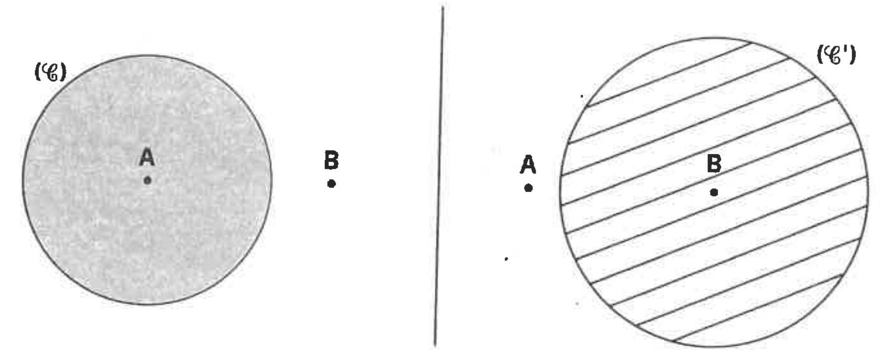
Solution (1^re question)

Lecture de l'énoncé

Données : deux points A et B ; AB = 6 (l'unité est le cm).
Objectif : trouver deux ensembles de points.

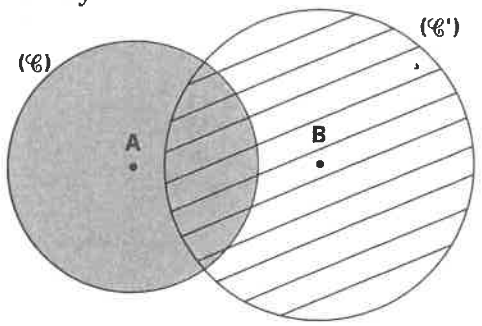
Recherche d'une démarche

Trouver l'ensemble de tous les points qui sont situés à moins de 4 cm de A revient à trouver l'ensemble des points M du plan tels que MA < 4, ce qui me fait penser à l'intérieur d'un cercle de centre A et de rayon 4 cm.
Même raisonnement pour l'autre ensemble.



Rédaction de la solution

(𝒞) est le cercle de centre A et de rayon 4.
(𝒞') est le cercle de centre B et de rayon 5.



Notion d'intersection de deux ensembles

Si on nomme $\mathcal{D}_A$ l'ensemble colorié en rouge et $\mathcal{D}_B$ l'ensemble hachuré en noir, l'ensemble à la fois colorié en rouge et hachuré en noir est appelé **intersection** des ensembles $\mathcal{D}_A$ et $\mathcal{D}_B$; on le note : $\mathcal{D}_A \cap \mathcal{D}_B$ et on le lit : $\mathcal{D}_A$ **inter** $\mathcal{D}_B$.

Solution (2^e question)

Lecture de l'énoncé

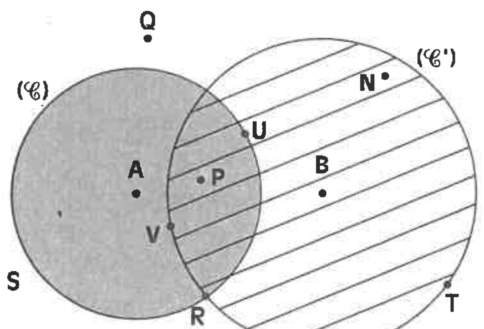
Données : la figure obtenue avec les points imposés.
Objectif : pour chacun des points, traduction de sa position en terme de distance.

Recherche d'une démarche

Je dois :
- situer chacun de ces points par rapport aux deux cercles (𝒞) et (𝒞') (intérieur à un cercle, extérieur à un cercle, sur un cercle) ;
- comparer au nombre 4 la distance de chacun de ces points au point A ;
- comparer au nombre 5 la distance de chacun de ces points au point B.

Rédaction de la solution

$MA < 4$ et $MB > 5$
$NA > 4$ et $NB < 5$
$PA < 4$ et $PB < 5$
$QA > 4$ et $QB > 5$
$RA = 4$ et $RB = 5$
$SA = 4$ et $SB > 5$
$TA > 4$ et $TB = 5$
$UA = 4$ et $UB < 5$
$VA < 4$ et $VB = 5$



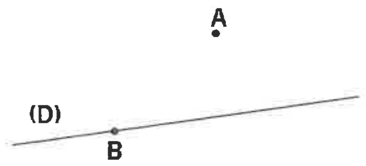
EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 CERCLE

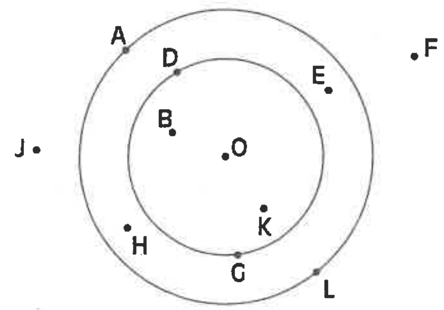
1 Trace un cercle (𝒞) de centre O et de rayon 4 cm.
Marque un point A sur ce cercle.
À l'aide du compas et de la règle, construis une corde de 6 cm de longueur et dont une extrémité est le point A.
Combien peux-tu construire de cordes répondant à la question ?
Peux-tu construire une corde de longueur 8 cm ? Justifie ta réponse.
Peux-tu construire une corde de longueur plus grande que 8 cm ? Justifie ta réponse.

2 L'unité de longueur est le cm.
Reproduis le dessin ci-dessous.



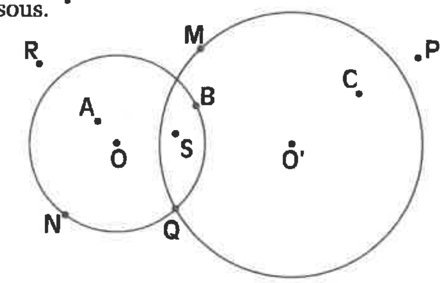
• Construis les points M et N de la droite (D) qui sont à la distance 3 de A.
• Peux-tu trouver un point de la droite (D) qui soit à la distance 0,5 de A ?
• Marque les points P et Q de la droite (D) qui sont à la distance 2 de B.

3 Reproduis la figure ci-dessous.



On note $(\mathcal{D}_1)$ le disque de centre O et de rayon OD et $(\mathcal{D}_2)$ le disque de centre O et de rayon OA.
Quels sont les points :
a) qui appartiennent à $(\mathcal{D}_1)$
b) qui appartiennent à $(\mathcal{D}_2)$
c) qui appartiennent à $(\mathcal{D}_1)$ mais n'appartiennent pas à $(\mathcal{D}_2)$
d) qui appartiennent à $(\mathcal{D}_2)$ mais n'appartiennent pas à $(\mathcal{D}_1)$
e) qui n'appartiennent ni à $(\mathcal{D}_1)$ ni à $(\mathcal{D}_2)$

4 Examine attentivement la figure ci-dessous.



$(\mathcal{D})$ est le disque de centre O et de rayon OB.
$(\mathcal{D}')$ le disque de centre O' et de rayon O'M.
Quels sont les points :
a) qui appartiennent à $(\mathcal{D})$
b) qui appartiennent à $(\mathcal{D}')$
c) qui appartiennent à $(\mathcal{D})$ mais n'appartiennent pas à $(\mathcal{D}')$
d) qui appartiennent à $(\mathcal{D}')$ mais n'appartiennent pas à $(\mathcal{D})$
e) qui appartiennent à $(\mathcal{D})$ et à $(\mathcal{D}')$
f) qui n'appartiennent ni à $(\mathcal{D})$ ni à $(\mathcal{D}')$

2 PROPRIÉTÉS DE LA DISTANCE

5 Trace un segment [AB] de longueur 4 cm.
Construis les points du plan qui sont à la fois à 2 cm de A et à 3 cm de B.
Peux-tu trouver des points du plan qui sont à la fois à 2 cm de A et à 1 cm de B ? Explique pourquoi.

6 L'unité de longueur est le cm.
Peux-tu placer trois points A, B et C tels que :
a) $AB = 4$, $AC = 8$ et $BC = 6$?
b) $AB = 3$, $AC = 4$ et $BC = 7$?
c) $AB = 9$, $AC = 3$ et $BC = 15$?
Fais la figure si cela est possible.
Si tu ne peux pas faire de figure, explique pourquoi.

7 L'unité de longueur est le cm.
A, B et C sont trois points du plan.
Pour chacune des situations proposées dans le tableau ci-dessous, précise si tu peux construire un triangle ; explique pourquoi.

	Situation 1	Situation 2	Situation 3	Situation 4	Situation 5	Situation 6
La distance AB est	3	3,5	8	3	5	3,5
La distance AC est	5	2	4,3	5	4	3,5
La distance BC est	7	5,7	3,7	2	3	6

8 Construis un triangle ABC tel que :
AB = 3,5 ; BC = 2 ; AC = 5 (unité : le cm)
Construis, à l'extérieur de ce triangle, le carré ABEF, le carré ACGH et le carré BCIJ.
Calcule le périmètre de chacun de ces trois carrés.
Vérifie que le périmètre d'un carré est toujours inférieur à la somme des périmètres des deux autres carrés.
Peux-tu donner une explication ?

9 L'unité de longueur est le cm. Dans les deux situations suivantes, place trois points A, B et C tels que :
1) AB = 9 , AC = 4 et C ∈ [AB].
2) AB = 8 , AC = 4 et A ∈ [BC].
Calcule BC dans chacun des deux cas.

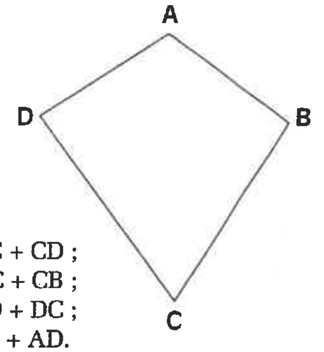
10 L'unité de longueur est le cm.
On donne deux points A et B tels que AB = 10
Place un point C sur la droite (AB) tel que AC = 4
• Réalise tous les cas de figure.
• Calcule BC dans chacun de ces cas de figure.

11 L'unité de longueur est le cm.
On donne deux points A et B tels que AB = 9
Place un point C sur la droite (AB) tel que BC = 3
• Réalise tous les cas de figure.
• Calcule AC dans chacun de ces cas de figure.

12 On donne deux points distincts A et B.
Place, sur la droite (AB) :
- un point M tel que MA + MB = AB ;
- un point N tel que AB + BN = AN ;
- un point P tel que BP = BA + AP ;
- un point Q tel que BQ + QA = BA.
Parmi les points M, N, P et Q, quels sont ceux qui appartiennent au segment [AB] ?

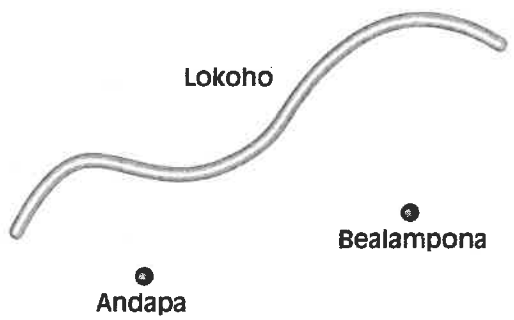
APPROFONDISSEMENT

13 On donne le quadrilatère ABCD.



Justifie que :
- AD < AB + BC + CD ;
- AB < AD + DC + CB ;
- BC < BA + AD + DC ;
- CD < CB + BA + AD.

14 Reproduis la figure ci-dessous.



Lokoho est une rivière qui coule à proximité de deux villages : Andapa et Bealampona à Madagascar.
Ces deux villages sont distants de 7 km.
Sur cette figure, 1 cm représente 2 km.
On doit construire un pont sur la rivière Lokoho.
Les habitants d'Andapa veulent que le pont soit à moins de 4 km de leur village et les habitants de Bealampona veulent que le pont soit à moins de 8 km de leur village.
Dessine en rouge la portion de la rivière où peut être construit le pont. Tu expliqueras ta méthode.
Ce pont peut-il être construit à moins de 3,5 km de chaque village ? Explique pourquoi.

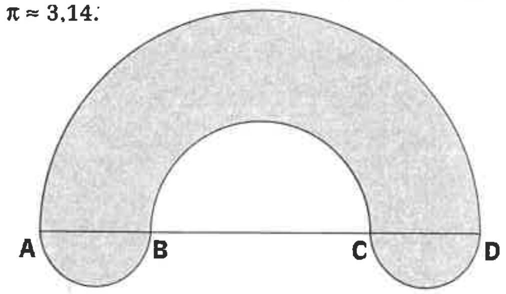
15 L'unité de longueur est le cm. Un triangle ABC est tel que :
AB = 3,7 ; BC = 10,7 ; CA ∈ ℕ
Quelles sont les valeurs possibles de CA ?
Explique ta méthode pour trouver toutes les solutions.
Explique pourquoi, parmi tous les triangles trouvés, il n'y a ni triangle isocèle, ni triangle équilatéral.

16 Au large de Madagascar, deux îles Nosy-Magnitry et Nosy-Tanikely, distantes de 1,3 km, sont entourées de rochers. Les navires ne peuvent s'approcher à moins de 500 m de la première île et à moins de 900 m de la seconde île, sinon ils se fracassent sur les rochers et coulent.
Explique pourquoi aucun navire ne peut passer entre les deux îles sans être assuré de couler. Tu t'aideras d'un dessin à l'échelle 1/20 000, les deux îles étant assimilées à deux points.

17 Boali et Bossambela sont deux villes centrafricaines distantes de 68 km.
On projette de construire un petit aéroport pour desservir ces deux villes.
Les contraintes suivantes sont imposées au constructeur pour le choix du site :
– Boali ne veut pas que l'aéroport soit à moins de 30 km et à plus de 50 km de son centre ville ;
– Bossambela veut qu'il soit situé entre 25 et 45 km de son centre ville.
Ce projet peut-il se réaliser ? Tu feras un dessin à une échelle appropriée pour expliquer ta réponse (les deux centres villes et l'aéroport étant assimilés à des points).

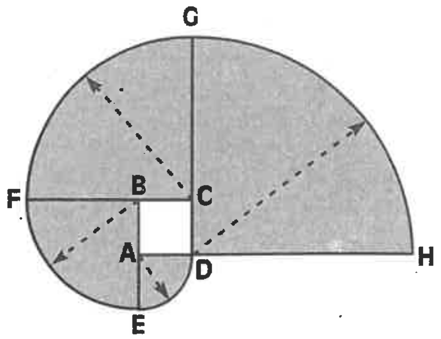
18 Yaoundé se trouve à 950 km de N'djamena et à 750 km de Bangui ; les villes de N'djamena et Bangui sont distantes de 900 km.
Les Radios Nationales du Cameroun, du Tchad et de la R.CA émettent aussi en Ondes Moyennes (OM) à partir de leur capitale respective.
Pour des raisons de puissance de l'émetteur :
– les émissions de la Radio Nationale du Cameroun en OM ne sont plus reçues au-delà de 600 km autour de Yaoundé ;
– les émissions de la Radio Nationale du Tchad en OM ne sont plus reçues au-delà de 500 km autour de N'djamena ;
– les émissions de la Radio Nationale de la R.C.A en OM ne sont plus reçues au-delà de 550 km autour de Bangui.
Fais un dessin en prenant 1 cm pour 200 km et hachure :
• en bleu, la région où l'on peut recevoir les émissions en OM des villes de Yaoundé et de Bangui ;
• en vert, la région où l'on peut recevoir les émissions en OM des villes de Yaoundé et de N'djamena ;
• en rouge, la région où l'on peut recevoir les émissions en OM des villes de Bangui et de N'djamena.
Existe-t-il une région où l'on puisse recevoir les émissions en OM des villes de Bangui, N'djamena et Yaoundé ? Si oui, hachure en noir cette région sur ton dessin.

19 L'unité de longueur est le cm. Dessine en vraie grandeur la figure ci-dessous constituée de quatre demi-cercles :
AB = CD = 2 ; BC = 4
Calcule l'aire de la surface rose, tu prendras $\pi \approx 3{,}14$.



20 L'unité de longueur est le cm.
Reproduis la figure ci-dessous en réalisant le programme de construction suivant :
- construis un carré ABCD de côté 2 ;
- trace un quart de cercle de centre A et de rayon AD ; marque le point E ;
- trace un quart de cercle de centre B et de rayon BE ; marque le point F ;
- trace un quart de cercle de centre C et de rayon CF ; marque le point G ;
- trace un quart de cercle de centre D et de rayon DG ; marque le point H.
Calcule l'aire de la surface grisée ($\pi \approx 3{,}14$).

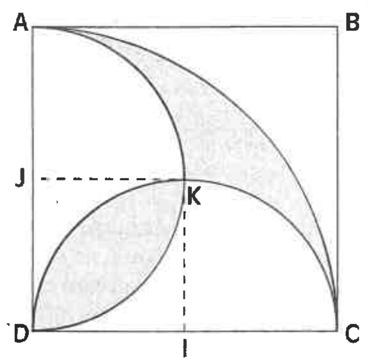
EXERCICES



21 Un chien de garde est attaché à une chaîne fixée à un anneau scellé à mi-longueur du mur de façade d'une maison d'habitation et à hauteur du collier de ce chien. Le mur de façade est de 10 m de long. Le chien peut se déplacer jusqu'aux extrémités de la façade.
Quelle est la longueur de sa chaîne ?
Dessine la surface sur laquelle peut se déplacer le chien en prenant 1 cm pour 1 m .
Calcule l'aire de cette surface.

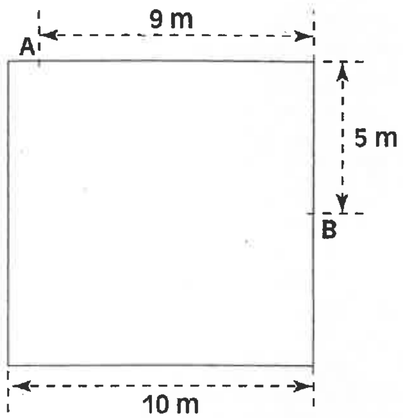
RECHERCHE

22 Reproduis la figure ci-dessous, ABCD étant un carré de 4 cm de côté.

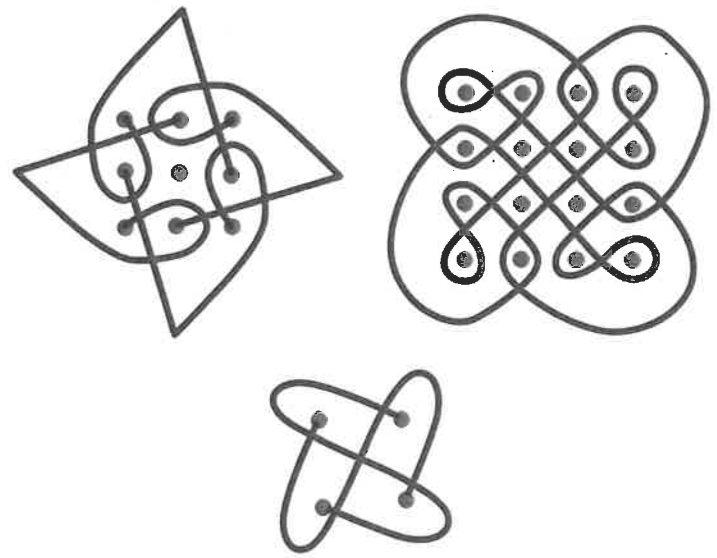


Calcule l'aire de la partie grisée.

23 Amadou a une maison carrée de 10 m de côté, entourée d'herbe fraîche. Il attache sa chèvre au point A, au bout d'une corde de 6 m.
Dessine, à l'échelle $\frac{1}{200}$, sa maison et la surface maximum que sa chèvre va pouvoir brouter lorsque sa corde sera tendue. Calcule l'aire de cette surface.
La chèvre aurait-elle plus de surface à brouter si Amadou l'attachait au point B, au lieu du point A, toujours avec une corde de 6 m ?
Dessine aussi, dans ce cas, la surface qu'elle pourrait brouter.



2 Figures symétriques par rapport à un point



Les SONA sont des dessins traditionnels réalisés en Angola.
Ils se rapportent à des proverbes, fables, jeux, devinettes, animaux...
Ils jouent un rôle important dans la transmission des connaissances.

Paulus GERDES – LUSONA, Récréations géométriques d'Afrique.

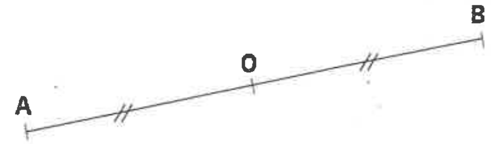
O M I E

1 Définition et premières propriétés

DÉFINITION

• Deux points A et B sont symétriques par rapport à un point O ***signifie que*** **O est le milieu du segment [AB].**

• Le point O est son propre symétrique par rapport à O.

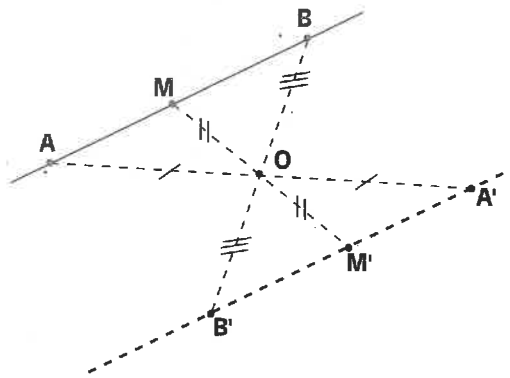


A, O et B sont alignés

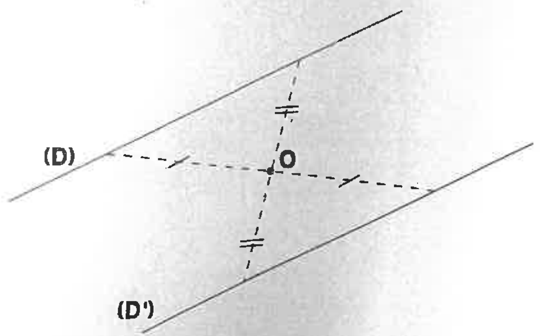
OA = OB

PROPRIÉTÉS

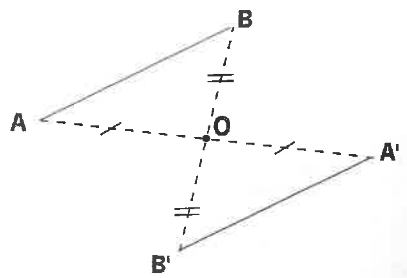
• Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à un point sont alignés.



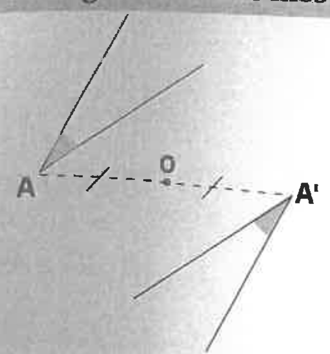
• Le symétrique d'une droite par rapport à un point est une droite qui lui est parellèle.



• Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même langueur.

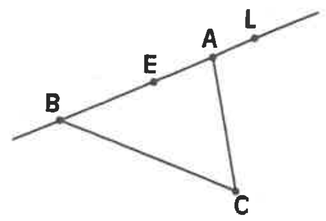


• Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure,

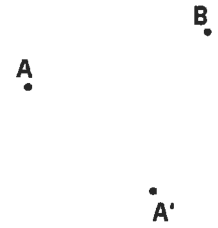


EXERCICES

1.a ABC est un triangle.
• Construis le triangle CFG, symétrique par rapport au point C du triangle ABC
• E est un point du segment [AB]. Construis, à l'aide du compas, le point E' symétrique du point E par rapport au point C.
• L est un point de la droite (AB). Construis, à l'aide de la règle non graduée, le point L' symétrique du point L par rapport au point C.
Justifie tes méthodes de construction.



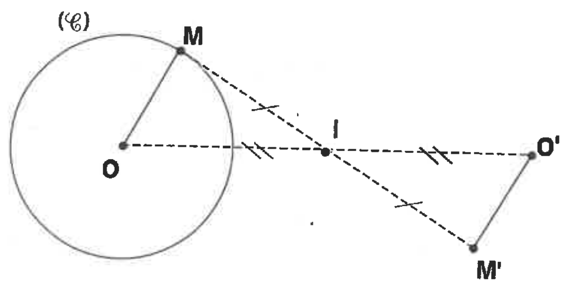
1.b A, B et A' sont des points non alignés.
Les points A et A' sont symétriques par rapport au point O qui a été effacé.
On veut construire le point B', symétrique du point B par rapport au point O.
Donne des programmes de construction, justifie-les et précise les instruments nécessaires.



2 Nouvelles propriétés

2.1 SYMÉTRIQUE D'UN CERCLE

Activité



(𝒞) est un cercle de centre O et de rayon 1,4 cm.
M est un point du cercle (𝒞).
O' est le symétrique du point O par rapport à un point I.
M' est le symétrique du point M par rapport au point I.

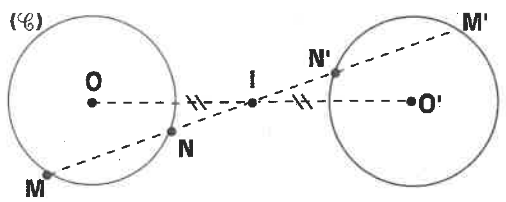
• Justifie que M' est sur le cercle (𝒞') de centre O' et de rayon 1,4 cm.

• On peut justifier que chaque point de (𝒞') est le symétrique par rapport à I d'un point de (𝒞).

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

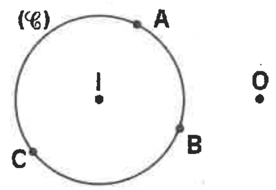
Les points O et O' étant symétriques par rapport à un point I, le symétrique d'un cercle de centre O par rapport au point I est le cercle de centre O' et de même rayon.



M et M' sont symétriques par rapport à I.
N et N' sont symétriques par rapport à I.

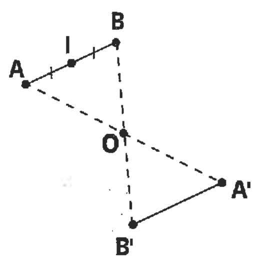
EXERCICE

2.a A, B et C sont trois points d'un cercle (𝒞) de centre I.
O est un point extérieur à ce cercle.
• Construis le cercle (𝒞'), symétrique du cercle (𝒞) par rapport au point O.
• A l'aide de la règle non graduée, construis le symétrique par rapport au point O du triangle ABC.



2.2 SYMÉTRIQUE DU MILIEU D'UN SEGMENT

Activité



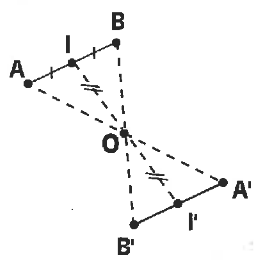
Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport au point O.
Le point I est le milieu du segment [AB].

• Construis le point I', symétrique du point I par rapport à O.

• Justifie que le point I' est le milieu du segment [A'B'] ; cite les deux étapes que tu dois suivre pour cette justification.

PROPRIÉTÉ

Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à un point est le milieu du symétrique de ce segment.



Données : [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à O | I est le milieu de [AB] | I' est le symétrique de I par rapport à O

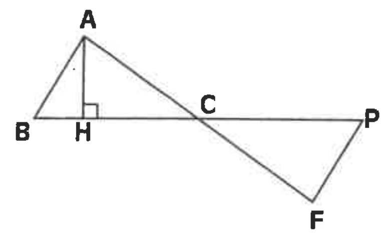
Conclusion : I' est le milieu de [A'B']

EXERCICE

2.b ABCD est un parallélogramme. I est le milieu de [AB].
Construis à l'aide de la règle non graduée, le milieu N du segment [CD].
Justifie ta méthode.

2.3 SYMÉTRIQUES DE DEUX DROITES PERPENDICULAIRES

Activité



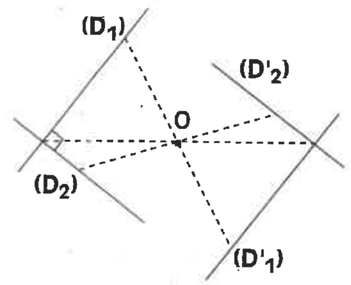
Le symétrique du triangle ABC par rapport au point C est le triangle FPC. (AH) est une hauteur du triangle ABC.

En utilisant uniquement le compas, construis le point E de la droite (BC) tel que (FE) soit une hauteur du triangle FPC. Justifie ta méthode.

La propriété suivante est un cas particulier du symétrique d'un angle par rapport à un point.

PROPRIÉTÉ

Les symétriques par rapport à un point de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires.



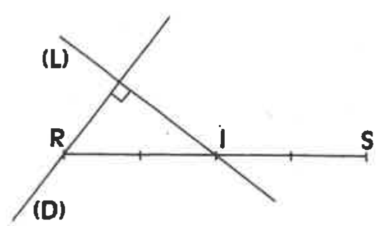
Données : $(D_1) \perp (D_2)$ | (D_1) et (D'_1) sont symétriques par rapport à O | (D_2) et (D'_2) sont symétriques par rapport à O

Conclusion : $(D'_1) \perp (D'_2)$

EXERCICE

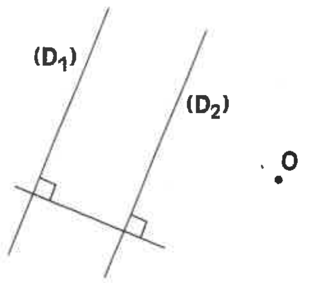
2.c Le point I est le milieu du segment [RS]. Une droite (L) coupe la droite (RS) en I. La droite (D) est la droite perpendiculaire à (L) passant par R.

Construis à la règle non graduée et au compas la droite perpendiculaire à (L) passant par S.



2.4 SYMÉTRIQUES DE DEUX DROITES PARALLÈLES

Activité

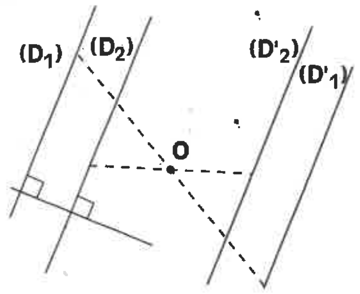


(D_1) et (D_2) sont des droites parallèles et O est un point du plan.

- En utilisant un seul point sur chacune des droites (D_1) et (D_2), construis les symétriques par rapport au point O de ces droites.
Justifie ta méthode de construction.
- Justifie que les droites obtenues sont parallèles.

PROPRIÉTÉ

Les symétriques par rapport à un point de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.



Données : $(D_1) // (D_2)$; (D_1) et (D'_1) sont symétriques par rapport à O ; (D_2) et (D'_2) sont symétriques par rapport à O

Conclusion : $(D'_1) // (D'_2)$

EXERCICE

2.d Trace un parallélogramme RSTU.
Marque un point K, extérieur au parallélogramme RSTU.
Construis le symétrique R'S'T'U' du parallélogramme RSTU par rapport à K.
Le quadrilatère R'S'T'U' est-il un parallélogramme ? Justifie ta réponse.

EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

On donne trois points A, B et O non alignés.
• Construis, à l'aide de la règle non graduée et du compas, une droite (D) passant par A et une droite (L) passant par B telles que ces droites soient symétriques par rapport au point O. Justifie ta méthode.

Solution

Lecture de l'énoncé

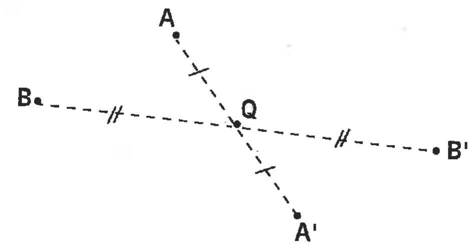
Donnée : les trois points A, O et B ne sont pas alignés.
Objectif : construire deux droites.

Recherche d'une démarche

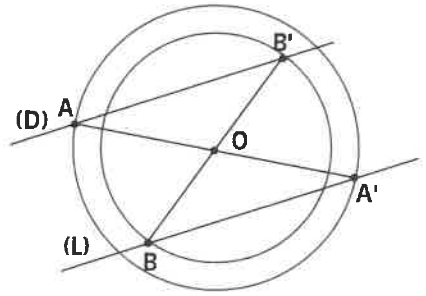
On désigne par : A' le symétrique de A par rapport au point O
B' le symétrique de B par rapport au point O

On a : $A \in (D)$ et $B \in (L)$
(D) et (L) sont symétriques par rapport à O
A et A' sont symétriques par rapport à O
B' et B sont symétriques par rapport à O

Donc : $B' \in (D)$ et $A' \in (L)$



Rédaction de la solution



Construction

- Je construis à l'aide de la règle non graduée et du compas le symétrique A' de A par rapport à O et le symétrique B' de B par rapport à O.
- Je trace les droites (BA') et (AB').

Justification

- (D) est la droite (AB').
- (L) est la droite (BA').
- A' symétrique de A par rapport à O, B' symétrique de B par rapport à O, donc (AB') symétrique de (BA') par rapport à O.

ENTRAINEMENT

1 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Marque trois points distincts A, B et C sur ce cercle.
En n'utilisant que la règle non graduée, construis le triangle A'B'C', symétrique du triangle ABC par rapport au point O.

2 Trace un cercle (C) de centre I et de rayon 2,5 cm.
Construis le symétrique (C_1) de (C) par rapport à un point M appartenant à (C).
Construis le symétrique (C_2) de (C) par rapport à un point P situé à 2 cm de I.
Construis le symétrique (C_3) de (C) par rapport à un point S situé à 3 cm de I.

3 Trace un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O et de rayon 3 cm.
Trace un diamètre [AB] et marque un point M sur le cercle, $M \neq A$ et $M \neq B$.
Construis le cercle $(\mathscr{C}')$ de centre O', symétrique du cercle $(\mathscr{C})$ par rapport au point B.
Construis, en n'utilisant que la règle non graduée, le symétrique A'M'B' du triangle AMB par rapport au point B.
Vérifie, à l'aide du rapporteur, que mes $\widehat{AMB} = 90°$.
Quelle est la nature du triangle A'M'B' ?

4 Construis un parallélogramme MNPQ.
Construis les points R, S et T symétriques respectifs des points M, N et Q par rapport au point P.
Quelle est la nature du quadrilatère PSRT ? Justifie ta réponse.
Quelle est la nature du quadrilatère NTSQ ? Justifie ta réponse.

5 Trace un parallélogramme ABCD.
Construis le milieu I du côté [AB].
En utilisant uniquement une règle non graduée, construis le milieu J du côté [DC].
Justifie ta construction.

APPROFONDISSEMENT

6 Réponds par **Vrai** ou **Faux** aux propositions suivantes :
- Chaque point d'un segment est centre de symétrie de ce segment.
- Une demi-droite n'admet pas de centre de symétrie.
- La figure formée par deux droites sécantes possède un centre de symétrie.
- Chaque point d'un cercle est centre de symétrie de ce cercle.
- Chaque triangle admet un centre de symétrie.
- Chaque parallélogramme admet un centre de symétrie.

7 Trace un parallélogramme ABCD.
Construis :
- le point A', symétrique de A par rapport au point B ;
- le point B', symétrique de B par rapport au point C ;
- le point C', symétrique de C par rapport au point D ;
- le point D', symétrique de D par rapport au point A.

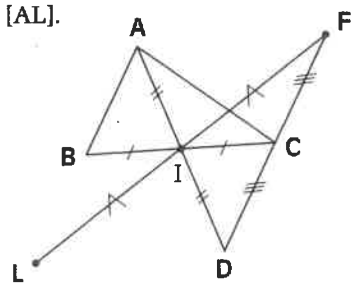
Quelle est la nature du quadrilatère A'B'C'D' ?
Explique pourquoi les quadrilatères ABCD et A'B'C'D' ont le même centre de symétrie.

8 Construis un triangle équilatéral ABC.
Construis les points M, N et P, milieux respectifs des côtés [AB], [BC] et [CA].
Construis:
- le symétrique A' de A par rapport au point N,
- le symétrique B' de B par rapport au point P,
- le symétrique C' de C par rapport au point M.

Quelle est la nature du triangle A'B'C' ?

9 Construis un triangle ABC isocèle en A.
Construis le point M milieu du segment [BC].
Construis le symétrique D du point A par rapport au point M.
Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ?

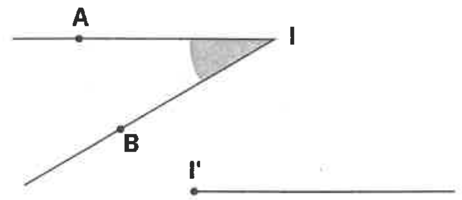
10 Examine attentivement la figure codée ci-dessous. Justifie que le point B est le milieu du segment [AL].



11 Trace un parallélogramme ABCD. Marque son centre O.
Construis les milieux M et N des côtés [AB] et [DC].
Justifie que le point O est le milieu du segment [MN].

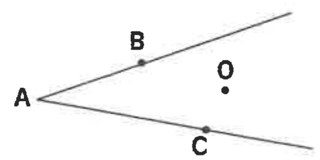
12 Construis un rectangle ABCD de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.
Marque le point I milieu du segment [AB] et un point O extérieur au rectangle.
Construis, par rapport au point O, les points P, Q, R et S symétriques respectifs des points A, B, C et D.
Quelle est la nature du quadrilatère PQRS ? Justifie ta réponse.
En utilisant uniquement la règle non graduée, construis le milieu J du segment [PQ]. Justifie ta construction.

13 Reproduis la figure ci-dessous.



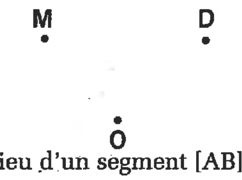
Deux angles $\widehat{AIB}$ et $\widehat{A'I'B'}$ sont symétriques par rapport à un point O qui a été effacé.
Sans construire le point O et en utilisant uniquement la règle et l'équerre, construis le deuxième côté de l'angle $\widehat{A'I'B'}$.
Justifie que mes $\widehat{AIB}$ = mes $\widehat{A'I'B'}$.

14 Reproduis la figure ci-dessous.
Construis le symétrique $\widehat{B'A'C'}$ de l'angle $\widehat{BAC}$ par rapport au point O (A', B' et C' étant les symétriques respectifs des points A, B et C.)



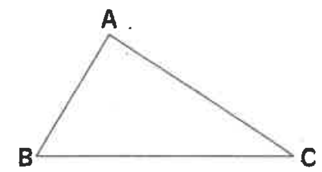
Que peux-tu dire du quadrilatère BC'B'C obtenu ? Justifie ta réponse.

15 On donne trois points non alignés M, O et D.



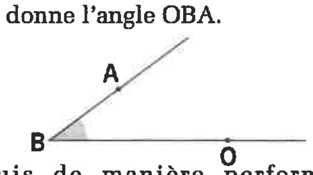
M est le milieu d'un segment [AB].
D est une extrémité d'un segment [CD].
Les segments [AB] et [CD] sont symétriques par rapport au point O.
Construis les points A, B et C.
Explique ta méthode.

16 On donne un triangle ABC.



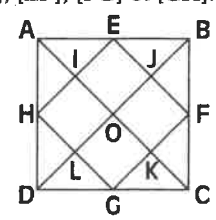
Construis le point M, milieu du côté [BC] de deux manières différentes, en utilisant :
a) la règle non graduée et l'équerre.
b) la règle non graduée et le compas.
Fais les deux constructions et énonce pour chacune d'elles, la propriété utilisée.

17 On donne l'angle $\widehat{OBA}$.



Construis de manière performante le symétrique $\widehat{OB'A'}$ de l'angle $\widehat{OBA}$ par rapport au point O.
Explique ta méthode

18 Reproduis la figure ci-dessous où :
- ABCD est un carré de côté 4 cm;
- E, F, G et H sont les milieux respectifs des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].
- I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [HE], [EF], [FG] et [GH].



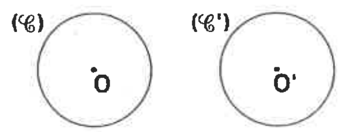
EXERCICES

Explique pourquoi les figures suivantes ont la même aire :
- les triangles EBJ et GDL ;
- les triangles AEH et CGF.

19 On donne un cercle (𝒞) de centre O et un point I sur ce cercle.
Construis le cercle (𝒞') de centre O', symétrique du cercle (𝒞) par rapport au point I.
Une droite (D) passant par I coupe le cercle (𝒞) en un point E et le cercle (𝒞') en un point F.
Marque les points E et F.
Quelle est la nature du quadrilatère OEO'F ? Justifie ta réponse.

RECHERCHE

20 (𝒞) et (𝒞') sont deux cercles de même rayon et de centres respectifs O et O'.



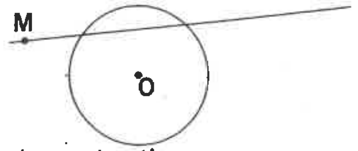
En utilisant uniquement une règle non graduée et une équerre , construis le milieu I du segment [OO'].

21 Construis deux rectangles symétriques par rapport à un point et ayant :
a) un seul point commun ;
b) deux points communs.

22 Construis deux triangles symétriques par rapport à un point et ayant :
a) un seul point commun ;
b) deux points communs ;
c) quatre points communs ;
d) six points communs.

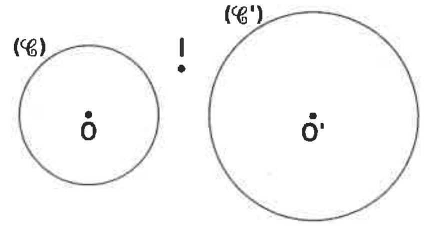
23 En utilisant uniquement le compas, construis le symétrique A' du point A par rapport au point I.

24 Reproduis la figure ci-dessous.
Construis, en utilisant uniquement une règle non graduée, le point M' symétrique du point M par rapport à O.



Explique ta construction.

25 Reproduis la figure ci-dessous.



Construis un point M appartenant à (𝒞) et un point M' appartenant à (𝒞') tels que I soit le milieu du segment [MM'].

3

Angles

Mesurer aussi bien la Terre que le Ciel.

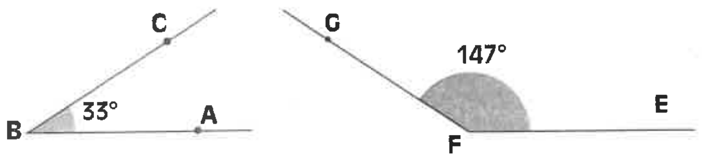
SOMMAIRE

1 Angles supplémentaires, complémentaires

1.1 ANGLES SUPPLÉMENTAIRES

DÉFINITION

Deux angles supplémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est 180°.



mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{EFG}$ = 180°

$\widehat{EFG}$ est un angle supplémentaire à l'angle $\widehat{ABC}$

EXERCICES

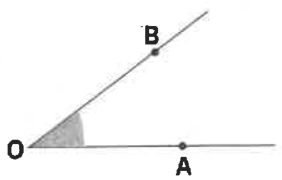
1.a Parmi les angles cités de ce tableau ci-dessous, cite ceux qui sont supplémentaires.

Angle	$\widehat{A}$	$\widehat{B}$	$\widehat{C}$	$\widehat{D}$	$\widehat{E}$	$\widehat{F}$
Mesure de l'angle	115°	90°	60°	65°	90°	30°

1.b Deux angles $\widehat{EMN}$ et $\widehat{KPC}$ sont supplémentaires et mes $\widehat{EMN}$ = 35°. Calcule mes $\widehat{KPC}$.

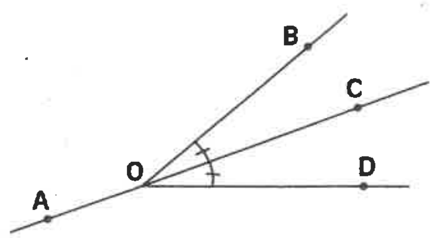
1.c Quelle est la mesure d'un angle supplémentaire à un angle de 47° ?

1.d Construis sans rapporteur un angle supplémentaire à l'angle $\widehat{AOB}$.



1.e (AC) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BOD}$.

Justifie que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ sont supplémentaires.



1.2 ANGLES COMPLÉMENTAIRES

DÉFINITION

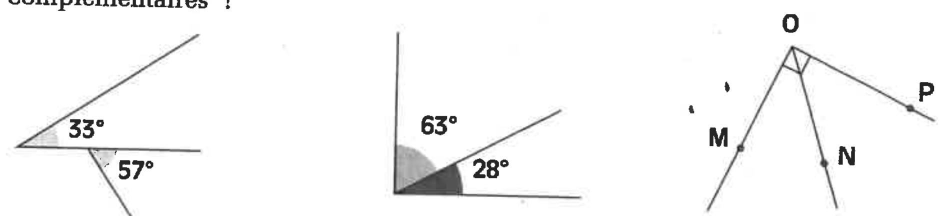
Deux angles complémentaires sont deux angles dont la somme des mesures est 90°.

mes $\widehat{ABC}$ + mes $\widehat{EFG}$ = 90°

$\widehat{EFG}$ est un angle complémentaire à l'angle $\widehat{ABC}$

EXERCICES

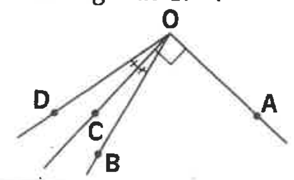
1.f Parmi les figures ci-dessous, quelles sont celles qui illustrent des angles complémentaires ?



1.g Deux angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{KLP}$ sont complémentaires et mes $\widehat{EFG}$ = 39°. Calcule mes $\widehat{KLP}$.

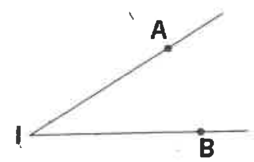
1.h Quelle est la mesure d'un angle complémentaire à un angle de 17° ?

1.i Justifie que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{DOC}$ sont complémentaires.



2 Angles opposés par le sommet

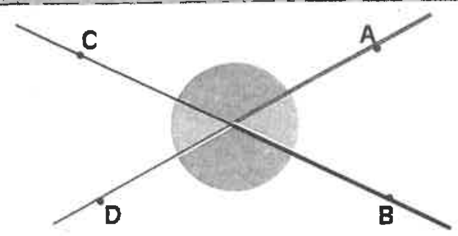
Activité



Construis le symétrique de l'angle $\widehat{AIB}$ par rapport à son sommet I

DÉFINITION

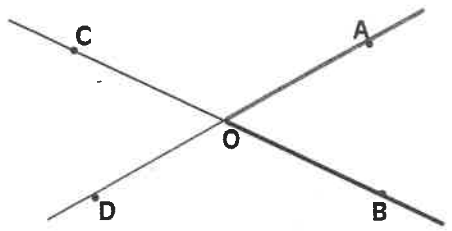
Deux angles opposés par le sommet sont des angles dont les côtés de l'un sont des demi-droites opposées aux côtés de l'autre.



Les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet.

Les angles $\widehat{AOC}$ et $\widehat{BOD}$ sont opposés par le sommet.

Activité

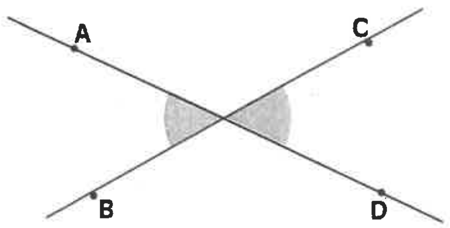


Les demi-droites [OA) et [OD) sont opposées.
Les demi-droites [OB) et [OC) sont opposées.

Justifie que les angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ ont même mesure.

PROPRIÉTÉ

Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure.

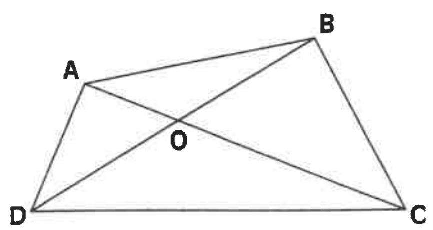


Donnée : $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet

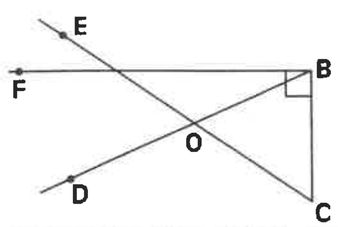
Conclusion : mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{COD}$

EXERCICES

2.a Cite des angles opposés par le sommet.



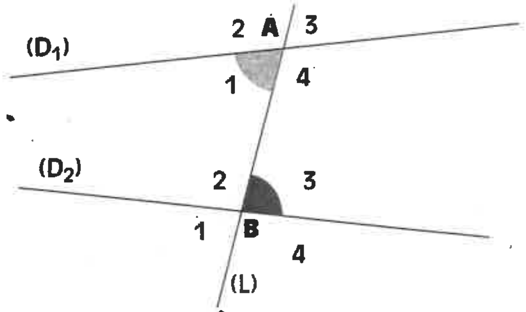
2.b Cite :
- deux angles supplémentaires ;
- deux angles complémentaires ;
- deux angles opposés par le sommet.



3 Angles formés par deux droites et une sécante

3.1 PRÉSENTATION

Dans chaque cas de figure, deux droites (D_1) et (D_2) sont coupées par une sécante (L).

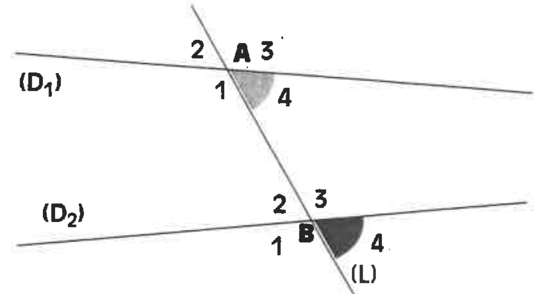


On désigne par : $\widehat{A}_1$ l'angle tramé en gris
$\widehat{B}_3$ l'angle tramé en noir

Examine attentivement la position des angles A_1 et B_3, relativement aux droites (D_1), (D_2) et (L).

Les angles $\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_3$ sont appelés des **angles alternes-internes.**

Cite deux autres angles alternes-internes de la figure.



On désigne par : $\widehat{A}_4$ l'angle tramé en gris
$\widehat{B}_4$ l'angle tramé en noir

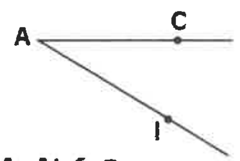
Examine attentivement la position des angles A_4 et B_4, relativement aux droites (D_1), (D_2) et (L).

Les angles $\widehat{A}_4$ et $\widehat{B}_4$ sont appelés des **angles correspondants.**

Cite deux autres angles correspondants de la figure.

3.2 ANGLES FORMÉS PAR DEUX DROITES PARALLÈLES ET UNE SÉCANTE

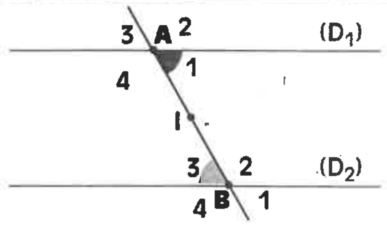
Activité 1



Construis le symétrique de l'angle $\widehat{CAI}$ par rapport au point I.

La figure fait apparaître deux angles alternes-internes, nomme-les.

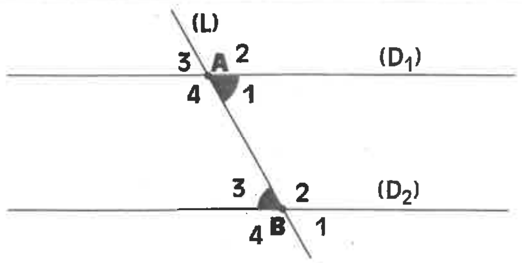
Activité 2



(D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles coupées par la droite (AB).
I est le milieu du segment [AB].
- Cite des angles alternes-internes.
- Justifie que les angles $\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_3$ ont même mesure.

PROPRIÉTÉ

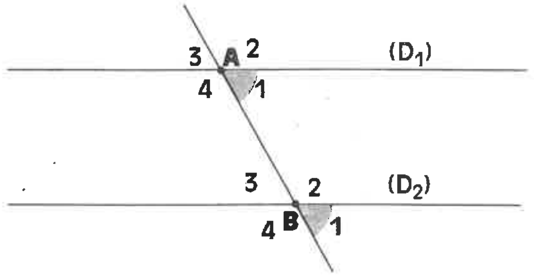
Si deux angles alternes-internes sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.



$\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_3$ sont des angles alternes-internes

Donnée	$(D_1) // (D_2)$
Conclusion	mes $\widehat{A}_1$ = mes $\widehat{B}_3$

Activité



(D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles coupées par la droite (AB).

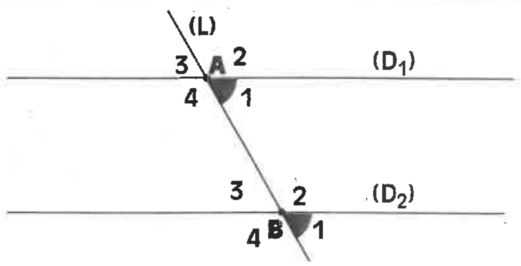
• Cite des angles correspondants.

• On veut justifier que les angles correspondants $\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_1$ ont même mesure.

Pour cela, trouve un angle de sommet B ayant même mesure que l'angle $\widehat{A}_1$.

PROPRIÉTÉ

Si deux angles correspondants sont formés par deux droites parallèles et une sécante, alors ils ont même mesure.

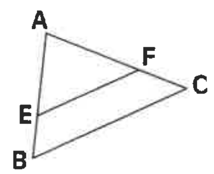


$\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_1$ sont des angles correspondants

Donnée	$(D_1) // (D_2)$
Conclusion	mes $\widehat{A}_1$ = mes $\widehat{B}_1$

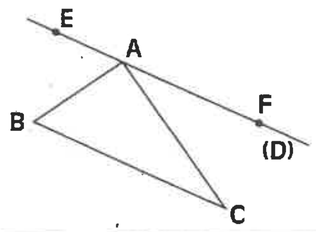
EXERCICES

3.a (BC) et (EF) sont des droites parallèles.
Cite les angles qui ont la même mesure.
Justifie tes réponses.



3.b On donne :
- un triangle ABC ;
- la droite (D) parallèle à la droite (BC) et passant par A ;
- deux points E et F situés sur la droite (D) de part et d'autre du point A.

Cite les angles qui ont la même mesure.
Justifie tes réponses.

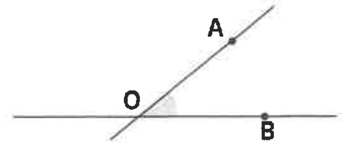


3.3 JUSTIFIER QUE DEUX DROITES SONT PARALLÈLES

Activité

• Construis un angle $\widehat{AOB}$.
Place un point E tel que :
- $\widehat{AOB}$ et $\widehat{EAO}$ soient des angles alternes-internes ;
- mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{EAO}$.

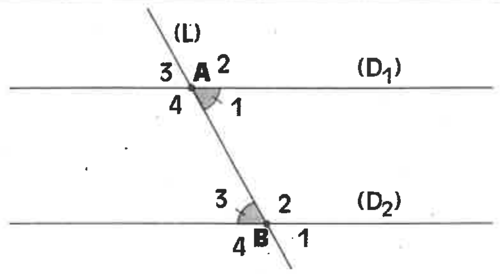
• Vérifie que les droites (EA) et (OB) sont parallèles.



On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si deux droites forment avec une sécante deux angles alternes-internes de même mesure, alors elles sont parallèles.



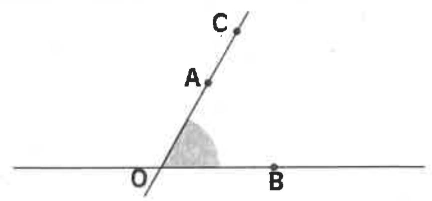
$\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_3$ sont des angles alternes-internes

Donnée	mes $\widehat{A}_1$ = mes $\widehat{B}_3$
Conclusion	$(D_1) // (D_2)$

Activité

• Construis un angle $\widehat{AOB}$.
Place deux points C et E tels que :
- $\widehat{AOB}$ et $\widehat{CAF}$ soient des angles correspondants ;
- mes $\widehat{AOB}$ = mes $\widehat{CAF}$

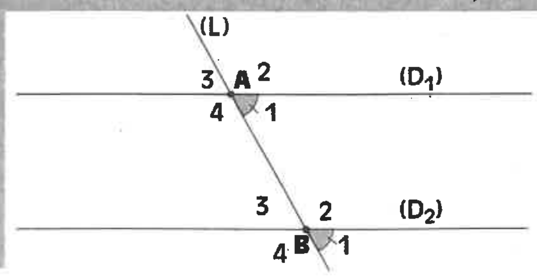
• On veut justifier que les droites (FA) et (OB) sont parallèles ; pour cela nomme deux angles alternes-internes de la figure.



On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si deux droites forment avec une sécante deux angles correspondants de même mesure, alors elles sont parallèles.

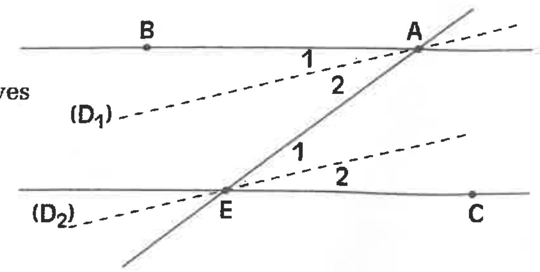


$\widehat{A}_1$ et $\widehat{B}_1$ sont des angles correspondants

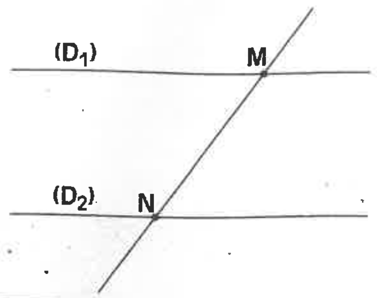
Donnée	mes $\widehat{A}_1$ = mes $\widehat{B}_1$
Conclusion	$(D_1) // (D_2)$

EXERCICES

3.c (AB) et (CE) sont des droites parallèles.
(D_1) et (D_2) sont les bissectrices respectives des angles $\widehat{BAE}$ et $\widehat{AEC}$.
• Justifie que les quatre angles $\widehat{A}_1$, $\widehat{A}_2$, $\widehat{E}_1$ et $\widehat{E}_2$ ont la même mesure.
• Que peux-tu en conclure pour les droites (D_1) et (D_2) ?



3.d (D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles.
M est un point de (D_1).
N est un point de (D_2).
Construis un point P tel que (D_1) soit la bissectrice de l'angle $\widehat{PMN}$.
Construis un point Q tel que (D_2) soit la bissectrice de l'angle $\widehat{MNQ}$.
Justifie que les droites (MP) et (NQ) sont parallèles.



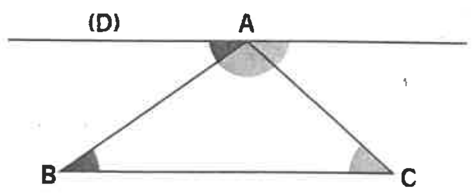
4 Angles d'un triangle

4.3 SOMME DES MESURES DES ANGLES D'UN TRIANGLE

Activité 1

Trace un triangle ABC sur ton cahier.
Utilise ton rapporteur pour mesurer chacun des angles du triangle que tu viens de tracer.
Calcule la somme des mesures de ces angles.
Compare ton résultat à celui de tes camarades.

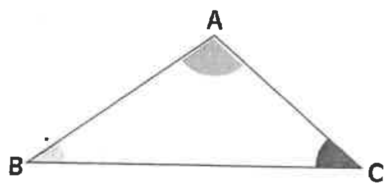
Activité 2



On donne un triangle ABC.
Détermine la somme des mesures des angles de ce triangle. (Pour cela, trace la droite (D) parallèle à (BC) et passant par A.)

PROPRIÉTÉ

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est 180°.



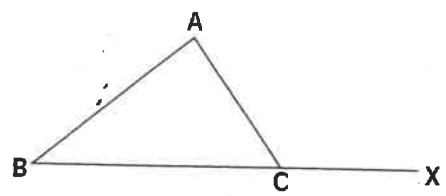
Donnée	ABC est un triangle
Conclusion	$mes\ \widehat{A} + mes\ \widehat{B} + mes\ \widehat{C} = 180°$

EXERCICES

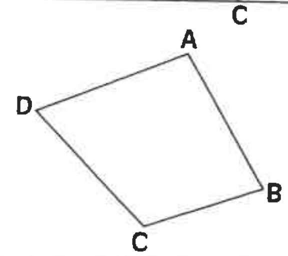
4.a Un triangle ABC est tel que : $mes\ \widehat{C} = 80°$ et $mes\ \widehat{B} = 40°$.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

4.b La mesure d'un angle d'un triangle rectangle est 36°.
Quelles sont les mesures des deux autres angles de ce triangle ?

4.c Examine la figure ci-contre et justifie que :
$mes\ \widehat{ACX} = mes\ \widehat{A} + mes\ \widehat{B}$



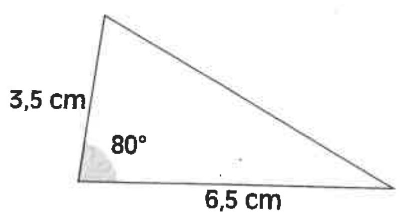
4.d Quelle est la somme des mesures des angles du quadrilatère ABCD ?



4.2 CONSTRUCTION D'UN TRIANGLE CONNAISSANT DES LONGUEURS DE CÔTÉS OU DES MESURES D'ANGLES

On sait que deux triangles qui ont les côtés respectivement de même longueur sont superposables.

Activité 1

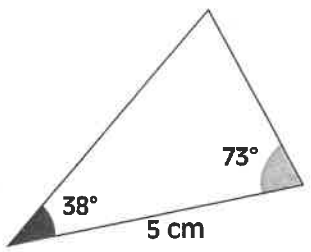


Voici l'esquisse d'un triangle.
• Construis ce triangle en vraie grandeur .
• Vérifie en comparant les longueurs des côtés à l'aide du compas, que les triangles construits par ton voisin et toi-même sont superposables.

• Dans ces deux triangles, deux angles ou deux côtés superposables sont dits **homologues**.

- Code en rouge les angles homologues de 80°, en bleu les côtés homologues de 6,5 cm et en vert les côtés homologues de 3,5 cm.
- Écris, l'un sous l'autre, les noms des deux triangles superposables en ayant soin de faire correspondre les sommets homologues.
- Écris d'autres égalités de longueur entre les côtés et d'autres égalités de mesure entre les angles.

Activité 2



• Vérifie que deux triangles construits à partir de l'esquisse ci-contre et dans les mêmes conditions que dans l'activité 1 sont superposables.

Nomme ces triangles.

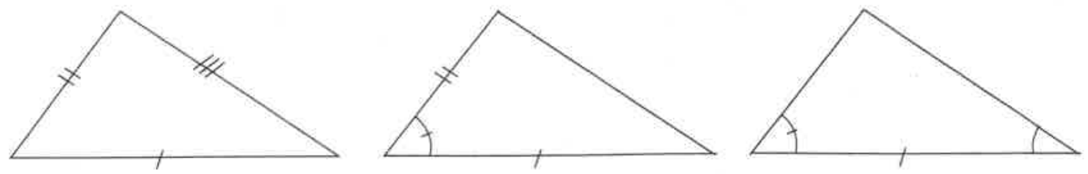
Indique leurs sommets homologues.

Écris des égalités de longueur entre les côtés et des égalités de mesure entre les angles.

REMARQUE

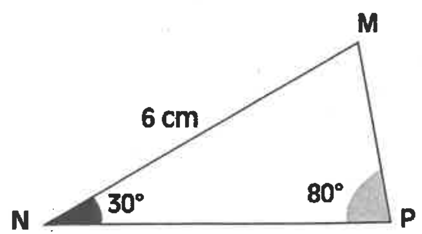
Deux triangles sont superposables dans chacun des trois cas suivants :

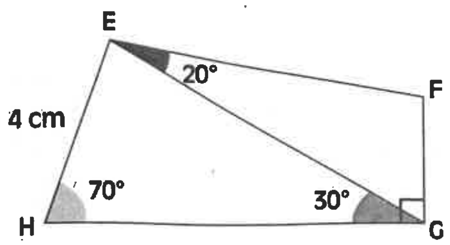
- Les triangles ont les **trois** côtés respectivement de même **longueur**.
- Les triangles ont un angle de même mesure, compris entre **deux côtés** respectivement de **même** longueur.
- Les triangles ont un côté de même longueur, compris entre deux angles respectivement de même mesure.



EXERCICE

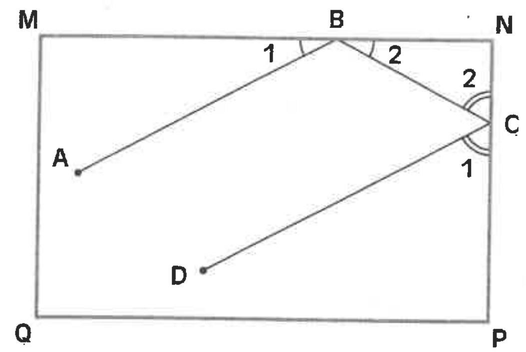
4.e Construis en vraie grandeur les triangles dont voici les esquisses ci-dessous.





EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé



Dans une salle, le sol est rectangulaire et parfaitement lisse.

Mamadou fait rouler une bille sur ce sol représenté par le rectangle MNPQ.

La bille part du point A ; elle roule vers le côté [MN] qu'elle frappe en B, puis elle roule vers le côté [NP] qu'elle frappe en C ; Mamadou l'arrête en D.

D'après certaines lois de la physique, on a :

mes $\widehat{B}_1$ = mes $\widehat{B}_2$ et mes $\widehat{C}_1$ = mes $\widehat{C}_2$.

Justifie que les droites (AB) et (DC) sont parallèles

Solution

Lecture de l'énoncé

Données : MNPQ est un rectangle

A et D sont deux points situés à l'intérieur du rectangle

B ∈ [MN] ; C ∈ [NP]

mes $\widehat{B}_1$ = mes $\widehat{B}_2$ et mes $\widehat{C}_1$ = mes $\widehat{C}_2$.

Conclusion : les droites (AB) et (DC) sont parallèles.

Recherche d'une démarche

• Puisque l'énoncé fait intervenir des angles, je tenterai de mettre en évidence des angles correspondants de même mesure afin de justifier que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

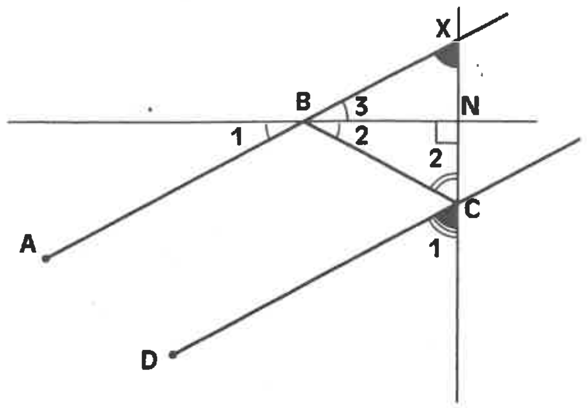
• Pour avoir une figure plus « parlante » :

- Je trace les droites (AB) et (CD). Ces deux droites ont trois sécantes : (BC), (BN) et (CN). La sécante (CN) coupe (AB) en X.
- Je numérote les angles qui interviendront dans ma rédaction.
- Je trame les angles correspondants $\widehat{X}$ et $\widehat{C}_1$.
- Je code en rouge toutes les données. Je conviens de marquer au crayon à papier (et non en rouge), les angles intermédiaires dont les mesures apparaîtront être les mêmes, de façon à bien distinguer ce qui est connu de ce qui est à justifier.

• La figure me suggère d'utiliser :

- des angles de mêmes mesures : $\widehat{B}_1$, $\widehat{B}_2$ et $\widehat{B}_3$ d'une part, $\widehat{C}_1$ et $\widehat{C}_2$ d'autre part,
- des angles complémentaires : $\widehat{B}_2$ et $\widehat{C}_2$ d'une part ; $\widehat{B}_3$ et $\widehat{X}$ d'autre part.

Rédaction de la solution



X est le point d'intersection des droites (AB) et (CN).

• On a mes $\widehat{B}_2$ = mes $\widehat{B}_3$

car mes $\widehat{B}_2$ = mes $\widehat{B}_1$ (données)

mes $\widehat{B}_3$ = mes $\widehat{B}_1$ ($\widehat{B}_1$ et $\widehat{B}_3$ sont opposés par le sommet).

• Dans le triangle BNC rectangle en N, $\widehat{B}_2$ et $\widehat{C}_2$ sont complémentaires.

Dans le triangle BNX rectangle en N, $\widehat{B}_3$ et $\widehat{X}$ sont complémentaires.

donc : mes $\widehat{X}$ = mes $\widehat{C}_2$

car $\widehat{X}$ et $\widehat{C}_2$ sont complémentaires à des angles de même mesure $\widehat{B}_2$ et $\widehat{B}_3$.

• On a mes $\widehat{X}$ = mes $\widehat{C}_1$

car mes $\widehat{C}_1$ = mes $\widehat{C}_2$ (données)

mes $\widehat{X}$ = mes $\widehat{C}_2$ (déjà justifiée).

$\widehat{X}$ et $\widehat{C}_1$ sont des angles correspondants de même mesure formés par les droites (AB) et (DC) et la sécante (CX), les droites (AB) et (CD) sont donc parallèles.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 ANGLES SUPPLÉMENTAIRES, COMPLÉMENTAIRES

1 Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$ sont complémentaires, complète le tableau suivant :

mes $\widehat{A}$	7°	12,5°		45°		72°
mes $\widehat{B}$			28°		59,7°	

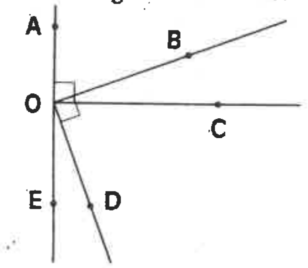
2 Les angles $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$ sont supplémentaires, complète le tableau suivant :

mes $\widehat{C}$	10°		90°	120°		
mes $\widehat{D}$		51,5°			142,8°	173°

3 Si deux angles sont complémentaires, peuvent-ils avoir la même mesure ? Justifie ta réponse.

Si deux angles sont supplémentaires, peuvent-ils avoir la même mesure ? Justifie ta réponse.

4 Examine la figure ci-dessous.

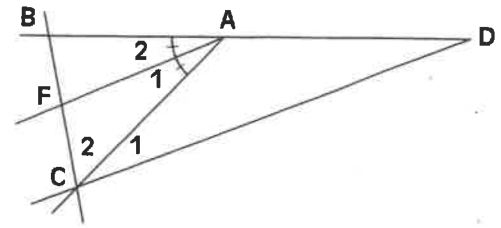


Nomme les angles complémentaires.
Nomme les angles supplémentaires.
Justifie tes réponses.

2 ANGLES FORMÉS PAR DEUX DROITES ET UNE SÉCANTE

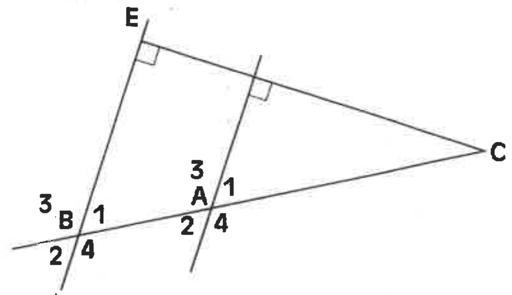
5 Dans la figure codée suivante :

(AF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$.
(CD) est parallèle à (FA).
Cite tous les angles de la figure qui ont la même mesure que l'angle $\widehat{A}_1$.



Justifie tes réponses.

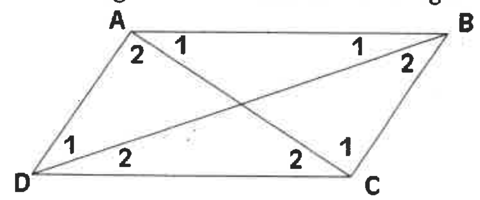
6 Examine attentivement la figure codée ci-dessous.



Dis si les angles suivants sont : "opposés par le sommet" ,"alternes-internes" ou "correspondants" :

$\widehat{A}_1$ et $\widehat{A}_2$; $\widehat{A}_2$ et $\widehat{B}_1$; $\widehat{A}_2$ et $\widehat{B}_2$

7 ABCD est un parallélogramme.
Cite des angles alternes-internes de la figure.



8 On donne un triangle ABC.
Marque un point M sur le côté [BC], M ≠ B et M ≠ C.
Par M, trace la droite parallèle à (AB). Cette parallèle coupe (AC) au point F.
Par M, trace la droite parallèle à (AC). Cette parallèle coupe (AB) au point E.
Cite les angles de la figure qui ont la même mesure que l'angle $\widehat{BEM}$.
Cite les angles de la figure qui ont la même mesure que l'angle $\widehat{FCM}$.
Cite les angles de la figure qui ont la même mesure que l'angle $\widehat{ABC}$.
Justifie chacune de tes réponses.

9 Trace deux droites (D) et (D') coupées par une sécante (L) qui détermine deux angles alternes-internes de 48° et 50°.
Les droites (D) et (D') sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

10 Trace deux droites (D_1) et (D_2) coupées par une sécante (D_3) qui détermine deux angles correspondants de 60° et 61°.
Les droites (D_1) et (D_2) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

3 ANGLES D'UN TRIANGLE

11 ABC est un triangle, complète le tableau suivant :

mes $\widehat{A}$	30°	25°		55°	48,5°
mes $\widehat{B}$	60°		48°	87°	
mes $\widehat{C}$		52°	72°		72,8°

12 Peux-tu construire un triangle dans les trois situations suivantes :

Situation 1	mes $\widehat{A}$ = 27°	mes $\widehat{B}$ = 49°	mes $\widehat{C}$ = 105°
Situation 2	mes $\widehat{A}$ = 33°	mes $\widehat{B}$ = 106°	mes $\widehat{C}$ = 41°
Situation 3	mes $\widehat{A}$ = 72°	mes $\widehat{B}$ = 27°	mes $\widehat{C}$ = 45°

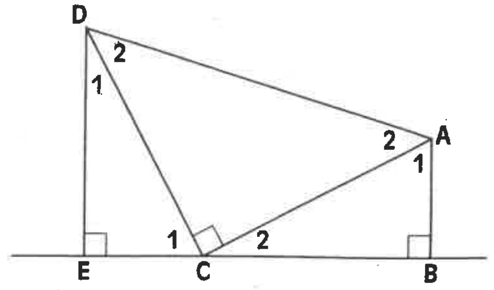
Justifie tes réponses et construis-en un, lorsque la construction est possible.

13 L'unité de longueur est le cm.
Construis un triangle ABC tel que :
AB = 5 , BC = 6 et mes $\widehat{ABC}$ = 72°.

14 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle ABC tel que :
BC = 5, mes $\widehat{ABC}$ = 70° et mes $\widehat{BAC}$ = 60°.

15 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle MNP, rectangle en N et tel que :
MP = 3,5 et mes $\widehat{M}$ = 55°.

16 Cite tous les angles complémentaires de la figure codée suivante.



Justifie tes réponses

17 Construis un triangle ABC tel que la longueur du côté [AB] est 4 cm,
mes $\widehat{ABC}$ = 45° et mes $\widehat{BAC}$ = 70°.
Calcule mes $\widehat{ACB}$.
Construis le triangle AEF, symétrique du triangle ABC par rapport au point A.
Que peux-tu dire des droites (EF) et (BC) ? Justifie ta réponse.
Donne la mesure de chacun des angles du triangle AEF.

18 Dans un triangle rectangle, un angle mesure 72°.
Quelle est la mesure des deux autres angles ?

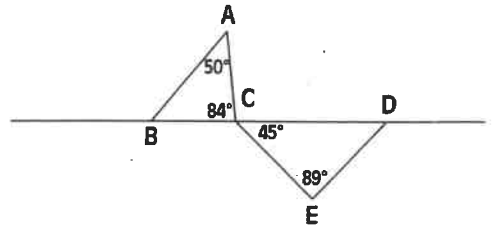
19 Dans un triangle ABC, on a mes $\widehat{A}$ = 27° et mes $\widehat{C}$ = 63°.
Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse.

20 L'unité de longueur est le cm. Construis un rectangle ABCD tel que : AB = 2 et AD = 6.
Construis les bissectrices des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.
Marque le point E, intersection de ces deux bissectrices. Justifie que ces deux bissectrices sont perpendiculaires.

21 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle ABC tel que :
mes $\widehat{C}$ = 35°, mes $\widehat{B}$ = 53° et BC = 5
Trace la hauteur (AH) et calcule la mesure des angles $\widehat{BAH}$ et $\widehat{CAH}$.

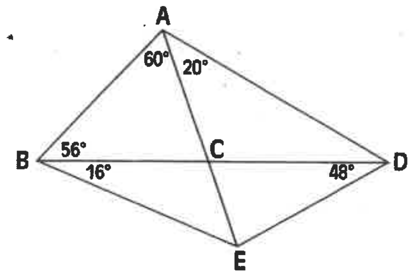
22 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle ABC tel que :
AB = 6, mes $\widehat{A}$ = 64° et mes $\widehat{B}$ = 51°.
Construis la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$, elle coupe le côté [BC] en I. Calcule la mesure de chacun des angles de la figure.

23 Examine la figure codée ci-dessous.
Les droites (AB) et (DE) sont-elles parallèles ? Justifie ta réponse.

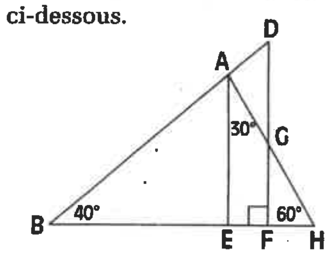


APPROFONDISSEMENT

24 Examine attentivement la figure codée ci-dessous.
Calcule la mesure de chacun des angles de cette figure. Justifie tous les calculs.



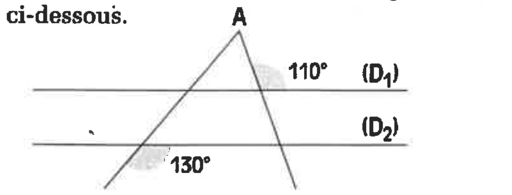
25 Examine attentivement la figure codée ci-dessous.



Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AEH}$.
Justifie que (AE) // (GF).
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAE}$.
Trouve la mesure de chacun des angles du triangle ADG.

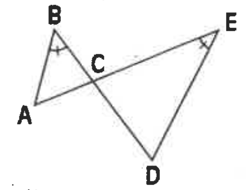
26 Construis un parallélogramme PQRS de centre O tel que : la longueur de [PR] est 6 cm, mes $\widehat{ROQ}$ = 40° et mes $\widehat{PRQ}$ = 80°.
Rédige ton programme de construction.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{OQR}$.

27 Examine attentivement la figure codée ci-dessous.



Les droites (D_1) et (D_2) sont parallèles.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{A}$ en expliquant chacune des étapes de ta démarche.

28 Examine attentivement la figure codée ci-dessous.

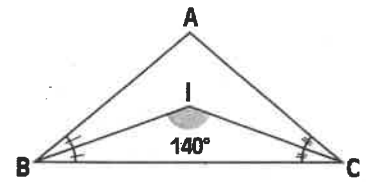


Les angles $\widehat{A}$ et $\widehat{D}$ ont-ils la même mesure ? Justifie ta réponse.
Les droites (AB) et (ED) peuvent-elles être parallèles ?
Justifie ta réponse.

29 Construis un triangle ABC tel que :
mes $\widehat{ABC}$ = 107° et mes $\widehat{BCA}$ = 25°.
Construis le parallélogramme ABCD.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{CAB}$.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ACD}$? Justifie ta réponse.
Quelle est la mesure de chacun des quatre angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$ du parallélogramme ABCD ?
Justifie tes réponses.
Calcule mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ + mes $\widehat{D}$.

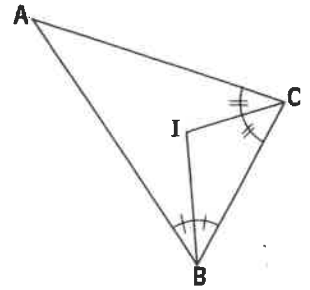
30 Trace un triangle ABC, rectangle en A.
Construis les bissectrices (BX) et (CY) des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$; elles se coupent en I. Marque le point I.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BIC}$.

31 Reproduis la figure ci-dessous.



(BI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{B}$.
(CI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{C}$.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

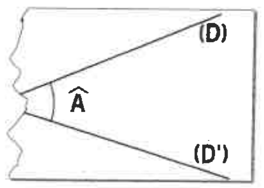
32 L'élève Koffi a tracé un triangle ABC. Puis, il a construit la bissectrice (BI) de l'angle $\widehat{B}$ et la bissectrice (CI) de l'angle $\widehat{C}$.



Il observe sa figure et affirme que l'angle $\widehat{BIC}$ est droit.
Justifie que son affirmation est fausse.

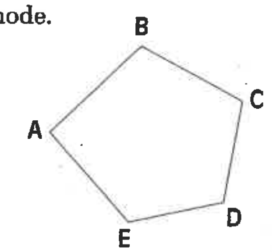
RECHERCHE

33 Deux droites (D) et (D') étaient tracées sur une feuille qui a été déchirée.

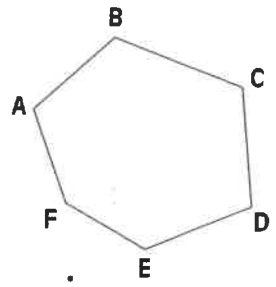


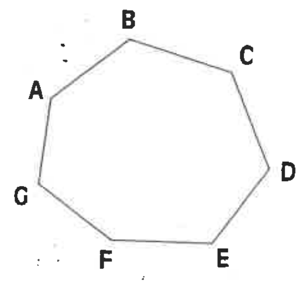
Sans chercher à construire le point d'intersection de (D) et (D'), explique comment tu peux retrouver la mesure de l'angle $\widehat{A}$.

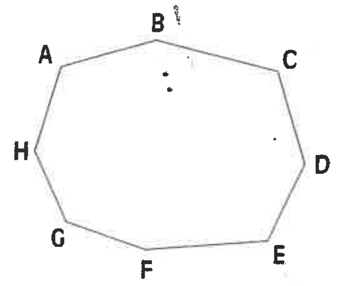
34 Calcule
mes $\widehat{A}$ + mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ + mes $\widehat{D}$ + mes $\widehat{E}$.
Explique ta méthode.



En utilisant un raisonnement du même type, calcule la somme des mesures des angles des figures suivantes :

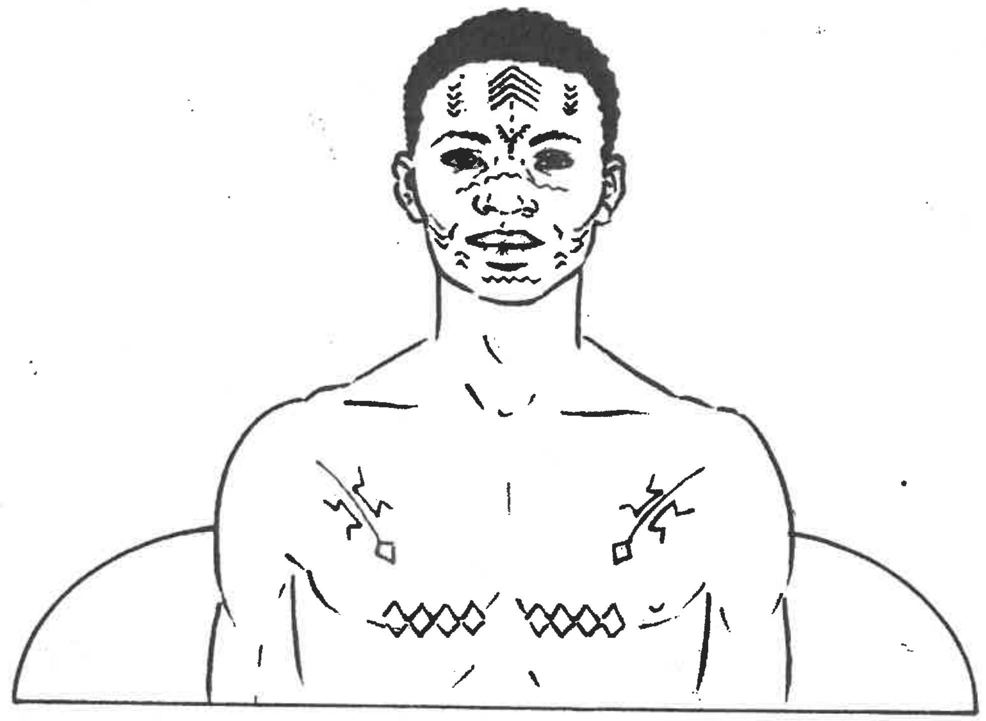






4

Figures symétriques par rapport à une droite



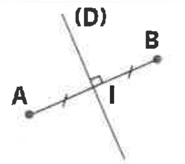
SOMMAIRE

1 Définition et premières propriétés

DÉFINITION

• Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (D) ***signifie que*** **(D) est la médiatrice du segment [AB].**

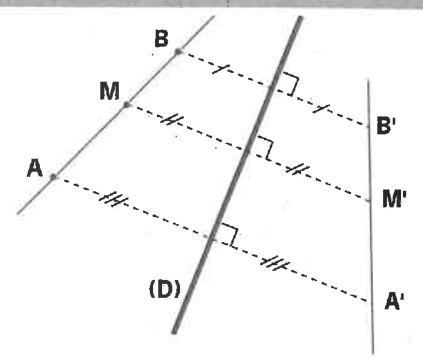
• Chaque point M de la droite (D) est son propre symétrique par rapport à (D).



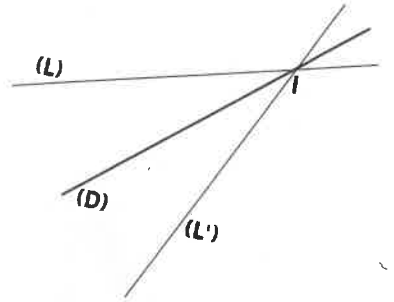
(D) ⊥ (AB)
IA = IB et I ∈ [AB]

PROPRIÉTÉS

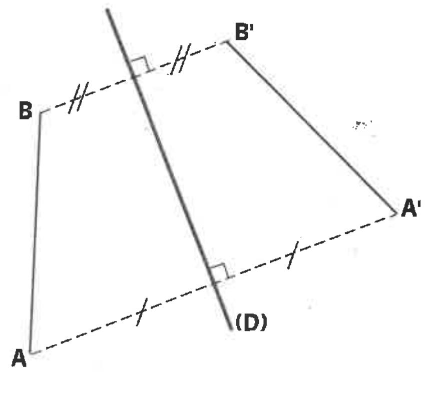
• Si des points sont alignés, alors leurs symétriques par rapport à une droite sont alignés.



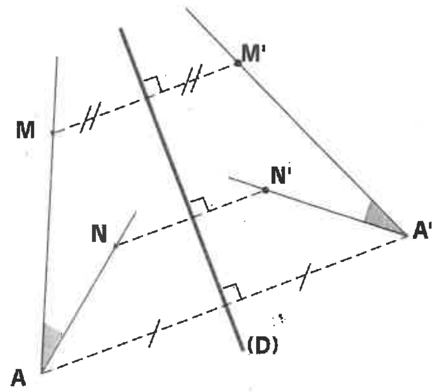
• Si une droite (L) coupe une droite (D) en un point I, alors le symétrique par rapport à (D), de la droite (L) est une droite (L') qui coupe (D) en I.



• Le symétrique d'un segment par rapport à une droite est un segment de même longueur.

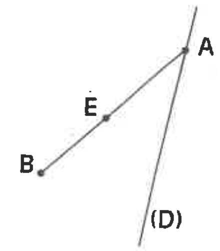


• Le symétrique d'un angle par rapport à une droite est un angle de même mesure.

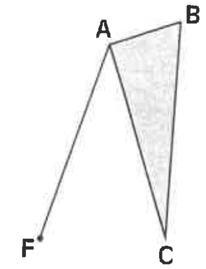


EXERCICES

1.a • À l'aide de la règle graduée et de l'équerre, construis le symétrique C du point B par rapport à la droite (D).
• À l'aide du compas, construis le symétrique F du point E par rapport à la droite (D).
• La droite (BF) coupe la droite (D) en I.
Justifie que les points C, I et E sont alignés.

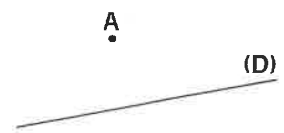


1.b Les segments [AF] et [AC] sont symétriques par rapport à la droite (D) qui a été effacée.
On veut construire le point E, symétrique du point B par rapport à la droite (D).
• Donne des programmes de construction, justifie-les et précise les instruments nécessaires.

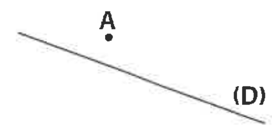


1.c ABC est un triangle. Construis au compas, le symétrique E du point A par rapport à la droite (BC).

1.d Construis au compas, le symétrique E du point A, par rapport à la droite (D). (Voir 1.c)



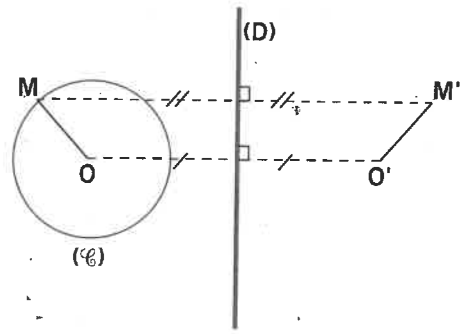
1.e Construis au compas, la droite (L) perpendiculaire à la droite (D) et passant par le point A. (On utilisera aussi la règle non graduée.)



2 Nouvelles propriétés

2.1 SYMÉTRIQUE D'UN CERCLE

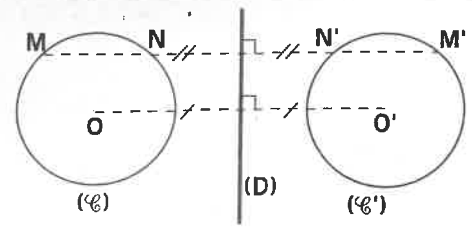
Activité



(𝒞) est un cercle de centre O et de rayon 1 cm ;
M un point du cercle (𝒞).
O' est le symétrique du point O par rapport à une droite (D).
M' est le symétrique du point M par rapport à la droite (D).
• Justifie que M' est un point du cercle (𝒞') de centre O' et de rayon 1 cm.
• Justifie qu'un point de (𝒞') a pour symétrique par rapport à (D) un point de (𝒞).

PROPRIÉTÉ

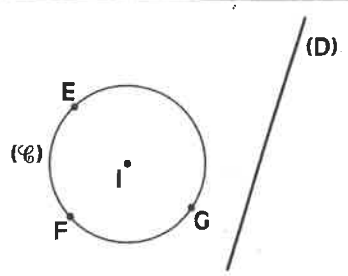
Deux points O et O' étant symétriques par rapport à une droite (D), le symétrique d'un cercle de centre O par rapport à la droite (D) est le cercle de centre O' et de même rayon.



M et M' sont symétriques par rapport à (D).
N et N' sont symétriques par rapport à (D).

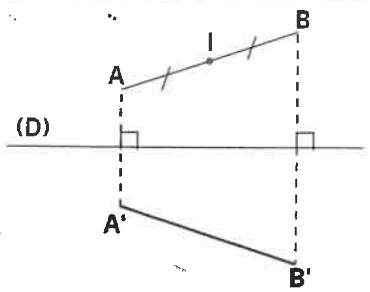
EXERCICE

2.a E, F et G sont trois points d'un cercle (𝒞) de centre I.
- Construis le cercle (𝒞'), symétrique du cercle (𝒞) par rapport à la droite (D).
- Construis, à l'aide de l'équerre et de la règle non graduée, le symétrique du triangle EFG par rapport à (D).



2.2 SYMÉTRIQUE DU MILIEU D'UN SEGMENT

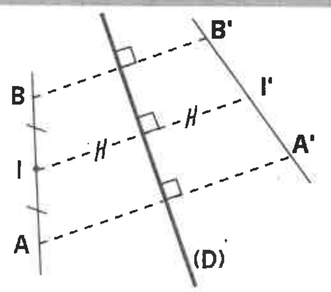
Activité



Les segments [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à la droite (D).
I est le milieu du segment [AB].
- Construis le point I', symétrique du point I par rapport à (D).
- Justifie que le point I' est le milieu du segment [A'B'] ; précise les deux étapes que tu dois suivre.

PROPRIÉTÉ

Le symétrique du milieu d'un segment par rapport à une droite est le milieu du symétrique de ce segment.



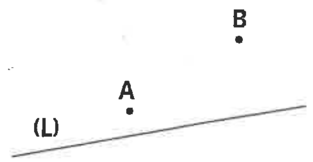
Données : [AB] et [A'B'] sont symétriques par rapport à (D) ; I est le milieu de [AB] ; I' est le symétrique de I par rapport à (D)

Conclusion : I' est le milieu de [A'B']

EXERCICE

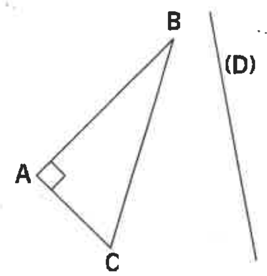
2.b Reproduis la figure ci-contre.
- Construis le symétrique C du point A par rapport au point B.
- Construis les points R, S et T symétriques respectifs des points A, B et C par rapport à (L).

Justifie que le point S est le milieu du segment [RT].



2.3 SYMÉTRIQUES DE DEUX DROITES PERPENDICULAIRES

Activité



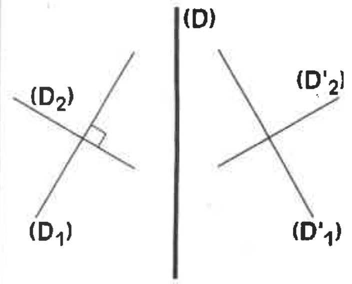
ABC est un triangle rectangle en A.
- Construis le symétrique du triangle ABC par rapport à une droite (D) donnée.
- Quelle est la nature du triangle A'B'C' ?

Justifie ta réponse.

La propriété suivante est un cas particulier du symétrique d'un angle par rapport à une droite.

PROPRIÉTÉ

Les symétriques par rapport à une droite, de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpebdiculaires.

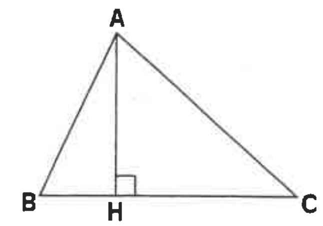


Données : $(D_1) \perp (D_2)$; (D_1) et (D'_1) sont symétriques par rapport à (D) ; (D_2) et (D'_2) sont symétriques par rapport à (D)

Conclusion : $(D'_1) \perp (D'_2)$

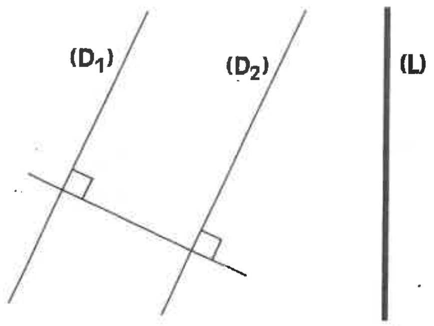
EXERCICE

2.c (AH) est une hauteur du triangle ABC.
- Construis les points B' et H' symétriques respectifs des points B et H par rapport à la droite (AC).
- Justifie que la droite (AH') est une hauteur du triangle AB'C.



2.4 SYMÉTRIQUES DE DEUX DROITES PARALLÈLES

Activités

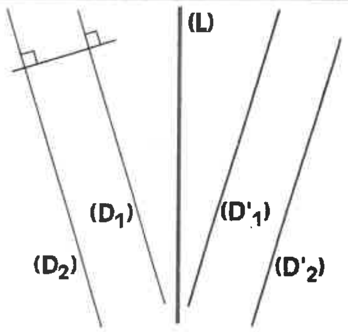


(D_1) et (D_2) sont des droites parallèles.

- Construis les droites (D'_1) et (D'_2) respectivement symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à (L).
- Justifie que (D'_1) et (D'_2) sont parallèles (on pourra utiliser une perpendiculaire commune à ces droites).

PROPRIÉTÉ

Les symétriques par rapport à un point de deux droites parallèles sont deux droites parallèles.



Données : $(D_1) // (D_2)$; (D_1) et (D'_1) sont symétriques par rapport à (L) ; (D_2) et (D'_2) sont symétriques par rapport à (L)

Conclusion : $(D'_1) // (D'2)$

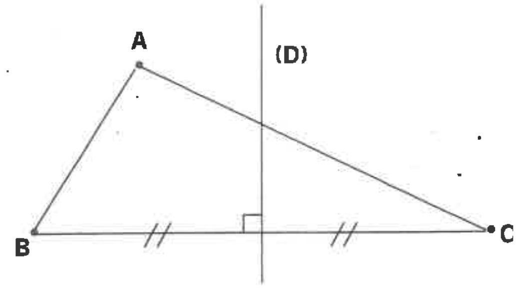
EXERCICE

2.d ABCE est un parallélogramme.
- Construis les symétriques K et L des points E et B par rapport à (AC).
- Quelle est la nature du quadrilatère AKCL ?

Justifie ta réponse.

EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé



ABC est un triangle, (D) la médiatrice de [BC]. Construis à l'aide de la règle non graduée, le symétrique A′ de A par rapport à (D).

Solution

Lecture de l'énoncé

Données : ABC est un triangle ; (D) est la médiatrice de [BC]

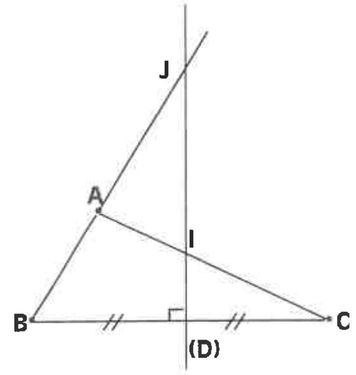
Objectif : il s'agit de construire le symétrique A' de A par rapport à (D) avec pour seul outil, **la règle non graduée.**

Recherche d'une démarche

- Puisque la règle non graduée est mon seul outil, je peux construire A' comme intersection de deux droites.
- Je peux obtenir des droites passant par A' comme symétriques par rapport à (D) de droites passant par A.
- La figure donne deux droites passant par A, les droites (AC) et (AB)
- Je sais construire les droites symétriques par rapport à (D) des droites (AC) et (AB), car je connais les symétriques par rapport à (D) de deux points de chacune d'elles : B, C et les points d'intersection des droites (AB) et (AC) avec la droite (D).

Rédaction d'une solution

Esquisse de la figure



Analyse de la figure

- (BA) coupe (D) en J.
- B et C sont symétriques par rapport à (D).

J est son propre symétrique par rapport à (D) ;

donc (BJ) et (CJ) sont symétriques par rapport à (D).

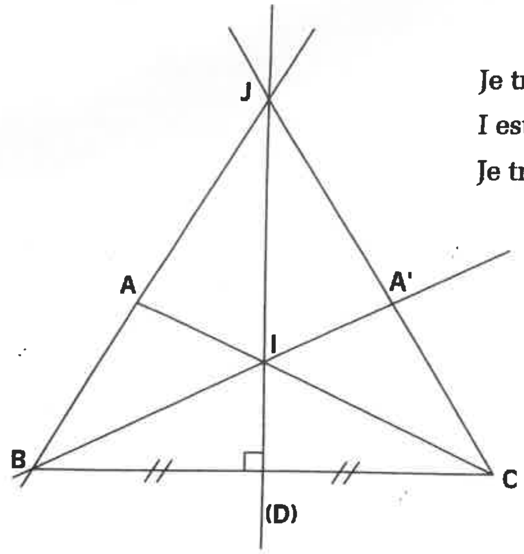
- (AC) coupe (D) en I.
- B et C sont symétriques par rapport à (D).

I est son propre symétrique par rapport à (D) ;

donc (BI) et (CI) sont symétriques par rapport à (D).

- A est le point d'intersection de (BJ) et (CI).
A' est le point d'intersection de (CJ) et (BI).

Construction



Je trace la droite (AB) ; elle coupe (D) en J.
I est le point d'intersection des droites (AC) et (D).
Je trace les droites (CJ) et (BI). Elles se coupent en A'.

Justification

- (BJ) et (CJ) sont symétriques par rapport à (D).
- (BI) et (CI) sont symétriques par rapport à (D).
- A est le point d'intersection des droites (BJ) et (CI) ;
  A' est le point d'intersection des droites (CJ) et (BI),
  donc A' est bien le symétrique de A par rapport à (D).

EXERCICES

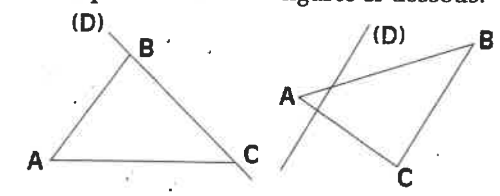
ENTRAINEMENT

1 Cite une figure possédant :
a) un axe de symétrie ;
b) deux axes de symétrie ;
c) trois axes de symétrie ;
d) quatre axes de symétrie ;
e) plus de quatre axes de symétrie.

2 a) Trace un triangle n'ayant pas d'axe de symétrie.
b) Trace un triangle ayant un seul axe de symétrie. Quelle est la nature de ce triangle ?
c) Trace un triangle ayant trois axes de symétrie. Quelle est la nature de ce triangle ?

3 a) Trace un quadrilatère n'ayant pas d'axe de symétrie.
b) Trace un quadrilatère ayant un seul axe de symétrie.
c) Trace un quadrilatère ayant deux axes de symétrie.
Quelle est la nature de ce quadrilatère ?
d) Trace un quadrilatère ayant quatre axes de symétries.
Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

4 Reproduis les deux figures ci-dessous.



Dans chaque cas de figure, construis à la règle non graduée et au compas le symétrique du triangle ABC par rapport à la droite (D).

5 Trace un triangle EFG.
Construis :
- la hauteur (EH) ;
- le point F' symétrique de F par rapport à (EH) ;
- le point G' symétrique de G par rapport à (EH) ;
- le point E' symétrique de E par rapport à (FG).
Cite tous les triangles isocèles de la figure. Justifie tes réponses.

6 Reproduis les figures ci-dessous. Dans chaque cas de figure, construis le symétrique du cercle (𝒞) par rapport à la droite (D).

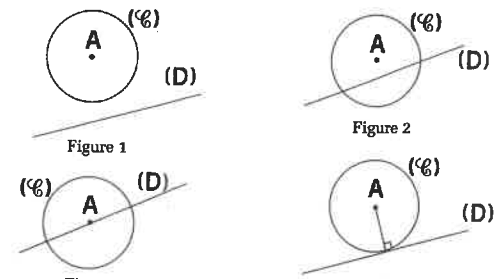
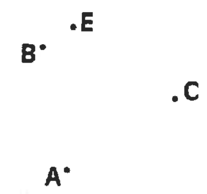


Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

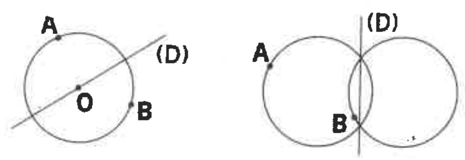
7 Les points C et E sont les symétriques respectifs des points A et B par rapport à une droite (D) qui a été effacée.
a) Reproduis la figure ci-dessous.
Construis cette droite (D) en utilisant uniquement une règle graduée.
b) Reproduis la figure ci-dessous.
Construis cette droite (D) en utilisant uniquement une règle non graduée.



8 Trace un parallélogramme ABCD et construis son symétrique par rapport à la droite (AC).
Quelle la nature du quadrilatère obtenu ? Justifie ta réponse.

9 Construis un triangle ABC, isocèle rectangle en A.
Construis le point D, symétrique de A par rapport à la droite (BC).
Quelle est la nature du triangle BCD ? Justifie.
Donne la nature du quadrilatère ABDC en justifiant ta réponse.

10 En utilisant une équerre et une règle non graduée, construis le symétrique de chacun des points A et B par rapport à la droite (D), dans les deux cas de figures ci-dessous.

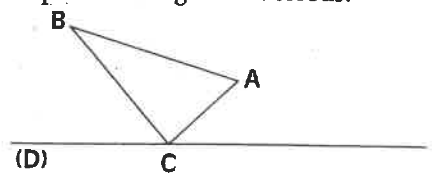


EXERCICES

APPROFONDISSEMENT

11 Réponds par **Vrai** ou **Faux** :
- Une figure possédant un axe de symétrie possède un centre de symétrie.
- Une figure possédant un centre de symétrie possède un axe de symétrie.
- Une figure possédant un centre de symétrie ne possède pas d'axe de symétrie.
- Une figure peut posséder plusieurs axes de symétrie.

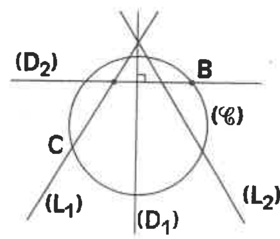
12 Reproduis la figure ci-dessous.



Le point A est son propre symétrique par rapport à une droite (L) qui a été effacée.
Le symétrique C' du point C par rapport à (L) appartient à la droite (D).
Construis la droite (L) et donne ton programme de construction.
Construis le symétrique AB'C' du triangle ABC, par rapport à (L).
Compare les mesures des angles des triangles ABC et AB'C'.
Justifie tes réponses.

13 Marque trois points non alignés A, B et C.
Les points A et C sont symétriques par rapport à un point I. Construis le point I.
Construis la droite parallèle à (AB) passant par I ; cette droite coupe [BC] en J.
Construis les points A' et I' symétriques respectifs des points A et I par rapport à (BC).
Quelles sont les droites symétriques des droites (AB) et (IJ) par rapport à (BC) ?
Explique pourquoi les droites obtenues sont parallèles.
Compare les angles $\widehat{IJC}$ et $\widehat{JBA}$. Cite un angle de même mesure que $\widehat{BAC}$.

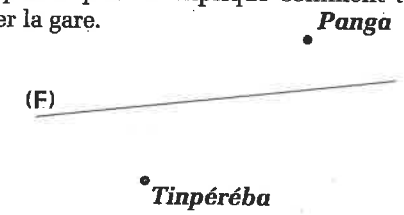
14 Dans la figure suivante, la droite (D_1) est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$ et est perpendiculaire à la droite (D_2). La droite symétrique de la droite (L_1) par rapport à (D_1) est la droite (L_2).



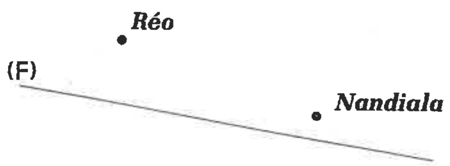
On désigne respectivement par A', B' et C' les symétriques par rapport à (D_1) des points A, B et C. Place les points A', B' et C'. Justifie ta démarche.

RECHERCHE

15 La Société des Chemins de fer du Burkina-Faso veut construire deux gares.
a) La 1^e^ gare doit desservir les villes de Panga et Tinpéréba. L'emplacement de cette gare doit être tel que le trajet « Panga–Gare–Tinpéréba » soit le plus court possible.
Sur le plan ci-dessous, la voie ferrée (F) est supposée rectiligne à cet endroit.
Recopie ce plan et explique comment tu vas placer la gare.



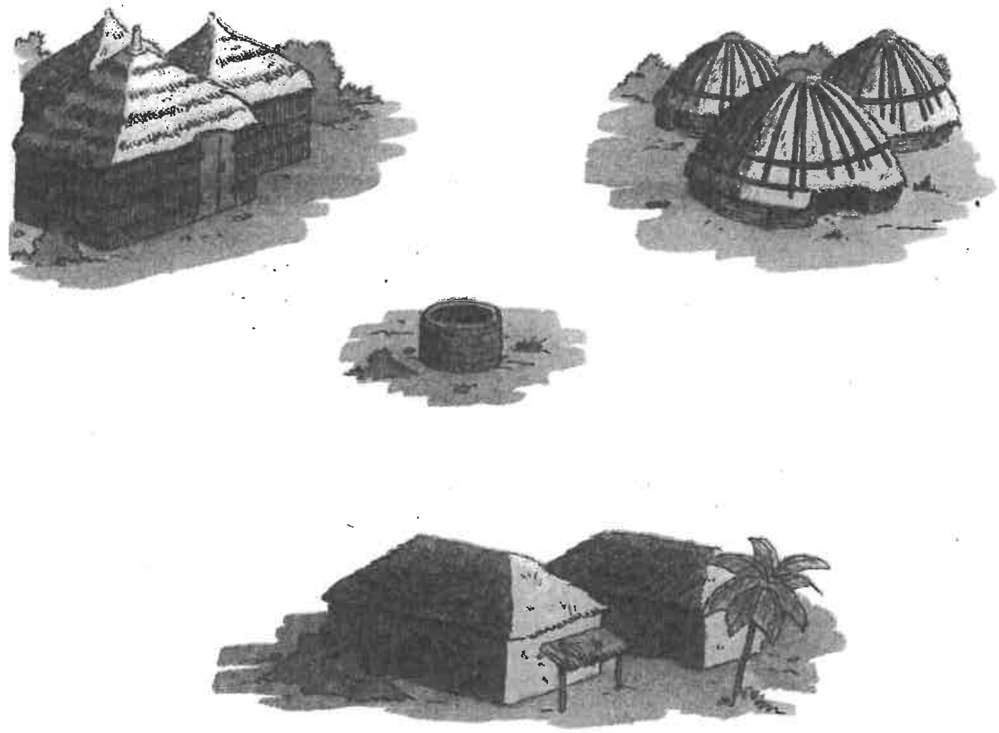
b) La 2^e^ gare doit desservir les villes de Réo et Nandiala. L'emplacement de cette gare doit être tel que le trajet « Réo–Gare–Nandiala » soit le plus court possible.
Sur le plan ci-dessous, la voie ferrée (F) est supposée rectiligne à cet endroit.
Recopie ce plan et explique comment tu vas placer la gare.



16 On donne un triangle ABC, et un point P de [BC]. Place un point M sur [AB] et un point N sur [AC] tels que le périmètre du triangle MNP soit le plus petit possible. Explique ta construction.

5

Médiatrice d'un segment



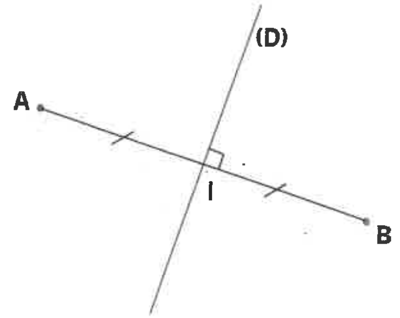
Le puits est situé à égale distance des trois villages.

SOMMAIRE

1 Propriétés de la médiatrice d'un segment

1.1 PROPRIÉTÉ

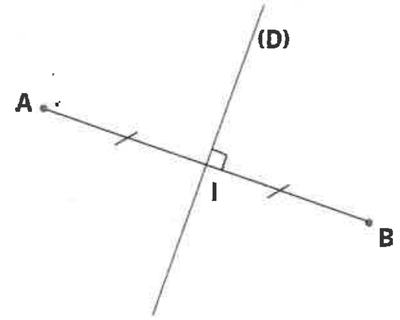
Activité 1



(D) est la médiatrice de [AB].

- Place quatre points M, N, P et Q sur (D).
- Compare : MA et MB
  NA et NB
  PA et PB
  QA et QB.
- Que constates-tu ?

Activité 2



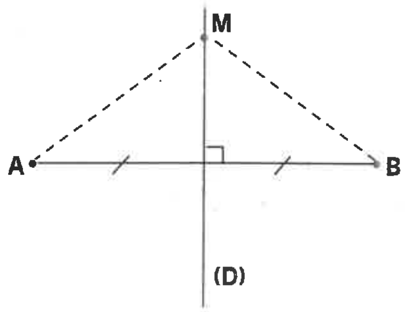
(D) est la médiatrice de [AB].

- Place un point M sur (D).
- Justifie que : MA = MB

On dit alors que le point M est **équidistant** des points A et B.

PROPRIÉTÉS

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.



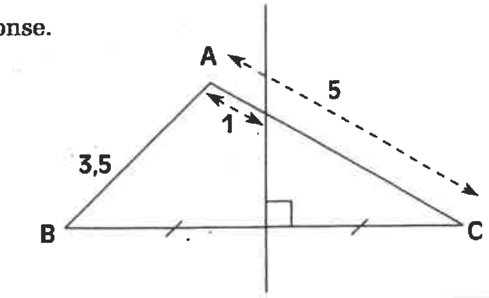
Donnée : M appartient à la médiatrice de [AB]

Conclusion : MA = MB

EXERCICES

1.a Trace un segment [MP] de longueur 5 cm.
Trace un cercle passant par M et dont le centre appartient à la médiatrice de [MP].
- Ce cercle passe-t-il par P ? Justifie ta réponse.

1.b Voici l'esquisse d'une figure;
L'unité est le cm.
- Construis cette figure en vraie grandeur.



1.2 PROPRIÉTÉ RÉCIPROQUE

Activité

L'unité est le cm.

Trace un segment [AB] tel que AB = 8.

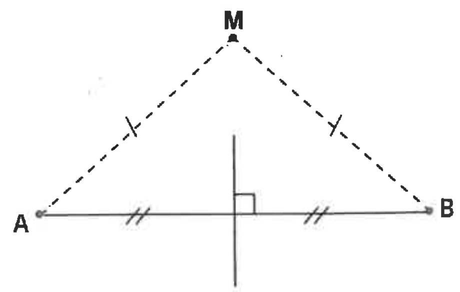
Place des points M, P et R tels que :
MA = 7 et MB = 7
PA = 6 et PB = 6
RA = 5 et RB = 5.

- Vérifie que les points M, P et R sont alignés.
- Que semble représenter la droite (MP) pour le segment [AB] ?

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.



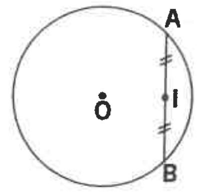
Donnée : MA = MB

Conclusion : M appartient à la médiatrice du segment [AB]

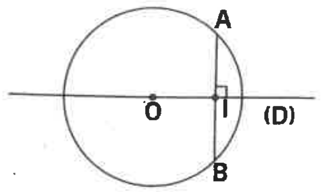
EXERCICES

1.c Trace trois cercles passant par deux points A et B donnés.
• Où se trouvent les centres de ces cercles ? Justifie ta réponse.

1.d Le point I est le milieu de la corde [AB].
• Justifie que (OI) est perpendiculaire à (AB).



1.e La droite (D), perpendiculaire à (AB) passant par O, coupe (AB) en I.
• Justifie que le point I est le milieu de la corde [AB].



2 Utilisation du compas pour construire

2.1 CONSTRUCTION DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

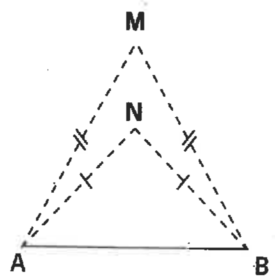
Activité

[AB] est un segment.

Construis à la règle non graduée et au compas la médiatrice du segment [AB].

Recherche d'une méthode de construction

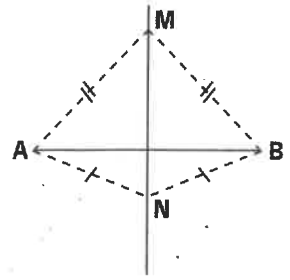
Esquisse 1



Pour construire la médiatrice d'un segment, il suffit de construire deux points de cette droite.

• Examine l'esquisse 1 et justifie que la droite (MN) est la médiatrice du segment [AB].

Esquisse 2

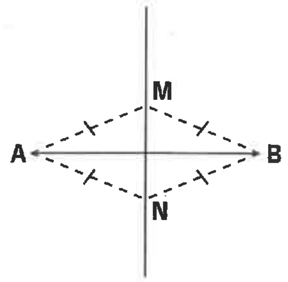


Pour construire la médiatrice d'un segment, il suffit de construire deux points M et N, chacun d'eux étant équidistant de A et B.

• Examine l'esquisse 2. Chacun des points M et N se trouve sur deux cercles dont tu connais les centres. Quels sont ces cercles ?

• Donne une méthode de construction de ces points.

Esquisse 3

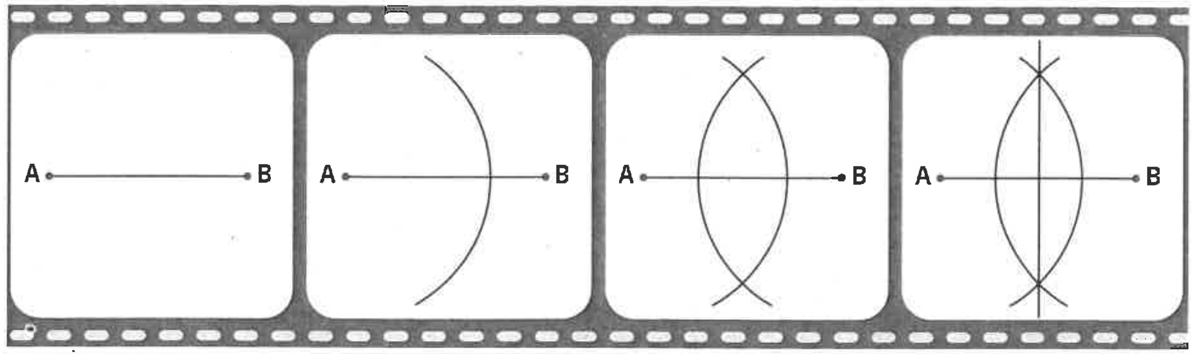


Si cela est possible, il est plus simple de garder la même ouverture de compas pour construire les points M et N.

• Donne une méthode de construction des points M et N.

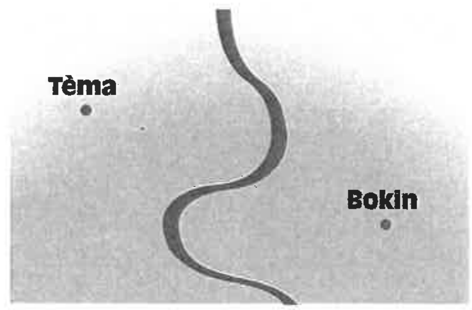
FILM DE CONSTRUCTION

Comment construire la médiatrice d'un segment donné.



EXERCICES

2.a Une route serpente entre les deux villages de Tèma et de Bokin (voir le plan ci-contre). On veut installer un arrêt de car au bord de la route à égale distance de ces deux villages.
• Comment peut-on procéder ?
• Trace sur ce plan les emplacements possibles.
• Quel est le point le plus proche des deux villages ? Dessine-le.



2.b Construis, à l'aide de la règle non graduée et du compas, le milieu d'un segment [AB] donné.

2.2 CONSTRUCTION DE LA PERPENDICULAIRE À UNE DROITE DONNÉE PASSANT PAR UN POINT DONNÉ

Activité

On donne une droite (D) et un point A.

Construis, à la règle non graduée et au compas, la perpendiculaire à la droite (D) passant par le point A.

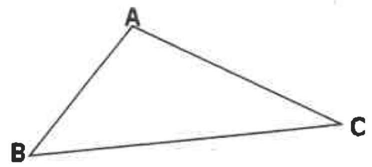
Recherche d'une méthode de construction

• Dans chacune des figures ci-dessus, construis un segment [RS] de support la droite (D), tel que le point A soit sur la médiatrice de [RS].

• Il suffira ensuite de construire la médiatrice du segment [RS].

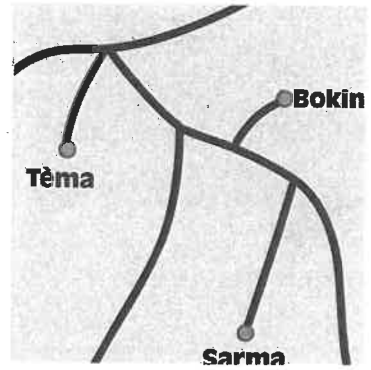
EXERCICE

2.C Construis, à l'aide de la règle non graduée et du compas, la hauteur passant par A du triangle ABC.



3 Cercle circonscrit à un triangle

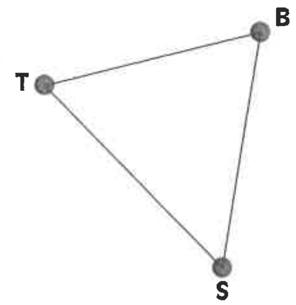
Activité



Une nappe d'eau se trouve dans tout le sous-sol figurant sur la carte ci-contre.
On désire installer un puits à égale distance des villages de Tèma, Bokin et Sarma.

Est-ce possible ? Si oui, recherche sur la carte l'emplacement de ce puits.

Recherche d'une méthode de construction



Ce problème revient à construire un point O tel que :
OT = OB = OS.
Il suffira donc de construire un point O tel que :
OT = OB et OB = OS.
Par conséquent, le point O se trouve sur deux droites.
• Cite-les.
• Donne un programme de construction et réalise cette construction.
• Le point O appartient à une troisième droite particulière du triangle TBS ; laquelle ?
• Peux-tu tracer un cercle passant par les trois sommets du triangle TBS ?

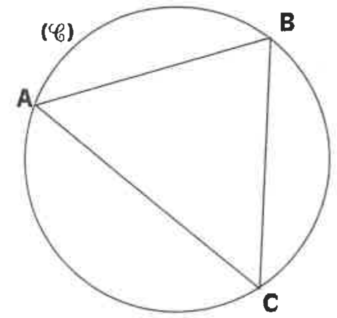
Vocabulaire :

Des droites qui se coupent en un même point sont dites **concourantes**.

Pour simplifier le langage, on pourra parler **des médiatrices d'un triangle**, au lieu des médiatrices des côtés d'un triangle.

DÉFINITION

Le cercle qui passe par les trois sommets d'un triangle, est le cercle circonscrit à ce triangle.

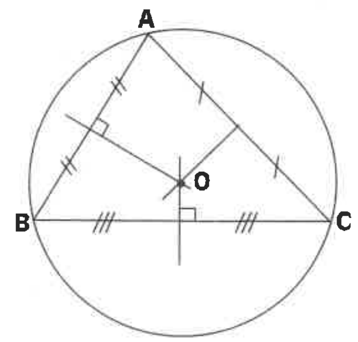


Le cercle (𝒞) est **circonscrit au** triangle ABC.

Le triangle ABC est **inscrit dans** le cercle (𝒞).

PROPRIÉTÉ

Les médiatrices d'un triangle sont concourantes ; leur point commun est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.

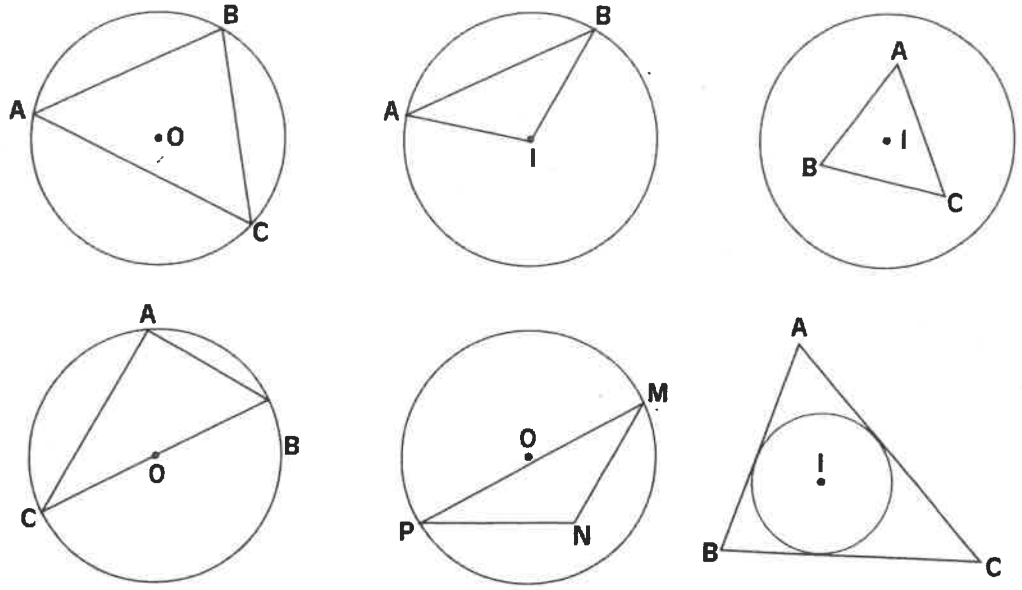


OA = OB = OC

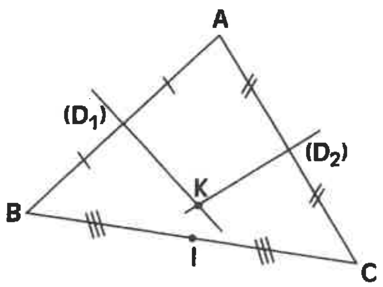
Dans la pratique, il suffit de construire deux des médiatrices pour obtenir le centre du cercle circonscrit.

EXERCICES

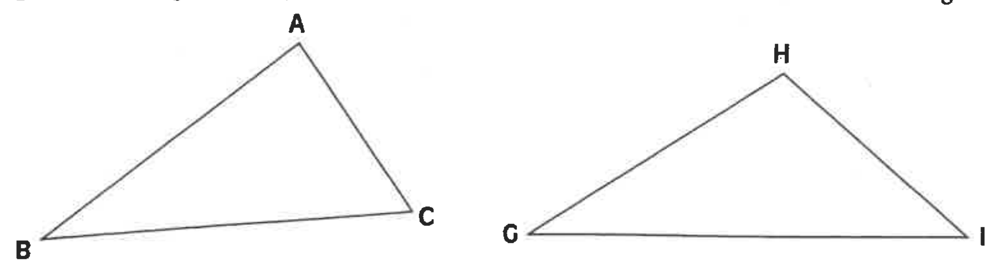
3.a Examine les figures ci-dessous et indique celles où le cercle est circonscrit au triangle.



3.b ABC est un triangle.
I est le milieu de [BC].
Les médiatrices (D_1) de [AB] et (D_2) de [AC] se coupent en K.
• Justifie que les droites (KI) et (BC) sont perpendiculaires.



3.c Reproduis les figures ci-dessous et trace le cercle circonscrit à chacun de ces triangles.



3.d Trace un triangle isocèle IJK de sommet principal I.
Construis la médiatrice (D) de [IK].
On désigne par A le milieu de [JK] et B le point d'intersection de (D) et (AI).

1) Fais une figure.

2) Pourquoi le point B est-il le centre du cercle circonscrit au triangle IJK ?

4 Régionnement du plan par la médiatrice d'un segment

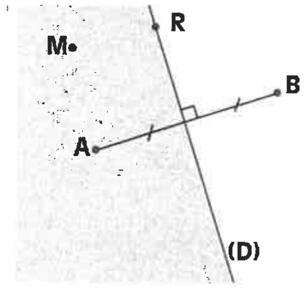
4.1 PROPRIÉTÉ

Activité 1

La droite (D) détermine deux demi-plans, l'un contenant le point A, l'autre contenant le point B.

• Place deux points M et N dans le demi-plan contenant le point A.

Activité 2



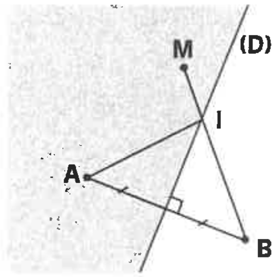
(D) est la médiatrice du segment [AB] donné.

•Place un point R sur la droite (D).
Justifie que RA = RB.

•Place un point M dans le demi-plan contenant le point A.
Compare MA et MB.

• Place un point N dans le demi-plan contenant le point B.
Compare NA et NB.

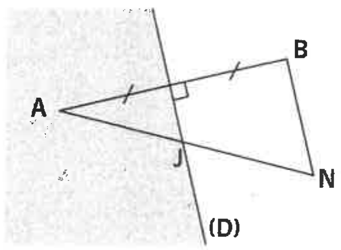
Activité 3



(D) est la médiatrice du segment [AB] donné.
M est un point du demi-plan contenant le point A.

• Explique pourquoi : MA < MI + IA
• Explique pourquoi : MB = MI + IB
• Compare MA et MB. Justifie ta réponse.

Activité 4

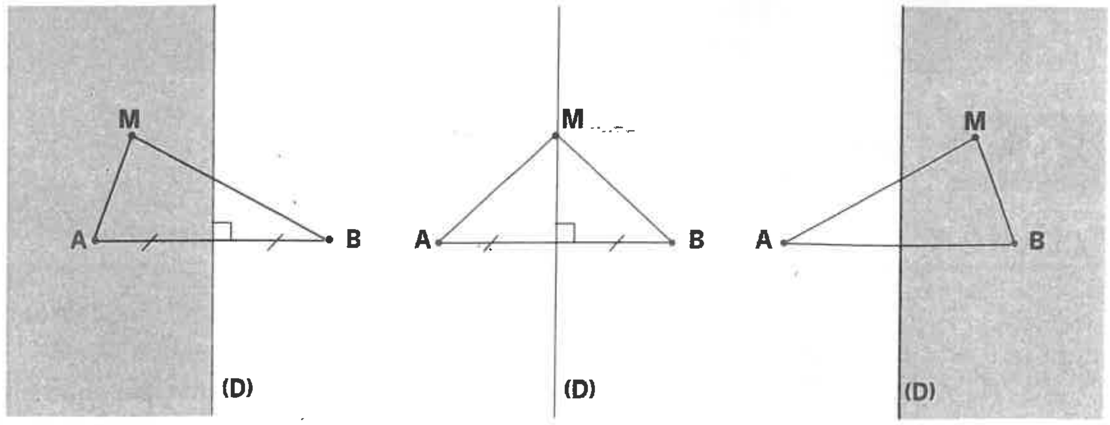


(D) est la médiatrice du segment [AB] donné.
N est un point du demi-plan contenant le point B.

• En refaisant le raisonnement précédent, compare NA et NB.

PROPRIÉTÉ

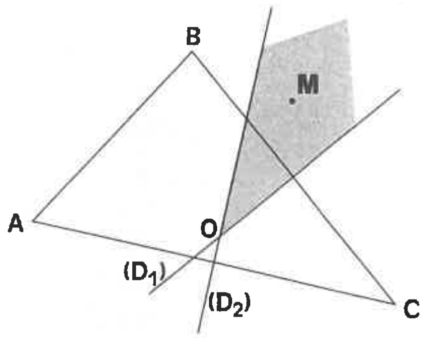
La médiatrice (D) d'un segment [AB] détermine deux demi-plans.
Si un point M appartient au demi-plan contenant le point A, alors MA < MB.
Si un point M appartient a la droite (D), alors MA = MB.
Si un point M appartient au demi-plan contenant le point B, alors MA > MB.



MA < MB MA = MB MA > MB

EXERCICE

4.a ABC est un triangle.
(D_1) et (D_2) sont les médiatrices respectives des côtés [BC] et [AC].
M est un point situé dans la partie tramée en gris.
• Range dans l'ordre croissant : MA, MB et MC.

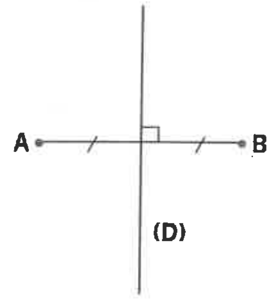


4.2 PROPRIÉTÉ RÉCIRROQUE

Activité 1

L'unité est le cm ;
(D) est la médiatrice du segment [AB] de longueur 6 cm.
Place des points M, N et P tels que :
MA = 5 et MB = 4
NA = 3 et NB = 7
PA = 4,5 et PB = 4,5
• Précise la position de chacun de ces points par rapport à la droite (D) et aux points A et B.

Activité 2



(D) est la médiatrice du segment [AB].
• Place :
– un point P tel que PA < PB
– un point Q tel que QA = QB
– un point R tel que RA > RB
• Situe par rapport à la droite (D) chacun des points P, Q et R.

PROPRIÉTÉ

La médiatrice (D) d'un segment [AB] détermine deux demi-plans.
Si MA < MB, alors le point M appartient au demi-plan contenant le point A.
Si MA = MB, alors le point M appartient à la droite (D).
Si MA > MB, alors le point M appartient au demi-plan contenant le point B.

EXERCICES

4.b C et D sont deux points du plan.
• Colorie la région du plan formée par les points M tels que : MC < MD

4.c A, B et C sont trois points non alignés du plan.
• Colorie la région du plan formée par les points M tels que :
MA < MB et MA < MC.

EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

A, B, C sont trois points non alignés donnés. Colorie l'ensemble des points M du plan tels que : MB < MC < MA

Lecture de l'énoncé

Données : 3 points A, B, C non alignés

Objectif : Il s'agit de trouver l'ensemble des points M du plan tels que l'on ait à la fois : MB < MC et MC < MA.

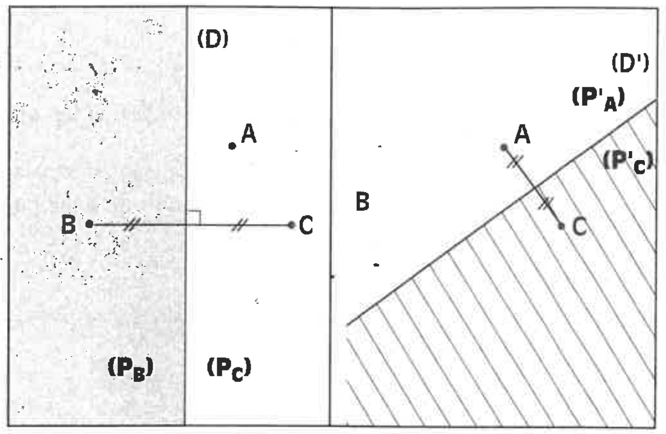
Solution

Recherche d'une solution

• La condition MB < MC me fait penser au régionnement du plan par la médiatrice du segment [BC].
Les points du demi-plan (P_B) sont tels que : MB < MC.

• Je déterminerai de la même manière l'ensemble des points du plan vérifiant : MC < MA.
(Régionnement du plan par la médiatrice (D') de [AC])

• Puis, je déterminerai la partie commune à ces deux ensembles.



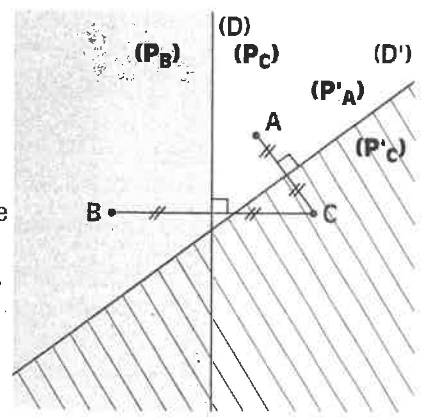
Rédaction de la solution

La médiatrice (D) de [BC] détermine deux demi-plans. L'un (P_B) contient B, l'autre (P_C) contient C.

Les points M de (P_B) sont les seuls qui vérifient la condition MB < MC. (P_B) est donc l'ensemble des points M du plan tels que MB < MC.

En considérant la médiatrice (D') de [AC], je peux justifier de la même façon que l'ensemble des points M du plan tels que MC < MA est un demi-plan contenant C, déterminé par (D').

L'ensemble des points cherchés est donc l'ensemble des points appartenant à la fois à (P_B) et (P'_C).



Notation ensembliste de la solution

L'ensemble des points appartenant à la fois à (P_B) et (P'_C) est l'intersection des ensembles (P_B) et (P'_C). Il est noté $(P_B) \cap (P'_C)$.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 PROPRIÉTÉS DE LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

1 [AB] et [CD] sont des segments de supports distincts ayant la même médiatrice (L).
Justifie que (AB) et (CD) sont parallèles.
La médiatrice de [AC] coupe la droite (L) en E. Trace le cercle $(\mathscr{C})$ de centre E et de rayon EB.
Justifie que les points A, C et D appartiennent à $(\mathscr{C})$.

2 Trace un cercle $(\mathscr{C})$ de centre O. Marque un point I intérieur au cercle $(\mathscr{C})$ et distinct de O. Construis deux points A et B du cercle $(\mathscr{C})$ qui soient équidistants du point I. Justifie ta construction.
Marque un point C sur la droite (OI). Compare les distances AC et BC.

3 Dans un triangle EFG, trace les médiatrices de [EF] et de [FG].
Marque le point d'intersection I de ces deux médiatrices. Justifie que le point I appartient à la médiatrice de [EG].

4 Trace deux cercles de rayons respectifs 1,5 cm et 3,5 cm, dont les centres O et O' sont distants de 2,5 cm.
Ces cercles sont sécants. Marque E et F, points d'intersection de ces deux cercles.
Justifie que (O'O) est la médiatrice de [EF].

2 UTILISATION DU COMPAS POUR CONSTRUIRE

5 À l'aide de la règle non graduée et du compas, partage un segment [AB] en quatre segments de même longueur.

6 On donne un segment [AB]. Trace les cercles $(\mathscr{C})$ et $(\mathscr{C}')$, de rayon AB, centrés respectivement en A et B ; ils se coupent en E et F.
Trace le cercle $(\mathscr{C}'')$ de centre F et de rayon EF ; il recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ au point C et le cercle $(\mathscr{C}')$ au point D.
Sur la figure obtenue et à l'aide uniquement de la règle non graduée, trace des segments et les médiatrices de ces segments. Explique.

7 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle ABC tel que :
AB = 4 ; BC = 3 et AC = 5.
a) Construis un cercle $(\mathscr{C}_1)$ qui passe par les points A et C et dont le centre appartient à (AB).
b) Construis un cercle $(\mathscr{C}_2)$ qui passe par les points A et B et dont le centre appartient à (AC).

3 CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE

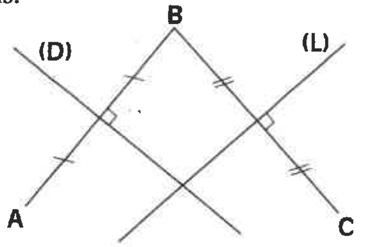
Trace un parallélogramme ABCD qui n'est pas un rectangle.
Construis les médiatrices des côtés de ce quadrilatère. Sont-elles concourantes ?
Trace le cercle circonscrit au triangle ABC.
D est-il un point du cercle ?
Refais l'exercice lorsque ABCD est un rectangle.

Trace un cercle de centre O et de rayon 3 cm. Marque cinq points A, B, C, D et E sur ce cercle.
Justifie que les médiatrices des cinq côtés du polygone ABCDE passent par le point O.
La médiatrice de [AC] passe-t-elle par O ? Justifie ta réponse.

A, B et C sont trois points d'un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Construis les médiatrice de [OA], [OB] et [OC], puis le cercle circonscrit à chacun des triangles OAB, OBC et OCA.

4 RÉGIONNEMENT DU PLAN PAR LA MÉDIATRICE D'UN SEGMENT

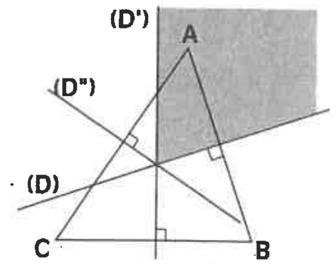
11 (D) est la médiatrice de [AB] et (L) la médiatrice de [BC]. Reproduis la figure ci-dessous.



Trouve l'ensemble de tous les points M du plan qui vérifient simultanément les deux conditions :

MA < MB et MC < MB.

12 (D) est la médiatrice de [AB], (D') la médiatrice de [BC] et (D'') la médiatrice de [CA].

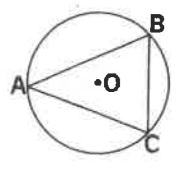


a) Trouve l'ensemble de tous les points M du plan qui vérifient simultanément les trois conditions :

MA < MB et MC < MB et MC < MA.

b) Trouve les conditions indiquant que le point M est situé dans la partie du plan contenant le point A et délimitée par les droites (D) et (D'). (Partie grisée du dessin)

13 O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC. Reproduis la figure.



Trouve l'ensemble de tous les points M du plan qui vérifient simultanément les trois conditions :

MA < MB et MA < MC et MO < OA.

14 L'unité de longueur est le cm, construis un triangle ABC tel que :

AB = 3,2 ; AC = 1,8 ; BC = 3 .

Colorie l'ensemble des points M du plan tels que : MA < MB et MC < 1,5.

APPROFONDISSEMENT

15 L'unité est le cm.

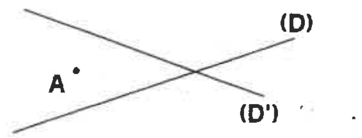
A, B, C, D, E sont des points tels que :
AB = 6,5 ; AC = 6,5 ; AD = 7,5 ;
AE = 12 ; BC = 5 ; BD = 7 ;
BE = 6,5 ; CD = 2 ; CE = 6,5 ; DE = 7,5

Justifie que (AE) est la médiatrice de [BC] et que (BD) est la médiatrice de [AE].

Cite deux points de la figure appartenant à une droite perpendiculaire à (CD).

Construis la figure en utilisant la règle graduée et le compas.

16 Reproduis la figure incomplète, ci-dessous, où ont été effacés les sommets B et C d'un triangle ABC.

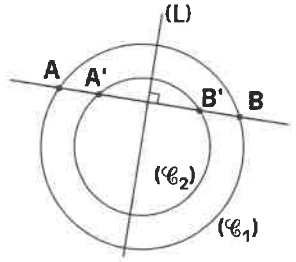


Construis ce triangle sachant que :
- (D) est la médiatrice de [BC] ;
- (D') est la médiatrice de [AB].

Explique tes constructions.

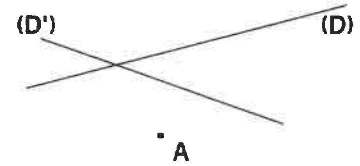
17 Construis un triangle ABC rectangle en A.
Construis la médiatrice (D) de [BC] ; cette médiatrice coupe (BC) au point O.
Construis le point A' symétrique de A par rapport à (D) et le point E symétrique de A par rapport à (BC).
Justifie que OA = OA' = OE.
Quelles sont les droites symétriques des droites (AB) et (AC) par rapport à (D) ?
Justifie que ces deux droites sont perpendiculaires.

18 ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) sont deux cercles de même centre.
Une corde [AB] du cercle ($\mathscr{C}_1$) coupe le cercle ($\mathscr{C}_2$) aux points A' et B' comme l'indique la figure.
La droite (L) est la médiatrice de [AB].



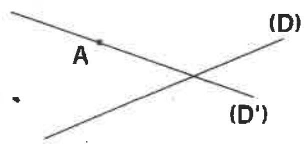
Justifie que : AA' = BB'.

19 Reproduis la figure ci-dessous.



À l'aide de la règle non graduée et du compas, construis le triangle ABC sachant que :
- la droite (D) est une hauteur du triangle ;
- la droite (D') est le support d'un côté.

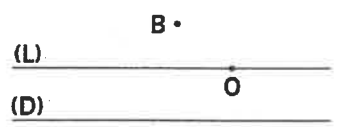
20 Reproduis la figure incomplète ci-dessous, où ont été effacés les sommets B et C d'un triangle ABC, rectangle en A.



Construis ce triangle sachant que :
- la droite (D) est la médiatrice de [BA] ;
- la droite (D') est la hauteur passant par A.

Explique tes constructions.

21 O est le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC dont on connaît :
- le sommet B ;
- la médiatrice (L) de [BC] ;
- la hauteur (D) passant par A.



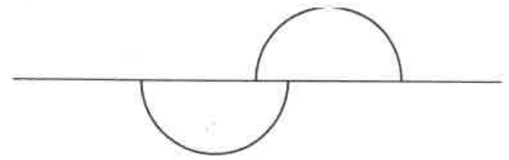
Construis le triangle ABC et explique tes constructions.

22 Le toit d'une case circulaire, qui risque de s'effondrer, doit être consolidé au moyen d'un pilier, qu'il faut placer verticalement au centre de la case. Comment retrouver ce centre ?

23 Un trésor a été caché au pied d'un baobab. Hélas le baobab a disparu depuis longtemps. Le chef du village se souvient seulement que ce baobab était à égale distance du point M de la mare, du point P du puits et du point R du rocher.

Explique comment tu peux retrouver ce trésor.

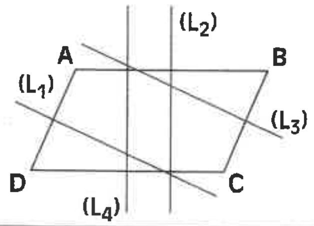
24 La figure ci-dessous est formée de deux demi-cercles de même rayon, symétriques par rapport à un point I.



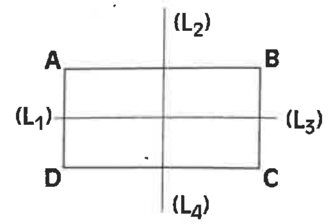
À l'aide du compas et de la règle non graduée, retrouve le point I.
Explique ta construction.

25 Dans les deux dessins suivants, (L_1), (L_2), (L_3), (L_4) sont les médiatrices respectives des côtés [DA], [AB], [BC] et [CD] du quadrilatère ABCD. Reproduis ces dessins.
Dans chaque cas, trouve l'ensemble de tous les points M du plan qui vérifient simultanément les trois conditions suivantes :

MA < MB et MB < MC et MC < MD.

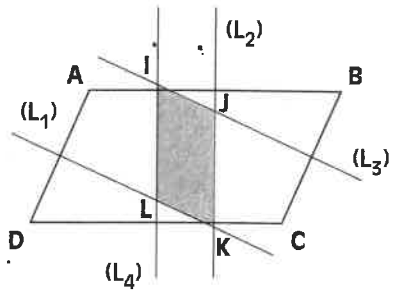


EXERCICES



26 A et B sont deux points du plan.
Dans quelle partie du plan dois-tu placer un point M pour que la médiatrice de [AM] coupe [AB] ?
Dans quelle partie du plan dois-tu placer un point N pour que la médiatrice de [AN] et la médiatrice de [BN] coupent [AB] ?

27 (L_1), (L_2), (L_3), (L_4) sont les médiatrices respectives des côtés [DA], [AB], [BC] et [CD] du parallélogramme ABCD.

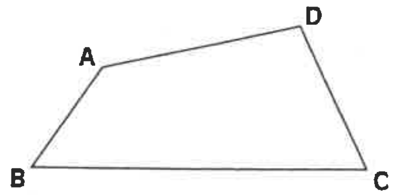


Trouve des relations entre MA, MB, MC et MD pour que le point M se situe dans la partie grisée de la figure.

RECHERCHE

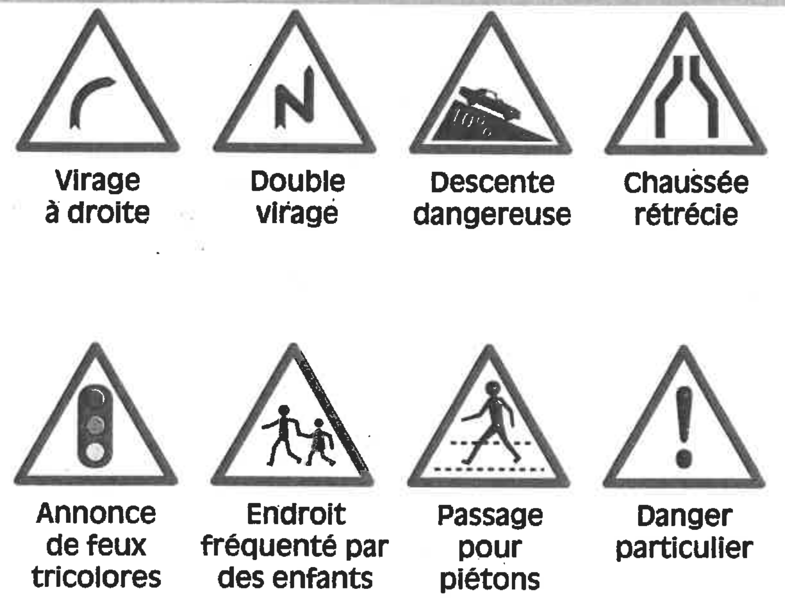
28 L'unité de longueur est le cm.
A, B, C, D et E sont cinq points du plan tels que : AB = 6 ; BC = 4 ; BE = 2 ; BD = 4 ; CE = 5 ; AE = 8 ; DE = 5.
Trois des points A, B, C, D et E sont alignés. Lesquels ? Justifie.
Fais une figure. Justifie que AD = AC.

29 ABCD est un quadrilatère. Construis (L_1), (L_2), (L_3) et (L_4) médiatrices respectives des côtés [AB], [BC], [CD] et [DA].
Les droites (L_1) et (L_2) se coupent en I, (L_3) et (L_4) se coupent en J.



Justifie que la droite (IJ) est la médiatrice du segment [AC].

6 Triangles particuliers



Quelques panneaux de signalisation routière.

SOMMAIRE

1 Triangle isocèle

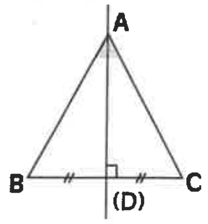
1.1 PROPRIÉTÉS

Activité

L'unité est le cm.
Construis un triangle ABC tel que : AB = AC = 5 ; BC = 4
• Quelle est la nature du triangle ABC ?
• Construis la médiatrice (D) de [BC].
Justifie que (D) est un axe de symétrie du triangle ABC.
• Quelles conséquences peux-tu en tirer ?

PROPRIÉTÉ

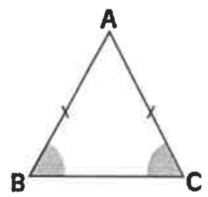
Un triangle isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice de la base.



• (D) est l'axe de symétrie du triangle isocèle ABC
• (D) est la médiatrice de [BC]
• (D) est la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$

PROPRIÉTÉ

Les angles à la base d'un triangle isocèle ont même mesure.

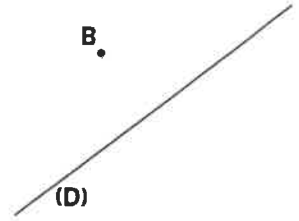


Données : ABC est un triangle isocèle en A

Conclusion : mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$

EXERCICES

1.a Construis un triangle isocèle ABC de sommet principal A, d'axe de symétrie (D) et tel que : mes $\widehat{BCA}$ = 70°

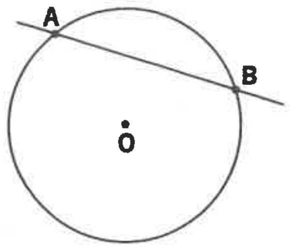


1.b Un triangle isocèle ABC a un angle de mesure 40°. Quelles peuvent être les mesures des autres angles ?

1.c Un triangle isocèle ABC a un angle de mesure 100°. Quelles sont les mesures des autres angles ?

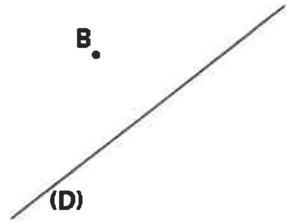
1.2 RECONNAÎTRE UN TRIANGLE ISOCÈLE

Activité : utiliser les côtés



A et B sont des points d'un cercle de centre O.
La corde [AB] n'est pas un diamètre.
• Quelle est la nature du triangle AOB ?
Justifie ta réponse.

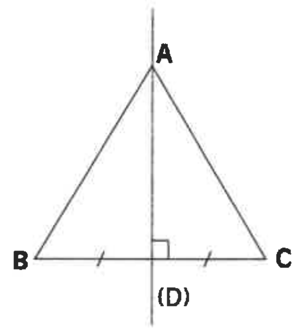
Activité : utiliser l'axe de symétrie



Construis un triangle ABC tel que la droite (D) soit un axe de symétrie du triangle.
• Quelle est la nature du triangle ABC ?
Justifie ta réponse.

PROPRIÉTÉ

Si un triangle admet un axe de symétrie, alors il est isocèle.

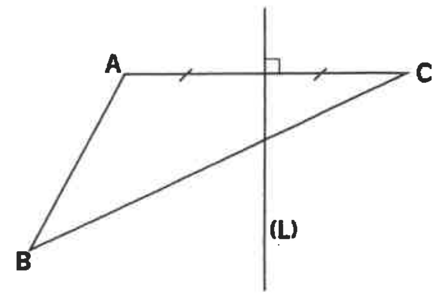


Données : (D) est un axe de symétrie du triangle ABC ; A est un point de (D)

Conclusion : Le triangle ABC est isocèle en A

EXERCICES

1.d ABC est un triangle qui n'a pas d'angle droit.
• Construis le point D symétrique du point B par rapport à la médiatrice (L) du segment [AC].
• Les droites (AB) et (CD) se coupent en E.
Justifie que le point E est sur la droite (L).
• Quelle est la nature du triangle BDE ?
Justifie ta réponse.



Activité : utiliser les angles

Construis un triangle ABC tel que :

BC = 5,5 (l'unité est le cm)

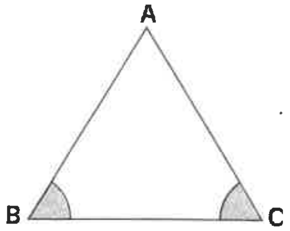
mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$ = 65°

• Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si un triangle a deux angles de même mesure, alors il est isocèle.



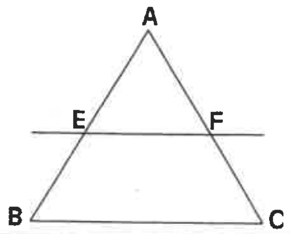
ABC est un triangle

Donnée mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$

Conclusion Le triangle ABC est isocèle en A

EXERCICES

1.e ABC est un triangle isocèle en A.
La droite (EF) est parallèle à la droite (BC).
• Quelle est la nature du triangle AEF ?
Justifie ta réponse.



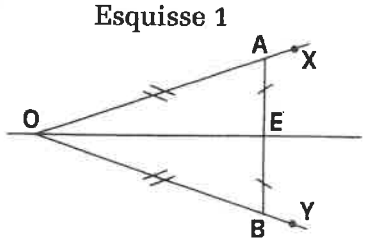
1.3 CONSTRUCTION DE LA BISSECTRICE D'UN ANGLE

Pour construire la bissectrice d'un angle $\widehat{XOY}$, il suffit de le considérer comme l'angle au sommet d'un triangle AOB isocèle en O.

La bissectrice de $\widehat{XOY}$ est l'axe de symétrie du triangle isocèle AOB.
Le problème revient à construire la base du triangle, puis sa médiatrice.
On connaît un point de la médiatrice, le sommet du triangle isocèle ; il suffit de construire un autre point de cette médiatrice.

• **Construction de la bissectrice d'un angle à l'aide de la règle graduée**

Esquisse 1



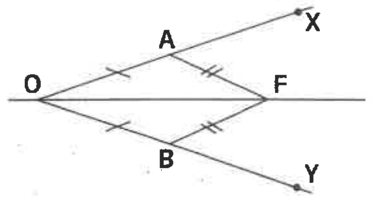
E est le milieu du segment [AB].

• Justifie que la droite (OE) est la bissectrice de l'angle .

• Donne une méthode de construction de la bissectrice d'un angle à l'aide d'une règle graduée.

• **Construction de la bissectrice d'un angle à l'aide du compas et de la règle non graduée**

Esquisse 2



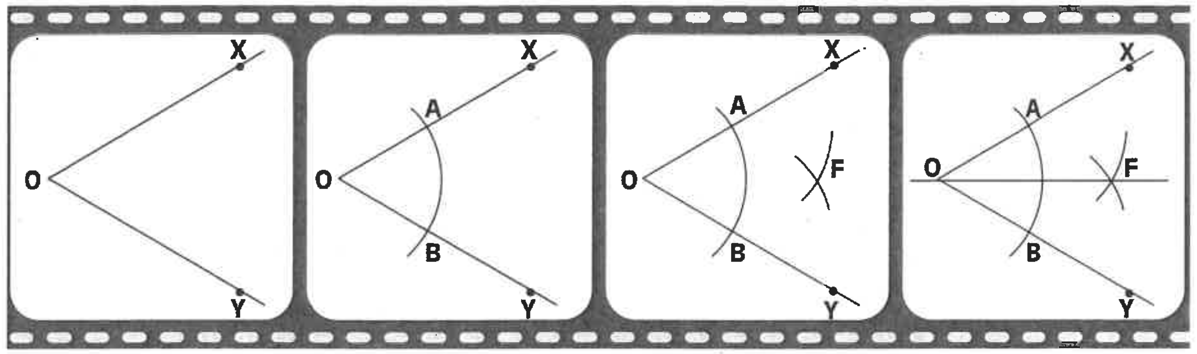
F est un point tel que AF = BF.

• Justifie que la droite (OF) est la bissectrice de l'angle $\widehat{XOY}$.

• Donne une méthode de construction de la bissectrice d'un angle à l'aide du compas et de la règle non graduée.

FILM DE CONSTRUCTION

Comment construire la bissectrice d'un angle à l'aide d'un compas.



2 Triangle équilatéral

2.1 PROPRIÉTÉS

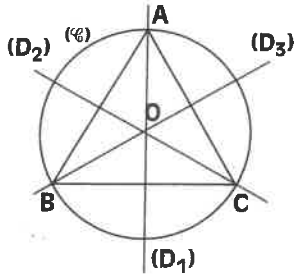
Activité

• Construis un triangle dont la longueur des côtés est 3 cm. Quelle est la nature de ce triangle ?

• Construis les médiatrices des côtés de ce triangle.
Justifie que ces droites sont des axes de symétrie de ce triangle.
Le centre du cercle circonscrit au triangle est-il un centre de symétrie de ce triangle.
Justifie ta réponse.

PROPRIÉTÉ

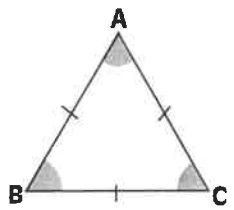
Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie ; ce sont les médiatrices des côtés.



(D_1), (D_2) et (D_3) sont les axes de symétrie du triangle équilatéral ABC.
Le centre du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC n'est pas un centre de symétrie de ce triangle.

PROPRIÉTÉ

Les angles d'un triangle équilatéral ont même mesure : 60°.



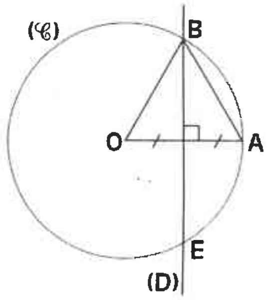
Donnée	Le triangle ABC est équilatéral
Conclusion	mes $\widehat{A}$ = mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$ = 60°

EXERCICE

2.a À l'aide du compas et de la règle, construis un angle de 60°, un angle de 30°, un angle de 120°.

2.2 RECONNAÎTRE UN TRIANGLE ÉQUILATÉRAL

Activité : utiliser les côtés



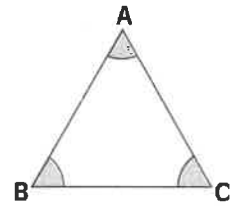
(𝒞) est un cercle de centre O.
A est un point du cercle (𝒞).
(D) est la médiatrice du segment [OA].
La droite (D) coupe le cercle (𝒞) aux points B et E.
• Justifie que le triangle AOB est équilatéral (on pourra comparer BO et BA, OA et OB).

Activité : utiliser les angles

• Construis un triangle ABC tel que la longueur du côté [BC] est 6,5 cm et mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$ = 60°.
Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{A}$? Justifie ta réponse.
Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
• Un triangle isocèle a un angle de 60°. Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse.

PROPRIÉTÉ

Si un triangle a ses trois angles de même mesure, alors il est équilatéral.



ABC est un triangle

Donnée	mes $\widehat{A}$ = mes $\widehat{B}$ = mes $\widehat{C}$
Conclusion	Le triangle ABC est équilatéral

PROPRIÉTÉ

Un triangle isocèle qui a un angle de 60° est équilatéral.

EXERCICE

2.b Construis un angle $\widehat{AOB}$ de 30°.
Construis le symétrique A' du point A par rapport à (OB).
• Quelle est la nature du triangle OAA' ? Justifie ta réponse.

3 Triangle rectangle

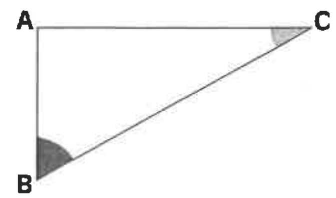
3.1 PROPRIÉTÉ

Activité

• Construis un triangle ABC rectangle en A dont la longueur d'un côté est 6 cm et dont la longueur de l'hypoténuse est 8 cm.
• Calcule mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$.

PROPRIÉTÉ

Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires.



Donnée	ABC est un triangle rectangle en A
Conclusion	mes $\widehat{B}$ + mes $\widehat{C}$ = 90°

EXERCICES

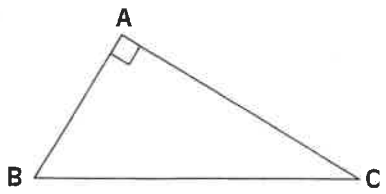
3.a Les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ du tableau ci-dessous désignent les angles aigus du triangle ABC rectangle en A. Recopie, puis complète le tableau.

La mesure de l'angle $\widehat{B}$ est		45°	60°		75°			18°
La mesure de l'angle $\widehat{C}$ est	50°			28°		25°	67°	50°

3.b Construis un triangle ABC rectangle en A.
Construis la hauteur (AH), le point H appartenant à la droite (BC).
- Compare les mesures des angles $\widehat{ABH}$ et $\widehat{HAC}$.
- Compare les mesures des angles $\widehat{BAH}$ et $\widehat{ACH}$.

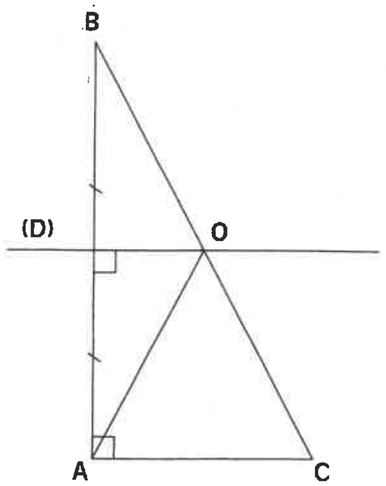
3.2 CERCLE CIRCONSCRIT

Activité 1



ABC est un triangle rectangle en A.
- Construis le cercle circonscrit à ce triangle.

Activité 2



ABC est un triangle rectangle en A.

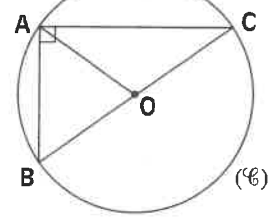
La médiatrice (D) du côté [AB] coupe l'hypoténuse [BC] en O.
On veut justifier que le point O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.
Il s'agit donc de justifier que : OA = OB = OC.
La figure ci-contre suggère de justifier que :
1) OA = OB
2) OA = OC.

Cette deuxième étape revient à justifier que le triangle OAC est isocèle en O.

Il suffit alors de justifier que : mes $\widehat{OAC}$ = mes $\widehat{OCA}$, en utilisant :
- soit des angles alternes-internes et correspondants
- soit des angles complémentaires.

PROPRIÉTÉ

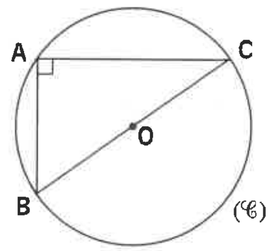
Si un triangle ABC est rectangle en A, alors le cercle de diamètre [BC] passe par A.



OA = OB = OC

PROPRIÉTÉ

L'hypoténuse d'un triangle rectangle est le côté le plus long de ce triangle.



Le diamètre [BC] est la corde la plus longue dans le cercle (𝒞).

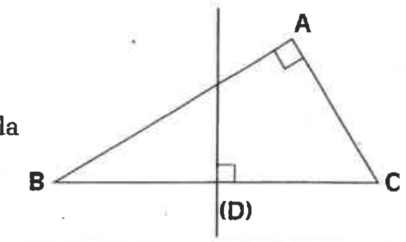
BC > AB ,

BC > AC

EXERCICES

3.c ABC est un triangle rectangle en A.
Les points G, H et I sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC] et [CA].
1) Justifie que la droite (GH) est la médiatrice du segment [AB].
2) Justifie que le quadrilatère AGHI est un rectangle.

3.d ABC est un triangle rectangle en A.
(D) est la médiatrice de l'hypoténuse [BC].
Le point E est le symétrique du point A par rapport à la droite (D).
- Construis le cercle circonscrit au triangle BEC.



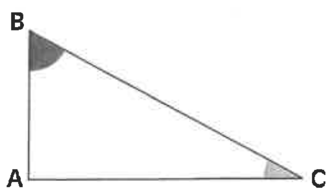
3.3 RECONNAÎTRE UN TRIANGLE RECTANGLE

Activité : utiliser les angles

ABC est un triangle tel que les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont complémentaires.
- Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.

PROPRIÉTÉ

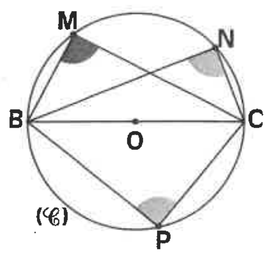
Si un triangle a deux angles complémentaires, alors il est rectangle.



ABC est un triangle

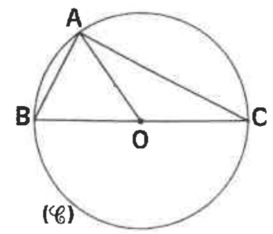
Donnée	$\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont des angles complémentaires
Conclusion	Le triangle ABC est rectangle en A

Activité : utiliser le cercle circonscrit



[BC] est un diamètre d'un cercle (𝒞).
M, N et P sont des points du cercle (𝒞).

- Mesure les angles $\widehat{BMC}$, $\widehat{BNC}$ et $\widehat{BPC}$.
Que constates-tu ?

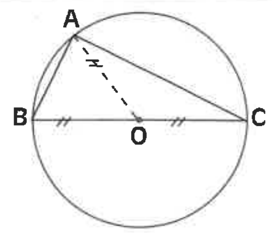


A est un point du cercle (𝒞) de diamètre [BC], distinct des points B et C.

- Justifie que l'angle $\widehat{BAC}$ est droit.

PROPRIÉTÉ

Si A est un point du cercle de diamètre [BC], alors le triangle ABC est rectangle en A.



Le triangle ABC est rectangle en A.

EXERCICES

3.e Construis un triangle rectangle MNP dont la longueur de l'hypoténuse [MN] est 8 cm et dont la longueur du côté [MP] est 6 cm.

3.f Construis un triangle rectangle isocèle dont la longueur de l'hypoténuse est 6 cm.
- Calcule la mesure des angles de ce triangle.

3.g Construis un triangle rectangle dont un angle mesure 30° et la longueur de l'hypoténuse est 5 cm.

3.h Construis un triangle BCD isocèle en C.
Construis le point F symétrique du sommet B par rapport au point C.
- Justifie que : (FD) ⊥ (BD)

EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

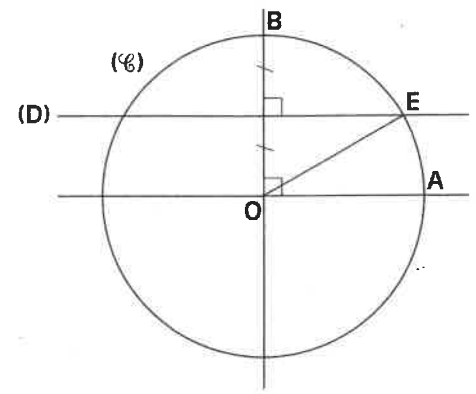
(𝒞) est un cercle de centre O. A et B sont deux points de (𝒞) tels que (OA) soit perpendiculaire à (OB). La médiatrice (D) de [OB] coupe (𝒞) en deux points. On désigne par E celui qui est le plus proche de A. Justifier que l'angle $\widehat{AOE}$ mesure 30°.

Solution

Lecture de l'énoncé

Données :
A ∈ (𝒞)
B ∈ (𝒞)
(OA) ⊥ (OB)
(D) est médiatrice de [OB]
E ∈ (𝒞)
E ∈ (D)

Conclusion :
mes $\widehat{AOE}$ = 30°



Recherche d'une démarche

La figure et les hypothèses m'incitent à chercher d'abord la mesure de l'angle $\widehat{EOB}$ (complémentaire de $\widehat{AOE}$). Le fait que (D) soit la médiatrice de [OB] me suggère de considérer un triangle dont (D) est un axe de symétrie. Le triangle OBE semble équilatéral. Je vais étudier la nature de ce triangle.

Rédaction de la solution

E étant un point de la médiatrice de [OB], le triangle OBE est isocèle de base [OB]. Donc BE = OE.
B et E étant des points du cercle, OB = OE.
D'où BE = OE = OB.

Le triangle OBE est donc équilatéral : mes $\widehat{EOB}$ = 60°.

$\widehat{AOE}$ est le complémentaire de $\widehat{EOB}$, donc mes $\widehat{AOE}$ = 30°.

ENTRAINEMENT

1 TRIANGLE ISOCÈLE

1 L'unité est le cm ; construis un triangle ABC isocèle en C tel que AB = 7 et AC = 5

2 Construis un triangle ABC tel que la longueur de chacun des côtés [AC] et [BC] est 6 cm et mes $\widehat{A}$ = 70°.
Donne les mesures des angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$. Justifie tes réponses.

3 Construis un triangle ABC tel que la médiatrice du côté [AB] passe par le sommet C. Justifie que le triangle ABC est isocèle.

4 Construis un triangle OPQ isocèle en O tel que la longueur du côté [PQ] est 4,5 cm et mes $\widehat{O}$ = 80°.

5 Construis un triangle ABC isocèle en C.
Construis les bissectrices des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$; ces bissectrices se coupent en E.
Quelle est la nature du triangle ABE ? Justifie ta réponse.

6 Recopie le tableau ci-dessous où chaque colonne indique les mesures de deux angles d'un triangle ABC.

$\widehat{A}$	15°	70°	17°	55°	12°	90°
$\widehat{C}$	81°	40°	103°	55°	154°	45°
$\widehat{B}$						

Complète le tableau en donnant la mesure de l'angle $\widehat{B}$. Dans les cas où le triangle est isocèle, donne son sommet principal.

2 TRIANGLE EQUILATÉRAL

7 Construis un triangle équilatéral dont la longueur du côté est 5 cm.

8 Construis un triangle isocèle MNP tel que la longueur du côté [MP] est 8 cm et mes $\widehat{P}$ = 60°.
Donne les mesures des deux autres angles du triangle. Justifie tes réponses.

9 Construis un triangle BCD tel que DB = DC = 6 (unité : le cm) et mes $\widehat{D}$ = 60°.
Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse.

10 Marque deux points O et O'.
Trace deux cercles de rayon [OO'], l'un de centre O et l'autre de centre O' ; ces deux cercles se coupent en deux points A et B.
Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{AOB}$ et $\widehat{AO'B}$? Explique ta réponse.

3 TRIANGLE RECTANGLE

11 Construis un triangle RST rectangle en T tel que la longueur du côté [RS] soit 7 cm et mes $\widehat{R}$ = 60°.
Donne la mesure de l'angle $\widehat{S}$.

12 Construis un triangle ABC rectangle isocèle en A tel que la longueur du côté [BC] soit 8 cm.

13 Construis un triangle ABC tel que la longueur du côté [AB] est 6,5 cm et mes $\widehat{A}$ = mes $\widehat{B}$ = 45°.
Quelle est la nature de ce triangle ? Justifie ta réponse.
Donne la mesure de l'angle $\widehat{C}$. Justifie ta réponse.

14 L'unité est le cm.
Dans chacun des quatre cas suivants, construis un triangle IJK rectangle en K :
a) IJ = 7 et IK = 3 ;
b) IJ = 6,5 et JK = 4 ;
c) mes $\widehat{I}$ = 65° et IK = 5 ;
d) mes $\widehat{J}$ = 70° et IK = 8.

15 Construis un triangle EFG rectangle en E tel que la longueur du côté [EG] soit 5 cm et mes $\widehat{G}$ = 45°.
Justifie que EFG est isocèle.

16 Construis un triangle ABC rectangle en A, inscrit dans un cercle de diamètre 6 cm et tel que mes $\widehat{CBA}$ = 40°. Donne la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$.

17 Construis un triangle ABC rectangle en B. La médiatrice de [BC] coupe (AC) en I.
Quelle est la nature de chacun des triangles IBC et IAB ? Justifie tes réponses.

18 Construis un triangle MNP isocèle en M.
Place un point Q (Q ≠ P) sur (MP) tel que MQ = MP. Justifie que le triangle NPQ est rectangle.
Trace le cercle circonscrit au triangle NPQ.

19 Trace un cercle de centre O et de rayon 4 cm. Trace deux diamètres [EF] et [IJ] tels que leurs supports ne soient pas perpendiculaires ; joins les extrémités de ces diamètres par des droites.
Détermine les angles droits de la figure et justifie tes réponses.

APPROFONDISSEMENT

20 L'unité est le cm.
Dans chacun des cas suivants, construis un triangle MNP isocèle en M et dont [MI] est une hauteur :
a) NP = 5 et MI = 7 ;
b) MI = 4,5 et mes $\widehat{M}$ = 80° ;
c) MI = 6 et mes $\widehat{N}$ = 30°.

21 Justifie les phrases ci-dessous lorsqu'elles sont vraies, donne un exemple lorsqu'elles sont fausses.
a) " Chaque triangle isocèle ayant un angle de 45° est rectangle".
b) " Chaque triangle rectangle ayant un angle de 45° est isocèle".
c) " Chaque triangle isocèle ayant un angle de 60° est équilatéral".

22 Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et un cercle ($\mathscr{C}'$) de centre O', les rayons des deux cercles étant différents. Ces deux cercles sont sécants aux points M et N.
Trace la droite (MO), elle recoupe le cercle ($\mathscr{C}$) au point A.
Trace la droite (MO'), elle recoupe le cercle ($\mathscr{C}'$) au point B.
Justifie que les triangles MAN et MBN sont rectangles.
Justifie que les points A, N et B sont alignés.

23 Un triangle ABC isocèle en A a deux angles de 36°. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{A}$?
La médiatrice de [AC] coupe (BC) en I ; fais une figure en prenant BC = 6 (unité : le cm).
Quelle est la nature du triangle AIC ? Justifie ta réponse.
Calcule la mesure de l'angle $\widehat{AIC}$. Justifie que le triangle AIB est isocèle en B.

24 L'unité de longueur est le cm. Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 4.
Sur le cercle ($\mathscr{C}$) marque deux points A et B tels que mes $\widehat{OBA}$ = 56°.
Place un point C sur la droite (AB) tel que C ∉ [BA] et CB = 4.
La droite (CO) coupe le cercle aux points E et D tel que D ∈ [CO].
Calcule la mesure de chacun des angles $\widehat{OCB}$, $\widehat{AOD}$ et $\widehat{AOE}$.

25 Trace un triangle ABC et la hauteur passant par C ; elle coupe (AB) en I.
Trace la hauteur passant par B, elle coupe (AC) en J.
Justifie que les points C, B, I et J appartiennent à un même cercle ($\mathscr{C}$). Construis le centre O de ce cercle.
Justifie que la médiatrice de [IJ] passe par le point O.

26 L'unité de longueur est le cm. Trace un segment [OO'] tel que OO' = 8. Trace le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon 4 et le cercle ($\mathscr{C}'$) de centre O' et de rayon 6 ; ces deux cercles se coupent aux points A et B.
Construis la droite (D) passant par A et perpendiculaire à (AB) ; cette droite (D) recoupe le cercle ($\mathscr{C}$) au point M et le cercle ($\mathscr{C}'$) au point N.
Justifie que [BM] est un diamètre du cercle ($\mathscr{C}$).
Justifie que les points B, O' et N sont alignés.

27 Trace un triangle ABC et le cercle ($\mathscr{C}$) de diamètre [AB] ; ce cercle coupe (BC) au point H. Que représente la droite (AH) pour le triangle ABC ? Justifie que le point H appartient au cercle ($\mathscr{C}'$) de diamètre [AC].

28 Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon [OA].

EXERCICES

Construis la médiatrice (D) de [OA] ; cette médiatrice coupe le cercle ($\mathscr{C}$) aux points E et F. Justifie que chacun des triangles OEA et OFA est équilatéral.

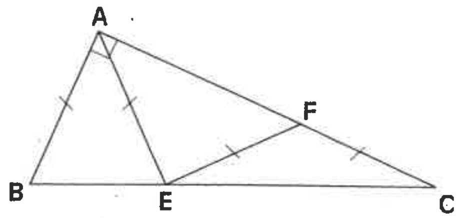
29 Dans un triangle ABC, les bissectrices des angles B et C se coupent en I.
La parallèle à (AB) passant par I coupe [BC] en M et la parallèle à (AC) passant par I coupe [BC] en N. Justifie que le périmètre du triangle MIN est égal à BC.

30 Trace un triangle ABC ; construis la bissectrice de l'angle A ; elle coupe [BC] en I.
Construis la parallèle à (AI) passant par C ; elle coupe (AB) en E. Justifie que : AC = AE.

31 Trace un triangle ABC ; sur la demi-droite portée par (AB), d'origine A et ne contenant pas le point B, place le point E tel que AC = AE.
Justifie que (CE) est parallèle à la bissectrice de l'angle A du triangle ABC.

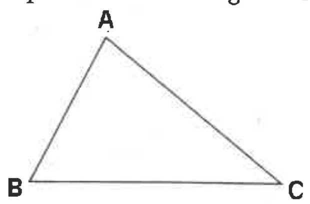
RECHERCHE

32 Sur la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle en A et AB = AE = EF = FC.



Justifie que les droites (AE) et (EF) sont perpendiculaires.
Construis le triangle ABC sachant que le côté [AB] mesure 3 cm.

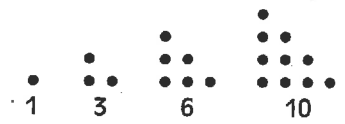
33 Place un point M sur le segment [BC] de telle façon que le périmètre du triangle ABM soit égal au périmètre du triangle AMC.



Donne une méthode de construction du point M.

NOMBRES ET CONFIGURATIONS DU PLAN

34 Les nombres ci-dessous 1, 3, 6, et 10 sont appelés "**nombres triangulaires**".
À ton avis, pourquoi ce nom ?

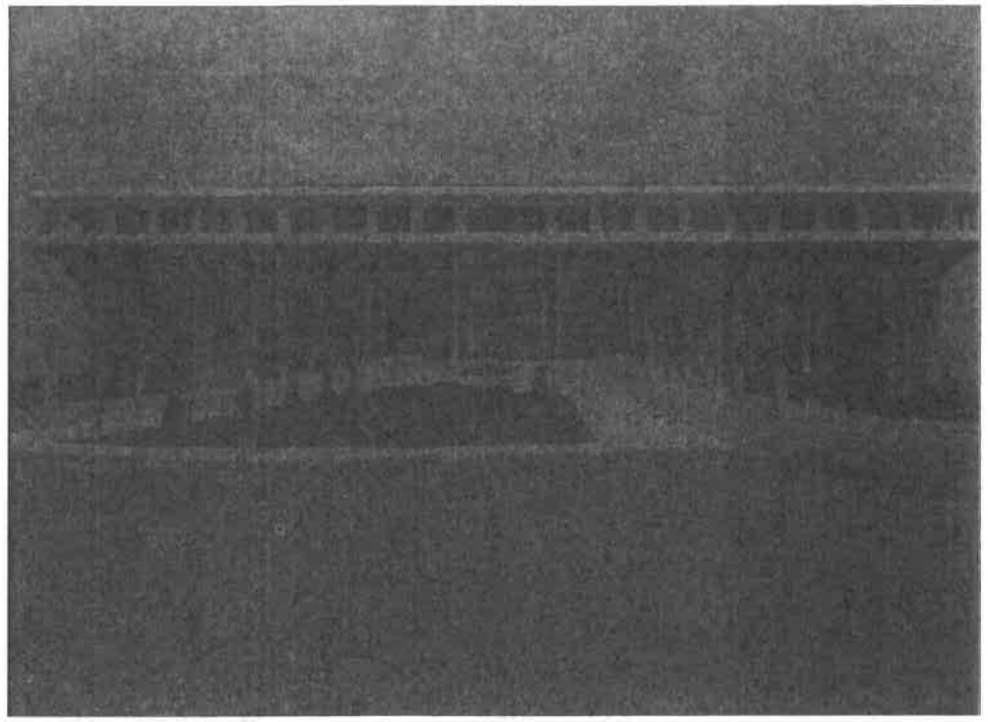


Ce sont les quatre premiers nombres triangulaires.
Fais un dessin représentant le 5^{e} nombre triangulaire.
Qu'ajoutes-tu au 1er nombre triangulaire pour obtenir le 2^{e} ?
Qu'ajoutes-tu au 2^{e} nombre triangulaire pour obtenir le 3^{e} ?
Qu'ajoutes-tu au 3^{e} nombre triangulaire pour obtenir le 4^{e} ?

Tu peux constater que les quatre premiers nombres triangulaires peuvent s'écrire :
$1 = 1$; $3 = 1 + 2$; $6 = 1 + 2 + 3$
et $10 = 1 + 2 + 3 + 4$
Vérifie pour le 5^{e} et le 6^{e} nombre triangulaire.
Peux-tu trouver la somme des 20 premiers nombres entiers naturels (de 1 à 20) ?

7

Parallélogrammes

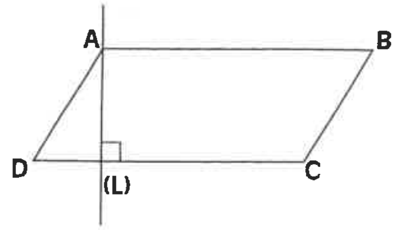


Architecture contemporaine : la Fondation Houphouët-Boigny à Yamoussoukro (Côte-d'Ivoire)

SOMMAIRE

1 Parallélogramme

1.1 ACTIVITÉ

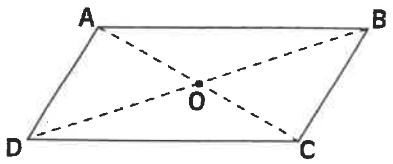


ABCD est un parallélogramme.
(L) est la perpendiculaire à (DC) passant par A.

• Construis, à l'aide de la règle non graduée, la perpendiculaire à (AB) passant par C.

1.2 PROPRIÉTÉ

Activité

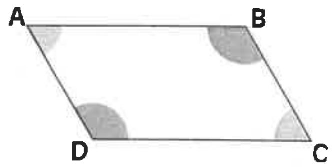


ABCD est un parallélogramme de centre O.
• Cite les sommets opposés de ce parallélogramme.
Justifie que les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{D}$ ont même mesure.

• Cite les sommets consécutifs au sommet B.
Justifie que les angles $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$ sont supplémentaires

PROPRIÉTÉ

Dans un parallélogramme :
- les angles des sommets opposés ont même mesure.
- les angles de deux sommets consécutifs sont supplémentaires.

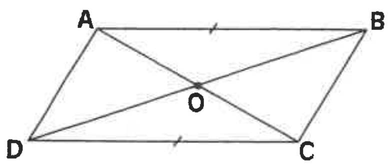


Donnée : ABCD est un parallélogramme

Conclusions : mes $\widehat{A}$ = mes $\widehat{C}$; $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$ sont supplémentaires

1.3 RECONNAÎTRE UN PARALLÉLOGRAMME

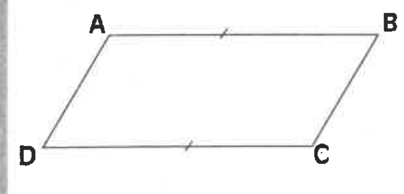
Activité



• On sait que dans un parallélogramme, les côtés opposés ont même longueur et ont des supports parallèles.
• ABCD est un quadrilatère tel que : (AB) // (DC) et AB = DC.
On veut justifier que ABCD est un parallélogramme.
Pour cela, justifie que les triangles OAB et OCD sont superposables.

PROPRIÉTÉ

Si un quadrilatère a deux côtés opposés de même longueur et de supports parallèles, alors c'est un parallélogramme.



Données : ABCD est un quadrilatère ; (AB) // (DC) ; AB = DC

Conclusion : ABCD est un parallélogramme

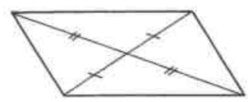
EXERCICE

1.a ABC est un triangle.
Le point D est le symétrique du point A par rapport au milieu I du segment [BC].
Le point E est le symétrique du point D par rapport au point C.
• Justifie que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.
• Justifie que le quadrilatère ABCE est un parallélogramme.

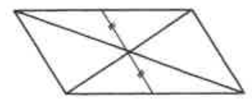
1.4 TABLEAU RÉCAPITULATIF

• **Dans un parallélogramme :**

- Les supports des côtés opposés sont parallèles.

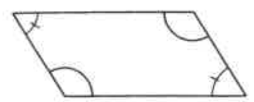


- Les diagonales se coupent en leur milieu.

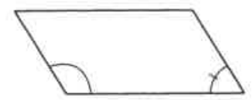


- Le point d'intersection des diagonales est le centre de symétrie .

- Les côtés opposés ont même longueur.



- Les angles des sommets opposés ont même mesure.



- Les angles des sommets consécutifs sont supplémentaires.

• **Reconnaître un parallélogramme**

- Si un **quadrilatère** a les supports des côtés deux à deux parallèles, alors c'est un parallélogramme.
- Si un **quadrilatère** a les côtés opposés de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
- Si un **quadrilatère** a deux côtés opposés de même longueur et de supports parallèles, alors c'est un parallélogramme.
- Si un **quadrilatère** a les diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

2 Rectangle

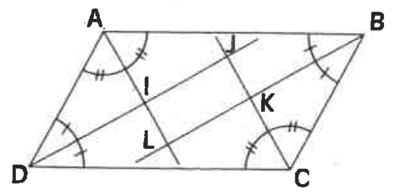
2.1 ACTIVITÉS

Activité 1

Trace deux diamètres [AB] et [CD] d'un cercle ($\mathscr{C}$).

• Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifie ta réponse.

Activité 2



ABCD est un parallélogramme tel que : AB ≠ AD
(AI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{DAB}$.
(BK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.
(CK) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BCD}$.
(DI) est la bissectrice de l'angle $\widehat{CDA}$.

• Justifie que le triangle DJC est rectangle.
• Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? Justifie ta réponse.

2.2 PROPRIÉTÉS

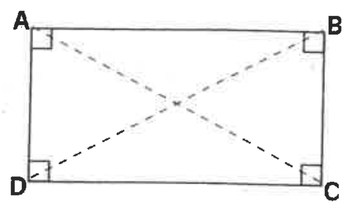
Activité : longueur des diagonales

ABCD est un rectangle.

• Justifie qu'il admet un cercle circonscrit dont tu préciseras le centre.
• Justifie que les diagonales [AC] et [BD] ont même longueur.

PROPRIÉTÉ

Les diagonales d'un rectangle ont même longueur.



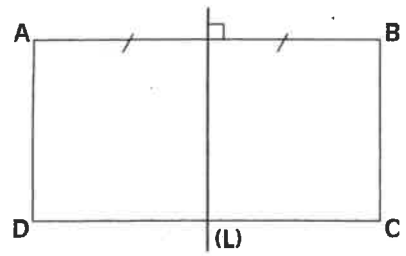
Donnée : [AC] et [BD] sont les diagonales du rectangle ABCD

Conclusion : AC = BD

EXERCICE

2.a Trace un rectangle ABCD et sa diagonale [BD].
Construis la parallèle à (DB) passant par le sommet C ; cette parallèle coupe (AD) en E.
• Quelle est la nature du quadrilatère BCED ? Justifie ta réponse.
• Quelle est la nature du triangle ACE ? Justifie ta réponse.

Activité : axes de symétrie



• ABCD est un rectangle.
(L) est la médiatrice du côté [AB].
Justifie que (L) est un axe de symétrie du rectangle ABCD. (Justifie que D est le symétrique de C par rapport à (L).)

• (AC) coupe (L) en E.
Justifie que la droite (L') perpendiculaire à (L) en E, est axe de symétrie du rectangle ABCD.

PROPRIÉTÉ

Dans un rectangle, les médiatrices des côtés sont des axes de symétrie.

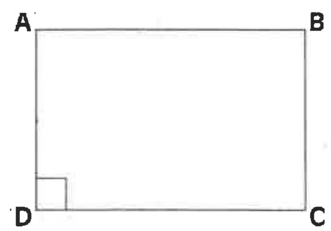
2.3 RECONNAÎTRE QU'UN PARALLÉLOGRAMME EST UN RECTANGLE

Activité : utiliser les angles

Construis un parallélogramme qui a un angle droit. Justifie que c'est un rectangle.

PROPRIÉTÉ

Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.



Données : ABCD est un parallélogramme ; mes $\widehat{D} = 90°$

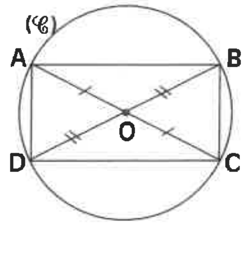
Conclusion : ABCD est un rectangle

Activité : utiliser les diagonales

Construis un parallélogramme dont les diagonales ont même longueur.
• On veut justifier que c'est un rectangle. Pour cela, justifie que les sommets de ce parallélogramme appartiennent à un même cercle.

PROPRIÉTÉ

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.



Données : ABCD est un parallélogramme ; AC = BD

Conclusion : ABCD est un rectangle

EXERCICE

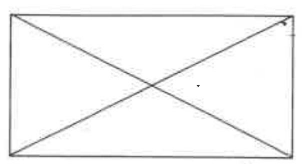
2.b Trace un parallélogramme ABCD de centre I.
Marque deux points M et L sur (BD) tel que IL = IM = IA.
• Quelle est la nature du quadrilatère ALCM ? Justifie ta réponse.

2.4 TABLEAU RÉCAPITULATIF

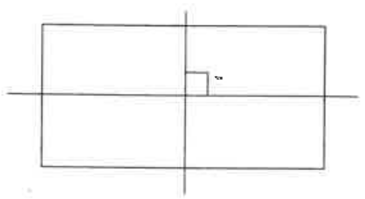
• **Un rectangle est un parallélogramme**
Il possède toutes les propriétés du parallélogramme

• **Dans un rectangle :**

- Les angles sont droits.



- Les diagonales ont même longueur.

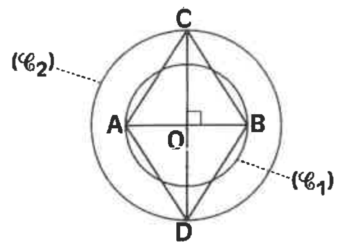


- Les médiatrices des côtés opposés sont axes de symétrie.

• **Reconnaître un rectangle**
- Si un **quadrilatère** a trois angles droits, alors c'est un rectangle.
- Si un **parallélogramme** a un angle droit , alors c'est un rectangle.
- Si un **parallélogramme** a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.

3 Losange

3.1 ACTIVITÉ



($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) sont des cercles de centre O et de rayons différents.
[AB] est un diamètre de ($\mathscr{C}_1$) et [CD] est un diamètre de ($\mathscr{C}_2$).
Les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.
• Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifie ta réponse.

3.2 RECONNAÎTRE QU'UN QUADRILATERE EST UN LOSANGE

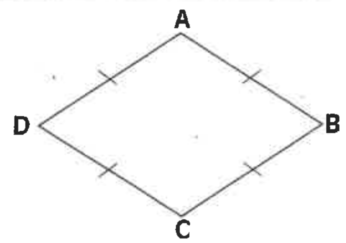
Activité

• On sait que dans un losange, les côtés ont la même longueur.

• ABCD est un quadrilatère qui a ses côtés de même longueur. On veut justifier que c'est un losange. Pour cela :
- Justifie que (BD) est la médiatrice de [AC].
- Justifie que (AC) est la médiatrice de [BD].

PROPRIÉTÉ

Si un quadrilatère a ses quatre côtés de même longueur, alors c'est un losange.

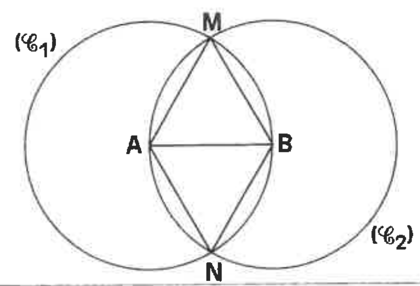


Données : ABCD est un quadrilatère ; AB = BC = CD = DA

Conclusion : ABCD est un losange

EXERCICE

3.a A et B sont deux points du plan.
($\mathscr{C}_1$) est le cercle de centre A, passant par B.
($\mathscr{C}_2$) est le cercle de centre B, passant par A.
Les cercles ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) se coupent en M et N.
• Quelle est la nature du quadrilatère AMBN ? Justifie ta réponse.



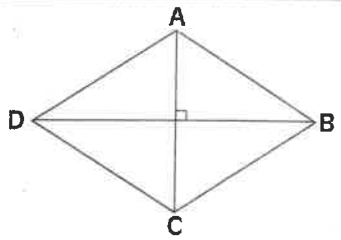
3.3 RECONNAÎTRE QU'UN PARALLÉLOGRAMME EST UN LOSANGE

Activité

• Construis un parallélogramme dont les diagonales ont des supports perpendiculaires. Justifie que c'est un losange.

PROPRIÉTÉ

Si les diagonales d'un parallélogramme ont des supports perpendiculaires, alors c'est un losange.



Données : ABCD est un parallélogramme ; (AC) ⊥ (BD)

Conclusion : ABCD est un losange

EXERCICE

3.b (L) est la médiatrice du segment [AB]. C est un point de (L), distinct du point I, milieu du segment [AB].
La droite passant par B et parallèle à (AC) coupe (L) en D.
• Justifie que les points C et D sont symétriques par rapport au point I.
• Quelle est la nature du quadrilatère ACBD ? Justifie ta réponse.

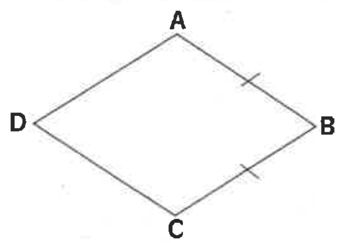
Activité : utiliser les côtés

Construis un triangle ABC isocèle en B.
Construis la droite parallèle à (AB) passant par le sommet C.
Construis la droite parallèle à (BC) passant par le sommet A.
Ces deux droites se coupent en D.
• Justifie que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

Ce parallélogramme a deux côtés consécutifs [AB] et [BC] de même longueur.
• Justifie que ses quatre côtés ont même longueur.

PROPRIÉTÉ

Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

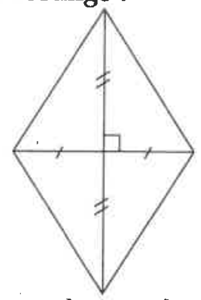


Données : ABCD est un parallélogramme ; AB = BC

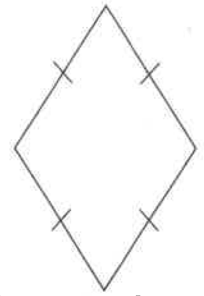
Conclusion : ABCD est un losange

3.4 TABLEAU RÉCAPITULATIF

• **Un losange est un parallélogramme**
Il possède toutes les propriétés du parallélogramme
• **Dans un losange :**



- Les diagonales sont des axes de symétrie.

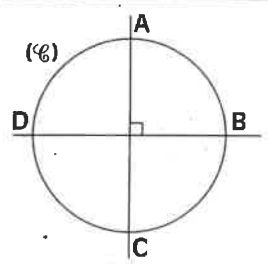


- Les côtés ont même longueur.

• **Reconnaître un losange**
- Si un **quadrilatère** a ses côtés de même longueur, alors c'est un losange.
- Si dans un **quadrilatère** les diagonales se coupent en leur milieu et ont des supports perpendiculaires, alors c'est un losange.
- Si un **parallélogramme** a les supports de ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
- Si un **parallélogramme** a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

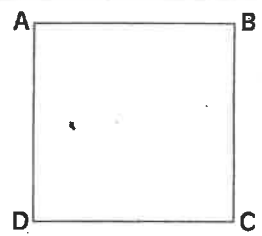
4 Carré

Activité 1



[AC] et [BD] sont deux diamètres à supports perpendiculaires du cercle (𝒞).
• Justifie que ABCD est un carré.

Activité 2



ABCD est un carré.
• Justifie que ABCD est à la fois un rectangle et un losange.
• Trace tous ses axes de symétrie.

PROPRIÉTÉ

Un carré est un rectangle et un losange.

EXERCICE

4.a Construis un carré ABCD de côté 2 cm.
Construis les points E, F et G symétriques respectifs des points D, C et B par rapport au point A.
• Quelle est la nature du quadrilatère BEGD ? Justifie ta réponse.

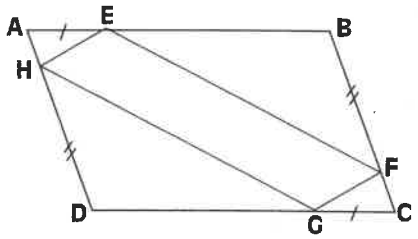
EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

On donne le parallélogramme ABCD, un point E de [AB] et un point F de [BC].
Place le point G de [CD] et le point H de [DA] tels que AE = CG et DH = BF.
Justifie que EFGH est un parallélogramme.

Solution

Lecture de l'énoncé



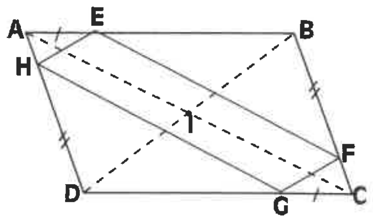
Données :
ABCD est un parallélogramme
AE = CG
BF = DH

Conclusion :
EFGH est un parallélogramme.

Recherche d'une solution

Je dispose de quatre propriétés pour reconnaître un parallélogramme.
La figure ne met pas en évidence des côtés de même longueur. Elle ne fait apparaître ni angles droits, ni angles (alternes-internes ou correspondants) de même mesure permettant de justifier un parallélisme.
Cependant, le parallélogramme ABCD possède un centre de symétrie et il me semble que ce point est aussi milieu de [EG] et de [FH] ; je vais essayer de le justifier.

Rédaction de la solution



I est le centre du parallélogramme ABCD.
On a : A et C sont symétriques
B et D sont symétriques
Donc : [AB] et [CD] sont symétriques par rapport à I
On a : E ∈ [AB] ; G ∈ [CD] ; EA = GC
Donc : E et G sont symétriques par rapport à I
Par conséquent I est le milieu de [EG]

Je justifie de même que I est le milieu de [FH].
Puisque le quadrilatère EFGH a ses diagonales [EG] et [FH] qui se coupent en leur milieu I, c'est un parallélogramme.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 PARALLÉLOGRAMME

1 Trace un triangle ABC ; construis :
- les points D et E, symétriques respectifs des sommets B et C par rapport au sommet A ;
- les points F et G, symétriques respectifs des sommets A et C par rapport au sommet B ;
- les points H et I, symétriques respectifs des sommets B et A par rapport au sommet C.

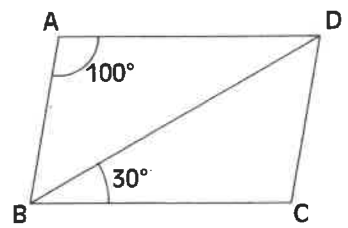
Justifie que chacun des quadrilatères BCDE, ACFG et ABIH est un parallélogramme.

2 Construis un triangle ABC dont les longueurs des côtés [AB], [BC] et [AC] sont respectivement 6 cm, 5 cm et 3 cm.
Construis les points E, F et G pour que les quadrilatères ABCE, ABFC et ACBG soient des parallélogrammes.
Justifie que : AG = AE ; BG = BF ; CE = CF.

3 Construis un parallélogramme ABCD de centre I.
Construis la droite parallèle à (BD) passant par C ; cette parallèle coupe (AB) en M.
Construis la droite parallèle à (BD) passant par A ; cette parallèle coupe (CD) en N.
Compare : CM et AN ; CN et AM. Justifie tes réponses. Quelle est la nature du quadrilatère AMCN ?

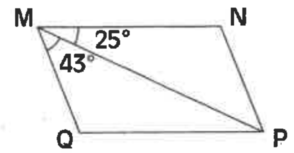
4 Trace deux cercles ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) de centre O et de rayons différents.
Trace un diamètre [AB] du cercle ($\mathscr{C}_1$) et un diamètre [CD] du cercle ($\mathscr{C}_2$) tels que (AB) ne soit ni perpendiculaire ni confondu à (CD).
Justifie que le quadrilatère ACBD est un parallélogramme.

5 ABCD est un parallélogramme.



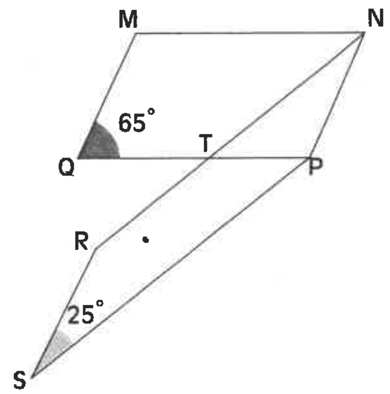
Trouve la mesure de chacun des angles de la figure en justifiant toutes tes réponses.

6 MNPQ est un parallélogramme.



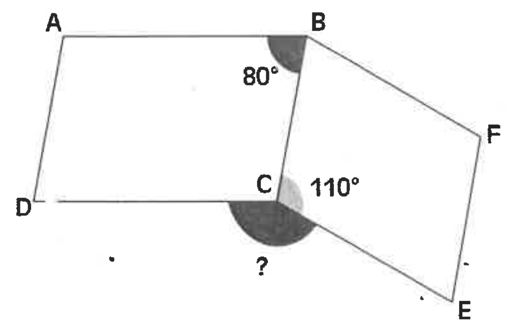
Donne la mesure de chacun des angles de la figure en justifiant toutes tes réponses.

7 MNPQ ET PNRS sont deux parallélogrammes.



Calcule la mesure de chacun des angles suivants :
$\widehat{QMN}$, $\widehat{MNP}$, $\widehat{NTP}$ et $\widehat{TPS}$

8 ABCD et BCEF sont deux parallélogrammes.



Calcule mes $\widehat{DCE}$.

2 RECTANGLE

9 L'unité de longueur est le cm ; construis un rectangle ABCD dans chacun des cas suivant : a) AB = 7 et BC = 3 ; b) AB = 7 et AC = 8 ; c) BC = 3 et AC= 8 ; d) AC = 8 et mes $\widehat{BOC}$ = 30° (O désigne le centre du rectangle ABCD).

10 Construis un triangle ABC rectangle en B, dont les longueurs des côtés [BC] et [AC] sont respectivement 4 cm et 7 cm.
Construis le milieu O du côté [AC] ; construis le point D, symétrique de B par rapport à O.
Justifie que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
Quelle est la longueur du segment [BD] ? Justifie ta réponse.

11 Construis un triangle ABC et la hauteur (AH) ; H ∈ (BC).
Construis les points M et N pour que les quadrilatères AHCM et AHBN soient des rectangles.
Justifie les égalités : AC = HM et AB = HN.

3 LOSANGE

12 L'unité de longueur est le cm ; construis un losange ABCD tel que AC = 4 et BD = 7.

13 Trace un segment [AI] de 2,5 cm.
Construis le losange ABCD de centre I et dont la longueur du côté est 6 cm.

14 Construis un triangle isocèle ABC de base [BC] de longueur 6 cm tel que mes $\widehat{A}$ = 36°.
En utilisant le compas et la règle, construis le point D tel que le quadrilatère ABDC soit un losange.

15 Trace un cercle (𝒞) de centre I et marque un point K à l'intérieur de ce cercle.
Construis la médiatrice de [IK] ; cette médiatrice coupe le cercle (𝒞) aux points L et J.
Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? Justifie ta réponse.

16 Trace un segment [MN] de 4 cm et construis son milieu J. Construis la médiatrice (L) de [MN].
Marque sur cette médiatrice deux points distincts A et B tels que JA = JB.
Quelle est la nature du quadrilatère AMBN ? Justifie ta réponse.

4 CARRÉ

17 Trace un cercle (𝒞) de centre O et deux de ses diamètres [AC] et [BD] dont les supports sont perpendiculaires.
Justifie que le quadrilatère ABCD est un carré.

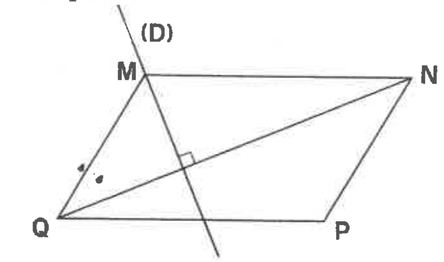
18 Trace un segment [ST] de 4,5 cm ; construis un carré PQST.

19 Trace un segment [MP] de 6 cm ; construis un carré LMNP.

20 Construis un carré ABCD de côté 3 cm.
Construis les points E et F symétriques respectifs des sommets B et D par rapport à A.
Quelle est la nature du quadrilatère BDEF ? Justifie ta réponse.

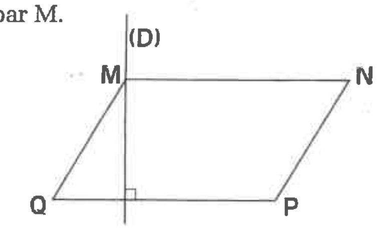
APPROFONDISSEMENT

21 MNPQ est un parallélogramme.
(D) est la droite perpendiculaire à (NQ) passant par M.



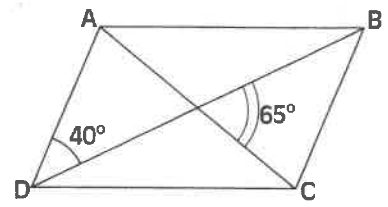
Construis à l'aide de la règle non graduée, la droite perpendiculaire à (NQ) passant par P.
Justifie ta construction.

22 MNPQ est un parallélogramme.
(D) est la droite perpendiculaire à (PQ) passant par M.



Construis à l'aide de la règle non graduée, la droite perpendiculaire à (PQ) passant par P.

23 ABCD est un parallélogramme.



Calcule la mesure de chacun des angles suivants :
$\widehat{DBC}$, $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACB}$. Justifie tes réponses.
Peux-tu calculer mes $\widehat{CAB}$ et mes $\widehat{ABD}$?

24 Trace un triangle ABC ; construis les points B' et C', symétriques respectifs de B et C par rapport à A.
Quelle est la nature du quadrilatère BCB'C' ? Justifie.
Quelle doit être la nature du triangle ABC pour que :
a) BCB'C' soit un rectangle ?
b) BCB'C' soit un losange ?
c) BCB'C' soit un carré ?

25 Trace un triangle ABC.
Trace les hauteurs issues des sommets B et C ; ces deux hauteurs se coupent au point I.
Construis la droite perpendiculaire à (AC) passant par C et la droite perpendiculaire à (AB) passant par B ; ces perpendiculaires se coupent au point O. Quelle est la nature du quadrilatère CIBO ? Justifie.

26 Construis un triangle ABC isocèle en A et tel que mes $\widehat{A}$ = 36°.
Marque un point E sur le côté [AC] (E distinct de A et C).
Construis la droite (D_1) parallèle à (CB) passant par E ; (D_1) coupe [AB] en F.
Construis la droite (D_2) parallèle à (AC) passant par F ; (D_2) coupe [CB] en G.
Quelle est la nature du quadrilatère EFGC ? Justifie ta réponse.
Donne la mesure de chacun des angles du quadrilatère EFGC et justifie.
Quelle est la nature du triangle FGB ? Justifie ta réponse.

27 Trace un segment [AC] et marque un point E extérieur à (AC).
Construis un rectangle ABCD tel que E appartienne à (BD).
À quelles conditions peux-tu construire un carré AMCQ tel que E appartienne à (MQ) ?

28 Trace un rectangle ABCD.
Construis la droite parallèle à (BD) passant par C ; cette droite coupe (AD) au point E.
Quelle est la nature du quadrilatère BCED ? Justifie ta réponse.
Quelle est la nature du triangle ACE ? Justifie ta réponse.

29 Trace un segment [AB] de 8 cm ; construis la médiatrice (D) de [AB].
Construis un point O sur (D) tel que le triangle AOB soit rectangle en O.
Construis les points C et D, symétriques respectifs de B et A par rapport à O.
Justifie que ABDC est un carré.

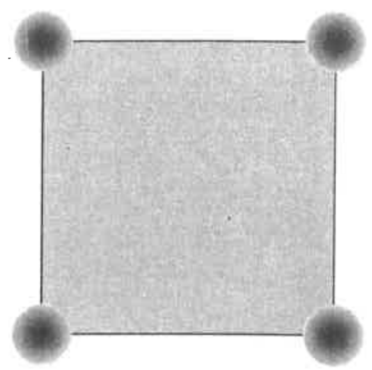
30 Construis un parallélogramme ABCD tel que BC = 2 × AB, puis construis les points M et N, milieux respectifs des segments [BC] et [AD].
Justifie que ABMN et DCMN sont des losanges.
Justifie que N est le centre du cercle circonscrit au triangle AMD. Déduis-en la nature de ce triangle.

31 Construis un rectangle ABCD de centre O.
Les points I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [AD].
Justifie que les droites (IK) et (LJ) sont perpendiculaires.
Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? Justifie ta réponse.

EXERCICES

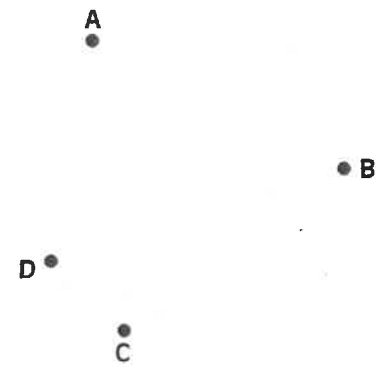
RECHERCHE

32 Aux quatre coins d'un étang carré, poussent quatre fromagers.



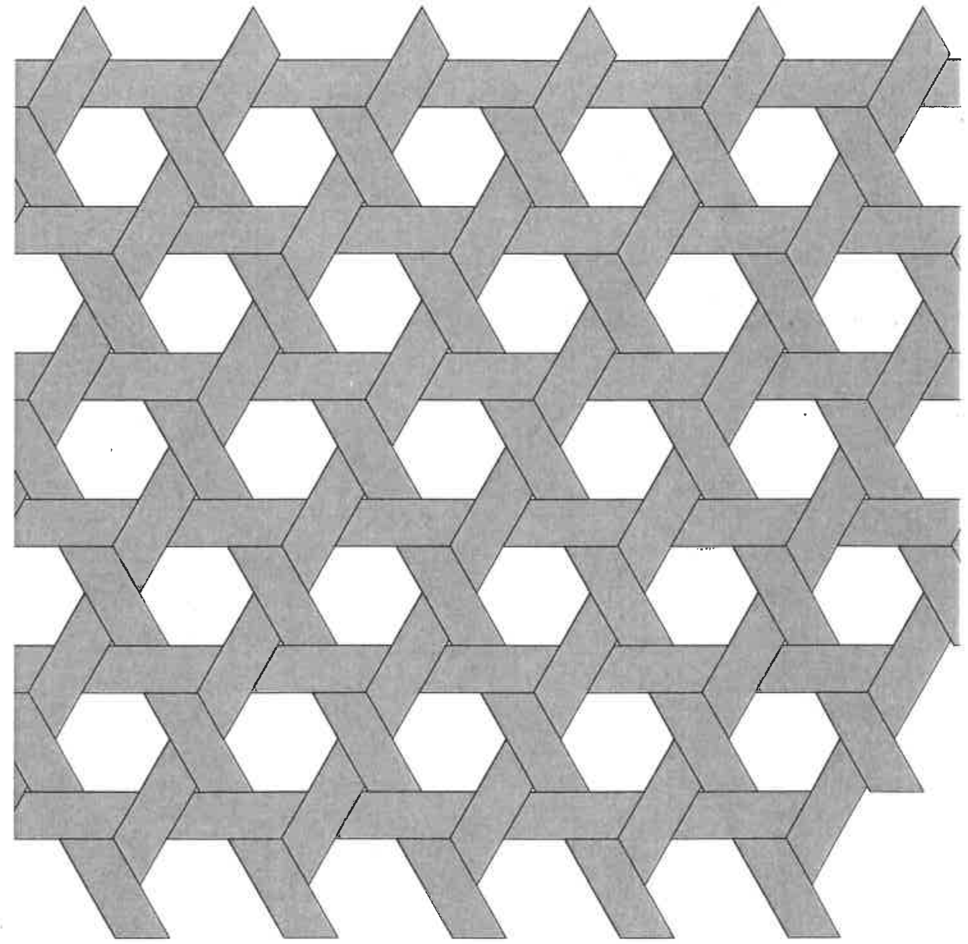
Comment doubler la surface de l'étang tout en lui gardant sa forme carrée et sans toucher aux fromagers ? Explique ta démarche.

33 Construis un rectangle passant par les quatre points A, B, C et D, un point appartenant à un côté et à un seul.



8

Polygones particuliers



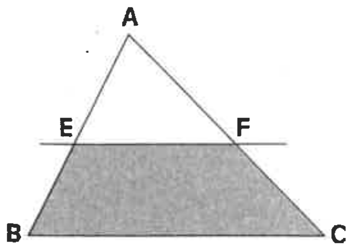
Dans certains pays d'Afrique, le cannage est utilisé pour fabriquer des nasses.

SOMMAIRE

1 Trapèze

1.1 DÉFINITION

Activité

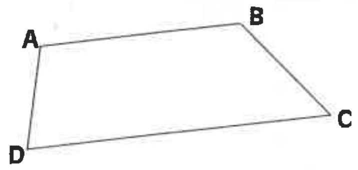


ABC est un triangle.
(EF) est une droite parallèle à (BC).
Le quadrilatère EFCB est un **trapèze**.
Les côtés [EF] et [BC], de supports parallèles, sont les **bases**.

- Trace une autre droite parallèle à la droite (BC).
Nomme les trapèzes de la figure.
- Trace une droite passant par A et sécante à la droite (BC).
Nomme les trapèzes de la figure.

DÉFINITION

**Un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés de supports parallèles.
Les deux autres côtés ont des supports sécants.**



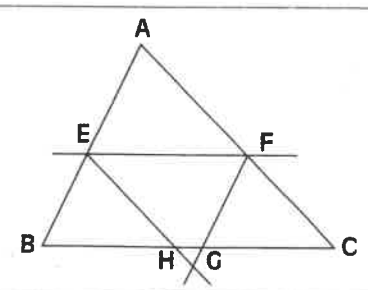
ABCD est un trapèze.

(AB) // (DC)

Les côtés [AB] et [DC] sont ses bases.

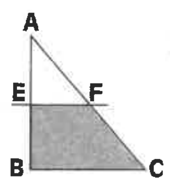
EXERCICE

1.a ABC est un triangle.
(EF) est une droite parallèle à (BC).
(FG) est une droite parallèle à (AB).
(EH) est une droite parallèle à (AC).
- Nomme les trapèzes de la figure.
- Nomme les parallélogrammes de la figure.



1.2 TRAPÈZE RECTANGLE

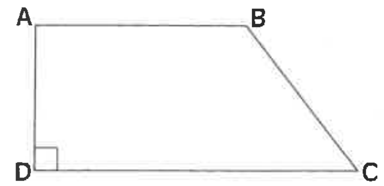
Activité



ABC est un triangle rectangle en B.
(EF) est une droite parallèle à (BC).
- Nomme tous les angles droits du quadrilatère EFCB ?
- Quelle est la nature de ce quadrilatère ?

DÉFINITION

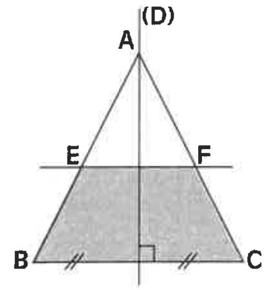
Un trapèze rectangle est un trapèze qui a un angle droit.



La droite (AD) est perpendiculaire aux supports des bases [AB] et [DC].

1.3 TRAPÈZE ISOCÈLE

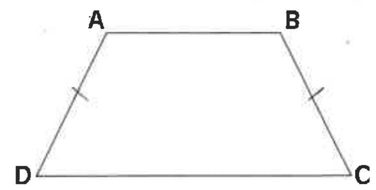
Activité



ABC est un triangle isocèle en A.
(EF) est une droite parallèle à (BC).
(D) est l'axe de symétrie du triangle ABC.
- Justifie que les angles $\widehat{E}$ et $\widehat{F}$ ont même mesure.
- Justifie que (D) est un axe de symétrie pour le quadrilatère EFCB.
(Pour cela, justifie que (D) est la médiatrice de [EF]).
- Justifie que : BE = CF.

DÉFINITION

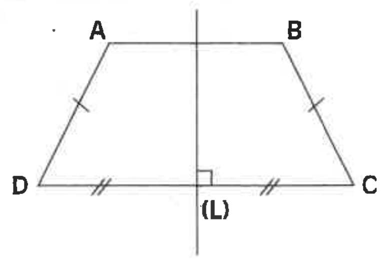
**Un trapèze isocèle est un trapèze
qui a ses côtés de supports sécants de même longueur.**



(AB) // (DC)
AD = BC

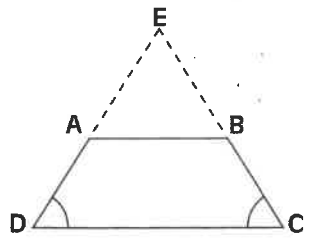
PROPRIÉTÉ

Un trapèze isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice de ses bases.



(L) est la médiatrice de [AB]
(L) est la médiatrice de [DC]
mes $\widehat{A}$ = mes $\widehat{B}$
mes $\widehat{D}$ = mes $\widehat{C}$

Activité : Reconnaître qu'un trapèze est isocèle

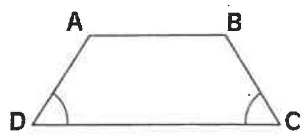


Le trapèze ABCD de bases [AB] et [DC] a les angles à la base $\widehat{D}$ et $\widehat{C}$ de même mesure.
E est le point d'intersection des droites (AD) et (BC).

- Justifie que les triangles EDC et EAB sont isocèles ;
- Justifie que le trapèze ABCD est isocèle.

PROPRIÉTÉ

Si un trapèze a deux angles à la base de même mesure, alors il est isocèle.

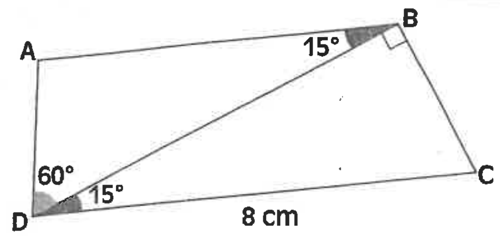


Donnée : ABCD est un trapèze de bases [AB] et [DC] ; mes $\widehat{D}$ = mes $\widehat{C}$

Conclusion : ABCD est un trapèze isocèle

EXERCICES

1.b Voici l'esquisse d'une figure.
Construis-la en vraie grandeur.
- Justifie que le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle.

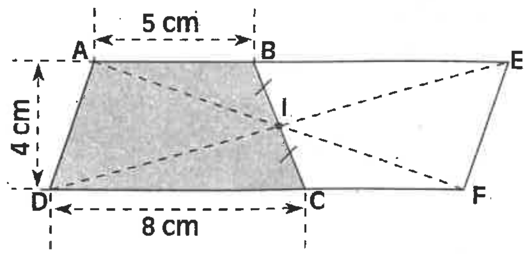


1.c Dessine des quadrilatères qui n'admettent qu'un seul axe de symétrie.

1.4 AIRE D'UN TRAPÈZE

Activité

On veut calculer l'aire du trapèze ABCD dont l'esquisse codée est proposée ci-dessous.

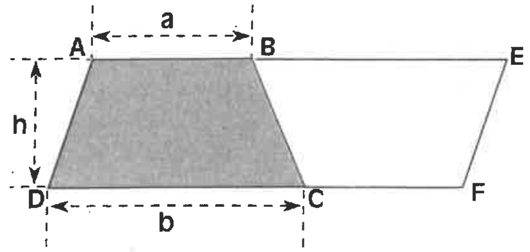


Le point I est le milieu du segment [BC].

- Construisons les points F et E symétriques respectifs des points A et D par rapport au point I.
- Justifie que le quadrilatère AEFD est un parallélogramme.
- Calcule l'aire du parallélogramme AEFD.

Nous admettrons que deux figures symétriques par rapport à un point ont la même aire.
- Calcule l'aire du trapèze ABCD.

Formule



$\mathscr{A}$ est l'aire du trapèze ABCD.
a est sa petite base, b est sa grande base et h est sa hauteur.

$$\mathscr{A} = \frac{(a + b) \times h}{2}$$

EXERCICES

1.d Justifie la formule du calcul d'aire d'un trapèze.

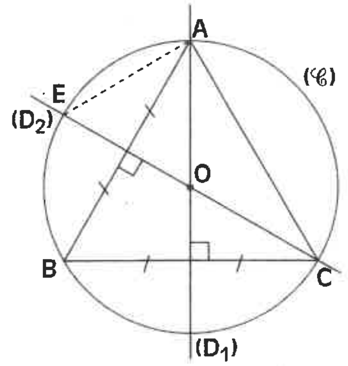
1.e Calcule l'aire d'un trapèze dont les longueurs respectives de la grande base, de la petite base et de la hauteur sont 5 cm, 3 cm et 6,5 cm.

1.f Un champ en forme de trapèze a une grande base de 34 m et une petite base de 18 m.
- Calcule la hauteur de ce trapèze sachant que son aire est 238 m².

2 Hexagone et octogone réguliers

2.1 HEXAGONE RÉGULIER

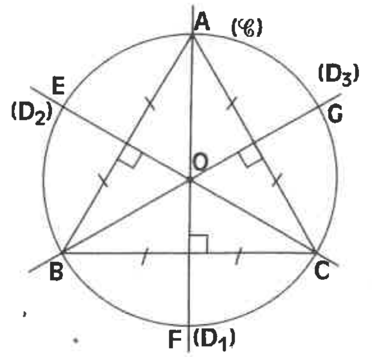
Activité 1



ABC est un triangle équilatéral inscrit dans le cercle (𝒞) de centre O.
(D_1) et (D_2) sont les médiatrices respectives des segments [BC] et [AB].

- Calcule les mesures des angles $\widehat{BAO}$ et $\widehat{EOA}$.
- Quelle est la nature du triangle AOE ? Justifie ta réponse.
- Justifie que : AE = OA.

Activité 2



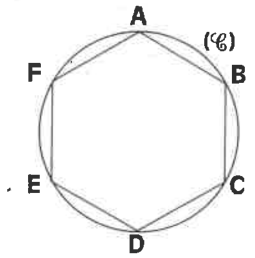
ABC est un triangle équilatéral inscrit dans le cercle (𝒞). (D_1), (D_2) et (D_3) sont les médiatrices respectives des segments [BC], [AB] et [AC].

• Trace le polygone AEBFCG.

• Justifie que tous les côtés de ce polygone ont la même longueur.

DÉFINITION

Un hexagone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle ayant ses six côtés de même longueur.



(𝒞) est un cercle de rayon r.

AB = BC = CD = DE = EF = FA = r

EXERCICE

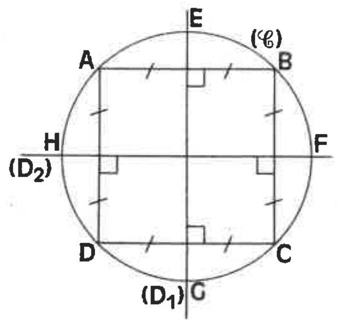
2.a ABCDEF est un hexagone régulier. On veut recouvrir l'intérieur de cet hexagone par un pavage régulier constitué uniquement de triangles équilatéraux.

• Quel est le nombre minimal de triangles équilatéraux nécessaires à ce pavage ?

Tu pourras colorier ces triangles avec différentes couleurs.

2.2 OCTOGONE RÉGULIER

Activité



ABCD est un carré inscrit dans un cercle (𝒞).

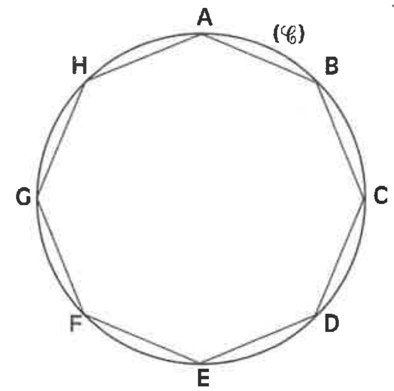
(D_1) et (D_2) sont les médiatrices respectives des segments [AB] et [AD].

• Trace le polygone AEBFCGDH.

• Justifie que tous les côtés de ce polygone ont la même longueur (on pourra utiliser les axes de symétrie du carré).

DÉFINITION

Un octogone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle ayant ses huit côtés de même longueur.



AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HA

EXERCICE

2.b ABCDEFGH est un octogone régulier.

On veut recouvrir l'intérieur de cet octogone par un pavage régulier constitué uniquement de triangles isocèles ayant un angle au sommet de 45°.

• Quel est le nombre minimal de tels triangles isocèles nécessaires à ce pavage ?

Tu pourras colorier ces triangles avec différentes couleurs.

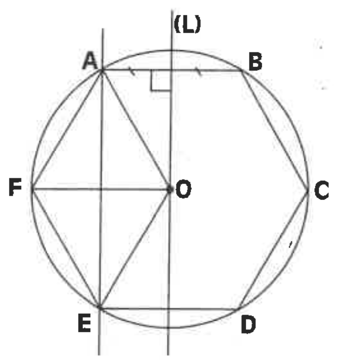
EXERCICE COMMENTÉ

Énoncé

ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle (𝒞) de centre O.
Justifie que la médiatrice (L) de [AB] est parallèle à (AE).

Solution

Lecture de l'énoncé



Données
A, B, C, D, E et F sont des points du cercle (𝒞)
AB = BC = CD = DE = EF = FA = OA
(L) est la médiatrice de [AB]

Conclusion
Les droites (L) et (AE) sont parallèles.

Remarque
Le quadrilatère AOEF est un losange.

Recherche d'une solution

Pour justifier que deux droites sont parallèles, il suffit de trouver une droite qui leur est perpendiculaire ; or, (AB) est perpendiculaire à (L).

Pour justifier que (AB) est aussi perpendiculaire à (AE), je peux établir :
- ou bien que $\widehat{BAE}$ est formé de deux angles adjacents complémentaires,
- ou bien que [BE] est un diamètre du cercle (𝒞), c'est à dire que B, O et E sont alignés.

Rédaction de la solution

L'angle $\widehat{BOE}$ est formé des angles adjacents $\widehat{EOF}$, $\widehat{FOA}$ et $\widehat{AOB}$.
Les triangles EOF, FOA et AOB sont équilatéraux, car leurs côtés ont pour longueur le rayon du cercle. (Ce sont des côtés d'un hexagone régulier)

mes $\widehat{EOF}$ = mes $\widehat{FOA}$ = mes $\widehat{AOB}$ = 60° (Ce sont des angles de triangles équilatéraux)

La mesure de l'angle $\widehat{BOE}$ est 180°, (3 × 60°). Les points B, O et E sont alignés.

Le côté [BE] est un diamètre du cercle circonscrit au triangle BEA.

Celui-ci est donc rectangle en A, et (AB) est perpendiculaire à (AE).

La droite (AB) est une droite perpendiculaire aux droites (L) et (AE), ces droites sont parallèles.

EXERCICES

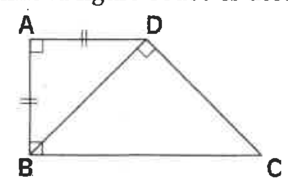
ENTRAINEMENT

1 TRAPÈZE

1 Construis un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD] tel que :
mes $\widehat{B}$ = 127° et mes $\widehat{D}$ = 35°
Calcule la mesure de chacun des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{C}$.

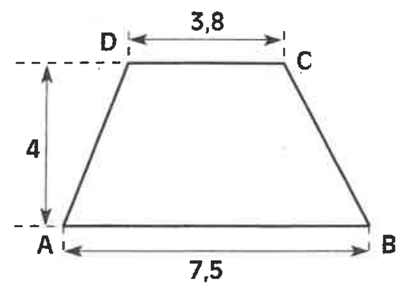
2 Construis un trapèze isocèle ABCD de bases [BC] et [AD] tel que mes $\widehat{A}$ = 54°.
Calcule la mesure de chacun des angles $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ et $\widehat{D}$.

3 Examine la figure codée ci-dessous.



Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifie ta réponse.
Trouve la mesure de chacun des angles $\widehat{ADC}$ et $\widehat{BCD}$. Justifie.
Quelle est la nature du triangle BCD ? Justifie.

4 L'unité de longueur est le cm.

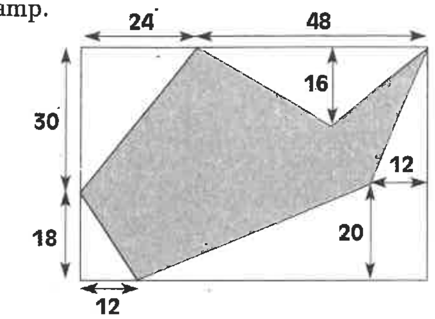


Calcule l'aire du trapèze ABCD.

5 On désigne par 𝒜 l'aire d'un trapèze, par *h* sa hauteur, par *a* et *b* les longueurs respectives de sa petite base et de sa grande base.
Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

a (en m)	*b* (en m)	*h* (en m)	𝒜 (en m²)
43,2	74,5	56	
64,6		33,5	2 438,8
	27,75	18,42	605,5575
54,63	87,37		3124

6 L'unité de longueur est le m. La partie grisée du dessin ci-dessous est l'esquisse d'un champ.



Calcule l'aire du champ.

2 HEXAGONE ET OCTOGONE RÉGULIERS

7 Construis un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
Quelle est la longueur du côté de cet hexagone régulier ? Justifie ta réponse.
Calcule le périmètre de cet hexagone régulier.
Nomme les axes de symétrie et le centre de symétrie de ABCDEF.
Quelle est la mesure de chacun des angles de cet hexagone régulier ? Justifie ta réponse.
Déduis-en la somme des mesures des angles d'un hexagone régulier.

8 Construis un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 3 cm.
Nomme les axes de symétrie et le centre de symétrie de cet octogone.
Quelle est la mesure de chacun des angles de cet octogone régulier ? Justifie ta réponse.
Déduis-en la somme des mesures des angles d'un octogone régulier.

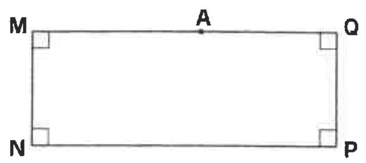
EXERCICES

9 Réalise le programme de construction suivant :
1) Trace un carré de côté 8 cm.
2) Construis les milieux des côtés de ce carré.
3) Joins par des droites, le milieu de chaque côté du carré aux extrémités du côté opposé à ce milieu.
4) Colorie l'octogone régulier qui apparaît.

APPROFONDISSEMENT

10 Trace un trapèze isocèle ABCD de bases [AB] et [DC].
Trace les diagonales [AC] et [BD].
Compare AC et BD. Justifie ta réponse.
Énonce une propriété sur les diagonales d'un trapèze isocèle.

11 MNPQ est un rectangle et A est un point de [MQ].

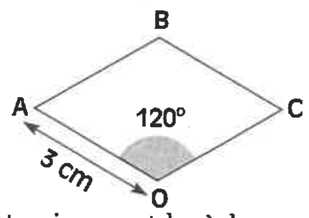


En utilisant la règle non graduée, place le point B sur [NP] de façon à ce que les aires des deux trapèzes ABNM et ABPQ soient égales. Justifie ta construction.

12 Construis un hexagone régulier ABCDEF inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 5 cm.
Joins par des droites chaque sommet aux cinq autres sommets de l'hexagone.
Nomme tous les triangles équilatéraux, tous les losanges et tous les trapèzes isocèles de la figure. Justifie tes réponses.

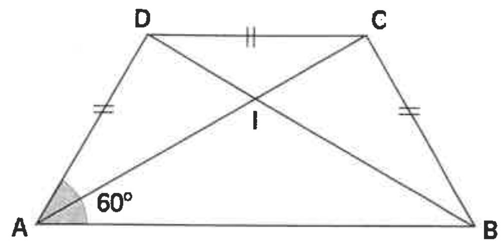
13 Trace un segment [AB] de longueur 4 cm.
À l'aide du compas uniquement construis les sommets d'un hexagone régulier dont [AB] est un côté.

14 L'unité de longueur est le cm.
Construis la figure ci-dessous où OABC est un losange tel que :
OA = 3 et mes $\widehat{O}$ = 120°.



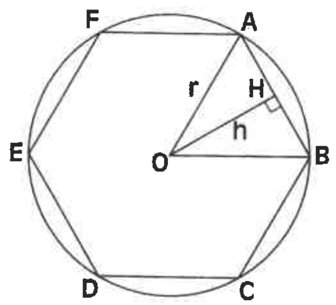
En utilisant uniquement la règle non graduée et l'équerre, construis un hexagone régulier dont [AB] et [BC] sont deux côtés consécutifs.
Trace le cercle circonscrit à cet hexagone.

15 L'unité de longueur est le cm. Reproduis la figure ci-dessous où ABCD est un trapèze isocèle tel que :
mes $\widehat{A}$ = 60° , AD = DC = 3 et AB = 6.



Construis le symétrique ABEF du trapèze ABCD par rapport à la droite (AB).
Justifie que le polygone BCDAFE est un hexagone régulier.
Construis le centre du cercle circonscrit à cet hexagone.

16 ABCDEF est un hexagone régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon r.
[OH] est une hauteur du triangle AOB de longueur h. $\mathcal{A}$ est l'aire de l'hexagone.



Justifie que : $\mathcal{A} = 3 \times r \times h$

EXERCICES

17 Construis un triangle équilatéral ABC de côté 4 cm.
Construis les médiatrices des trois côtés; elles sont concourantes en un point I.
Construis les points D, E et F symétriques respectifs des points A, B et C par rapport au point I.
Trace le polygone AECDBF.
Quelle est sa nature ? Justifie ta réponse.

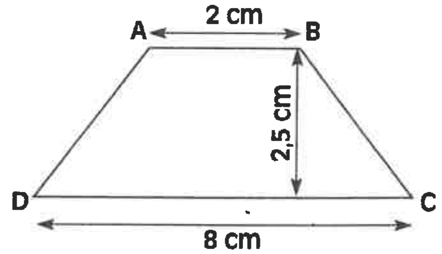
18 ABCDEFGH est un octogone régulier inscrit dans un cercle de centre O.
Trace les diamètres [AE], [BF], [CG] et [DH].
Nomme tous les triangles isocèles de la figure.
Trace [AC], [CE], [EG], [GA], [BD], [DF], [FH] et [HB]. Nomme tous les carrés de la figure.

19 L'unité de longueur est le cm. Construis un triangle isocèle AOB tel que : OA = OB = 4 et mes $\widehat{O}$ = 45°.
À l'aide de la règle non graduée et de l'équerre, construis un octogone régulier dont l'un des côtés est [AB].

20 Trouve une méthode de construction d'un dodécagone (12 côtés) régulier inscrit dans un cercle de centre O et de rayon 6 cm.

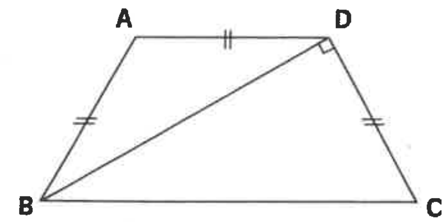
RECHERCHE

21 ABCD est un trapèze.
En utilisant un découpage du trapèze en un parallélogramme et un triangle, calcule l'aire du trapèze ABCD.



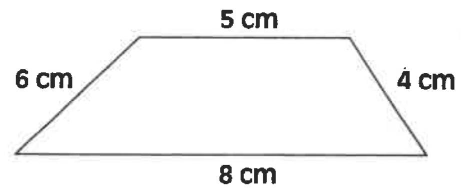
Où placer un point M sur [CD] pour que l'aire du triangle AMD soit égale à la moitié de l'aire du trapèze ABCD ? Justifie.

22 Examine la figure codée ci-dessous où ABCD est un trapèze.



Quelle est la nature de ce trapèze ? Justifie ta réponse. Calcule la mesure de chacun des angles de ce trapèze.

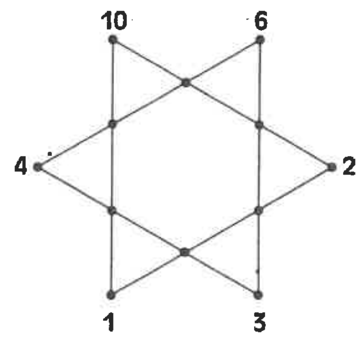
23 Construis en vraie grandeur le trapèze dont l'esquisse est ci-dessous.



Donne ton programme de construction.

NOMBRES ET CONFIGURATIONS DU PLAN

24 Complète les sommets de l'hexagone intérieur avec les nombres manquants de 1 à 12, de façon à ce que la somme des quatre nombres figurant sur chaque côté des triangles soit égale à la somme des nombres situés aux sommets de l'hexagone extérieur.

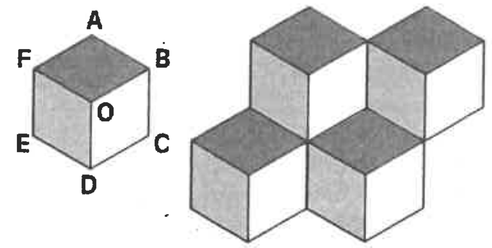


EXERCICES

PAVAGES ET PUZZLE

25 Au centre de ta feuille, construis un hexagone régulier de côté 2 cm.
Construis le symétrique de cet hexagone par rapport à chacun des côtés de l'hexagone : tu obtiens le début d'un pavage régulier.
En utilisant la même méthode, continue le pavage jusqu'à couvrir ta feuille.
Colorie ton pavage avec trois couleurs seulement, de façon à ce que deux hexagones consécutifs ne soient pas coloriés avec la même couleur.

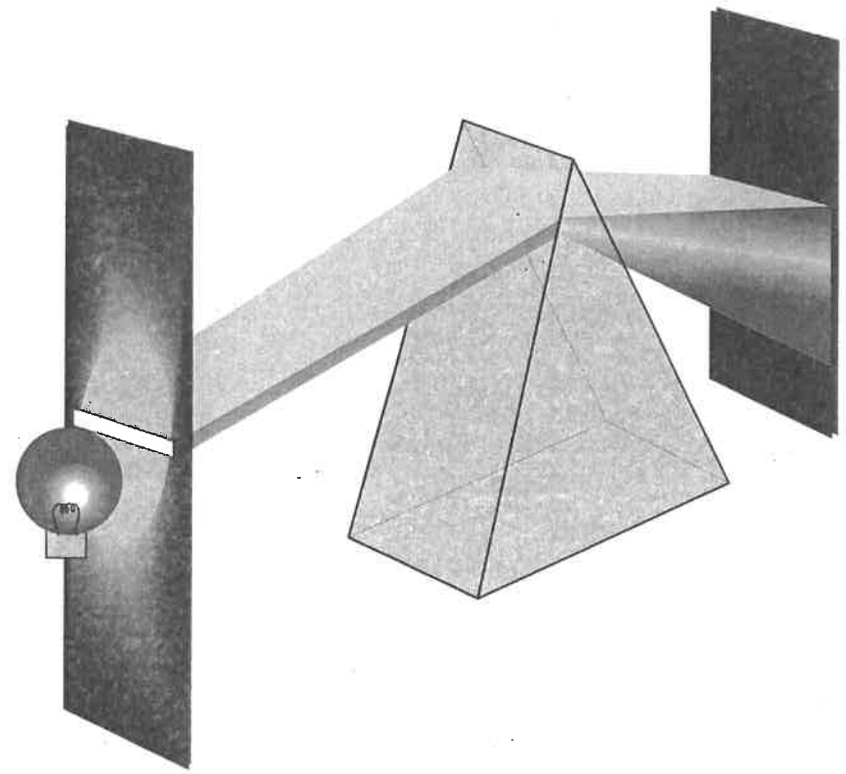
26 Construis un hexagone régulier ABCDEF de centre O dont le côté a pour longueur 2 cm.



Trace les losanges OBAF, OBCD et ODEF.
Colorie-les avec trois couleurs.
À l'aide de cet hexagone, construis un pavage régulier sur toute ta feuille comme l'indique le schéma.

9

Prisme droit
Pyramide



Trajet de rayons lumineux à travers un prisme droit à base triangulaire.

SOMMAIRE

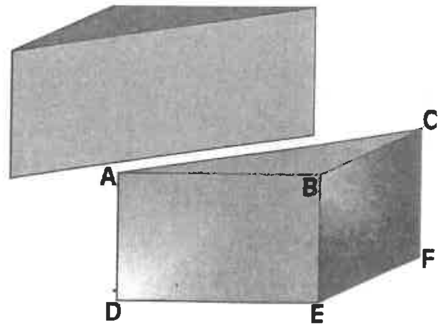
1 Prisme droit

1.1 OBSERVATION ET DESCRIPTION

Un gros savon de lessive a la forme d'un pavé droit.

En coupant ce savon suivant une diagonale d'une face, on obtient deux solides de même nature.

Ce sont deux prismes droits.



Observe le prisme droit ABCDEF.

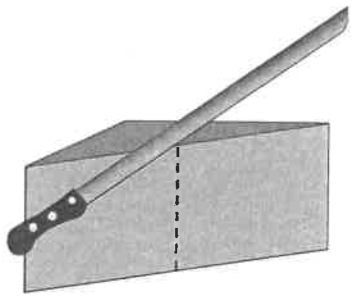
- Combien ce prisme droit a-t-il de faces ?
- Combien ce prisme droit a-t-il de faces latérales ?

Précise la nature de ses faces latérales.

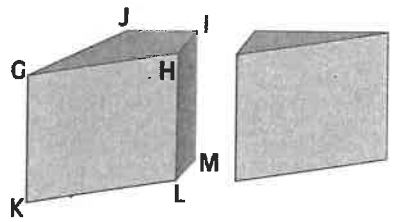
- Les faces qui ne sont pas des faces latérales sont appelées des bases.

Vérifie que les bases sont superposables.

- Combien ce prisme droit a-t-il d'arêtes ?
- Combien ce prisme droit a-t-il de sommets ?



En coupant l'autre solide suivant les pointillés comme l'indique la figure, on obtient deux nouveaux prismes droits.



Observe-les et décris le prisme GHIJKLMN.

Vocabulaire

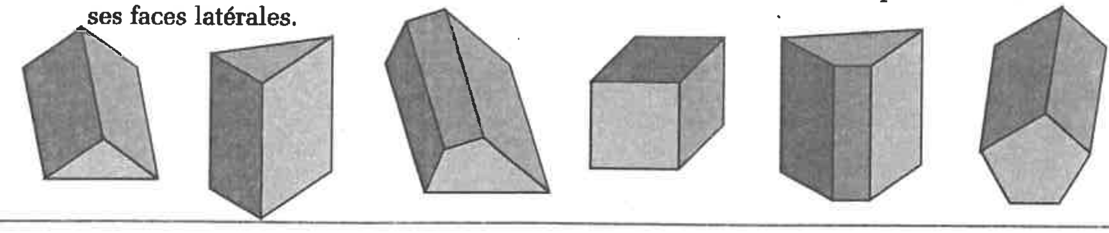
Dans un **prisme droit** les **faces latérales** sont des rectangles ; les deux autres faces sont des polygones superposables appelés **bases**.

Le pavé droit est un prisme droit dont les bases sont des rectangles.

Le cube est un prisme droit dont toutes les faces sont des carrés superposables.

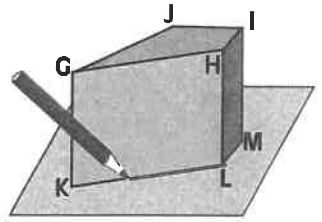
EXERCICE

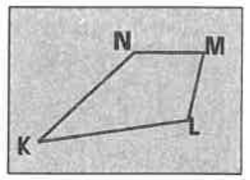
1.a Les solides représentés ci-dessous sont des prismes droits posés sur une face. Pour chacun d'eux, dis s'il est posé sur l'une de ses bases ou s'il est posé sur l'une de ses faces latérales.



1.2 PATRON D'UN PRISME DROIT

Activité





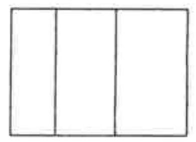
Comment obtenir l'empreinte d'une face :

Le prisme droit GHIJKLMN repose sur une feuille de papier, KLMN étant la face de contact.

En contournant cette face avec ton crayon, tu obtiens le polygone KLMN qui représente l'empreinte de la face KLMN.

- Prends de même l'empreinte de chacune des autres faces.
- Découpe toutes ces empreintes et positionne-les pour réaliser un patron du solide.
- Réalise ce solide. (on pourra utiliser du papier collant pour assembler les faces).

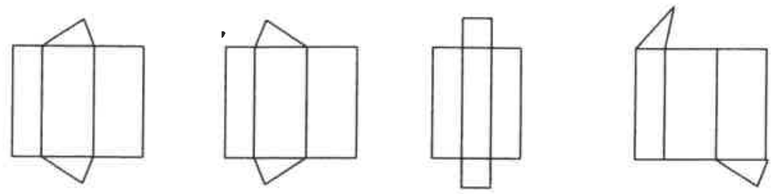
EXERCICES



1.b La figure ci-contre représente à l'échelle 1/2 les faces latérales d'un prisme droit. Réalise le patron de ce prisme droit.
Construis ce prisme droit

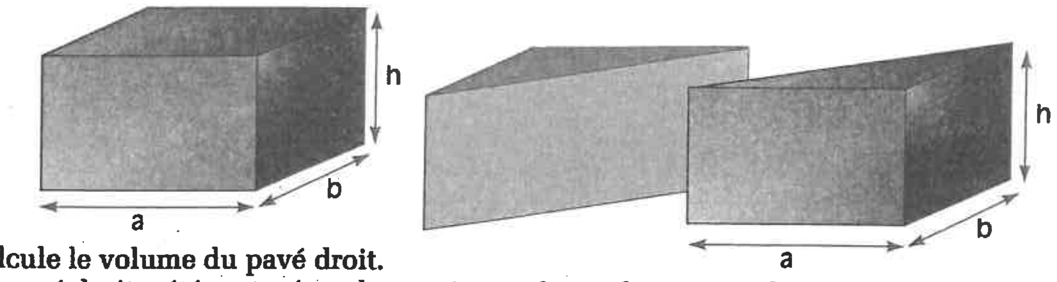
1.c Le dessin ci-contre représente la base d'un prisme droit dont la hauteur est 5 cm. Réalise le patron de ce prisme droit.

1.d Parmi les figures ci-dessous, il y a deux patrons de prisme droit. Retrouve-les.



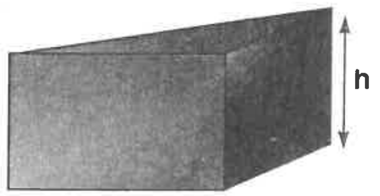
1.3 VOLUME D'UN PRISME

Activité



Calcule le volume du pavé droit.
Ce pavé droit a été partagé en deux prismes droits de même volume.
Quel est le volume d'un des prismes droits à base triangulaire ?
Pour chacun de ces trois prismes, donne une relation entre le volume et l'aire d'une base.

Formule

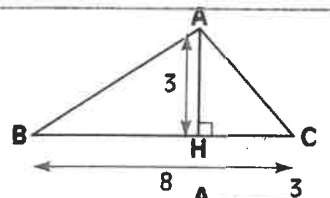


Désignons par :
- $\mathcal{B}$ l'aire d'une base
- h la mesure de la hauteur
- $\mathcal{V}$ le volume de ce prisme droit

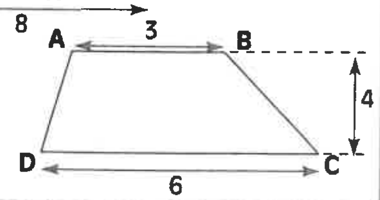
$$\boxed{\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h}$$

EXERCICES

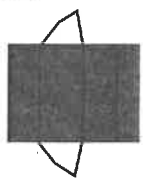
1.e L'unité de longueur est le cm.
Un prisme droit a pour base le triangle ABC.
La hauteur de ce prisme est 5.
Calcule le volume de ce solide.



1.f L'unité de longueur est le cm.
Un prisme droit a pour base le trapèze ABCD.
La hauteur de ce prisme est 55.
Calcule le volume de ce solide.



1.4 AIRES D'UN PRISME DROIT

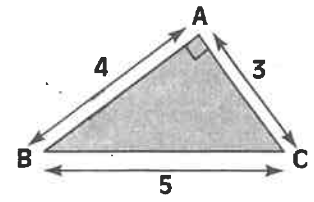


L'aire latérale d'un prisme droit est la somme des aires de ses faces latérales.

L'aire totale d'un prisme droit est la somme de son aire latérale et des aires de ses bases.

EXERCICE

1.g L'unité de longueur est le cm.
Un prisme droit a pour base le triangle ABC rectangle en A.
La hauteur de ce prisme est 6.
Calcule l'aire latérale, puis l'aire totale de ce prisme.



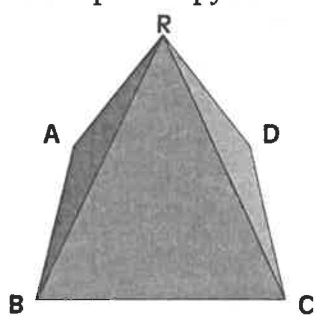
2 Pyramide

2.1 PRÉSENTATION

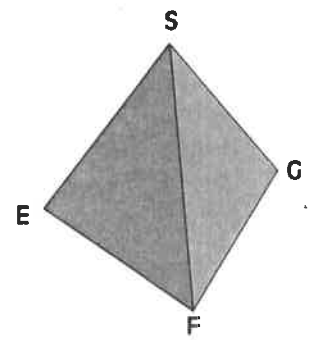
- Pyramide de Chéops, au Caire (Égypte)

La pyramide de Chéops est une pyramide à base carrée.
Les côtés de cette base ont pour longueur 131 m.
Le sommet de cette pyramide est à 147 m du sol.
Les faces latérales de cette pyramide sont des triangles isocèles.

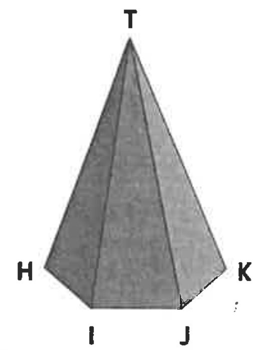
- Exemples de pyramides



La base est le quadrilatère ABCD



La base est un triangle



La base est l'hexagone HIJKLM

Pour chacune des pyramides présentées ci-dessus, précise le nombre de faces, le nombres d'arêtes, le nombre de sommets.

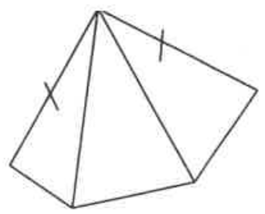
Vocabulaire

Toutes les faces latérales d'une **pyramide** sont des triangles qui ont un sommet commun appelé **sommet de la pyramide.**

La face qui ne contient pas le sommet de la pyramide est appelée **base de la pyramide** ; c'est un polygone.

2.2 PATRON D'UNE PYRAMIDE

Réalisation d'un patron

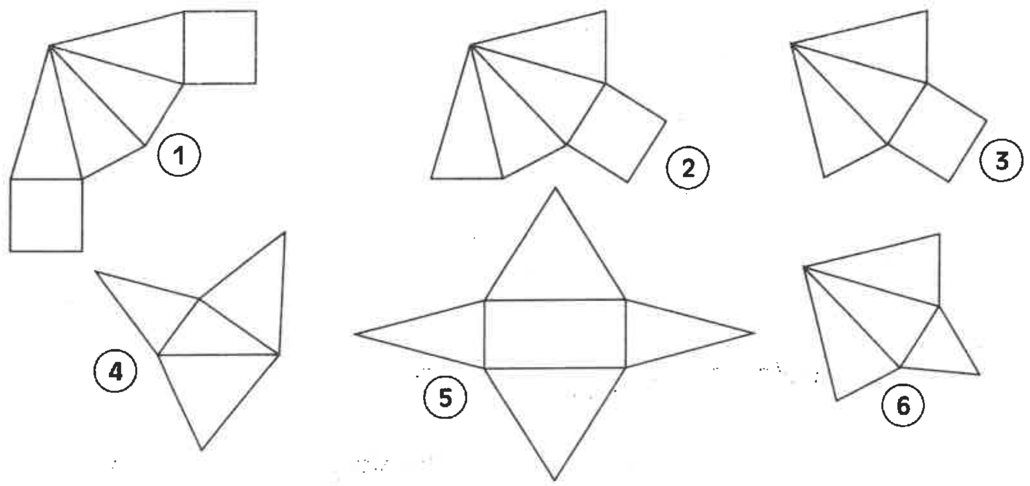


La figure ci-contre représente les faces latérales d'une pyramide à base triangulaire.

Reproduis cette figure, puis réalise un patron de cette pyramide.

EXERCICE

2.a Parmi les figures ci-dessous, il y a quatre patrons de pyramide. Retrouve-les.



Construction d'un solide

• Dessine un patron permettant de réaliser une pyramide de base carrée sachant que chacune des faces latérales est un triangle isocèle dont les longueurs des côtés sont 7 cm, 7 cm et 5 cm.

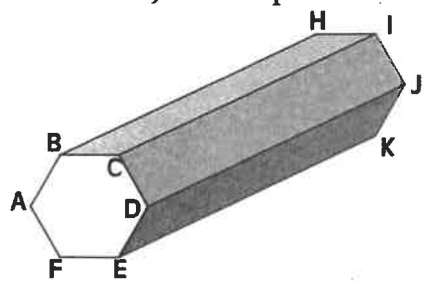
• Construis cette pyramide.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

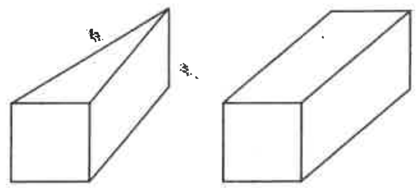
1 PRISME DROIT

1 ABCDEFGHIJKL est un prisme droit.

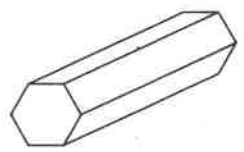


Nomme les faces et les bases de ce prisme droit. Cite :
- un sommet appartenant à la face BCIH ;
- un sommet n'appartenant pas à la face CDJI ;
- un sommet appartenant à la fois aux deux faces CBHI, ABHG et à la base GHIJKL ;
- un sommet appartenant à l'arête [GH] ;
- un sommet appartenant aux arêtes [FL] et [GL] ;
- un sommet n'appartenant pas aux arêtes [AG], [GH] et [GL] ;
- une arête contenue dans la face FEKL ;
- une arête non contenue dans la base GHIJKL ;
- une arête non contenue dans les faces AFLG et FEKL.

2 Les solides représentés ci-dessous sont des prismes droits.
Pour chacun d'eux, dis s'il est posé sur l'une de ses bases ou s'il est posé sur l'une de ses faces latérales.

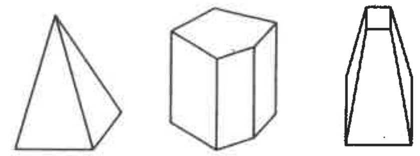


Solide 1 *Solide 2*

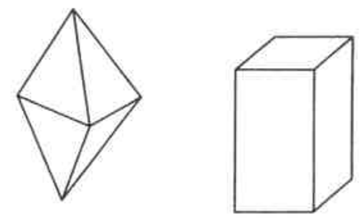


Solide 3

3 Parmi les solides représentés ci-dessous, deux sont des prismes droits. Indique-les et justifie tes réponses.



Solide 1 *Solide 2* *Solide 3*



Solide 4 *Solide 5*

4 Dessine un patron d'un prisme droit dont :
- la hauteur est 6 cm ;
- les bases sont des carrés de côté 2,5 cm.

5 Dessine un patron d'un prisme droit dont :
- la hauteur est 6 cm ;
- les bases sont des rectangles de longueur 4 cm et de largeur 3 cm.

6 Dessine un patron d'un prisme droit dont :
- la hauteur est 5 cm ;
- les bases sont des triangles isocèles dont les côtés ont pour longueurs 4 cm ; 4 cm et 2,5 cm.

7 Dessine un patron d'un prisme droit dont :
- la hauteur est 5 cm ;
- les bases sont des triangles équilatéraux de côtés 3 cm.

8 Dessine un patron d'un prisme droit dont :
- la hauteur est 4,5 cm ;
- les bases sont des losanges dont les diagonales ont pour longueurs 8 cm et 6 cm.

9 **a)** Un prisme droit a huit faces.
Combien de côtés ont chacune de ses bases ?
Quelle est la nature de ses bases ?
b) Un prisme droit a dix faces.
Combien de côtés ont chacune de ses bases ?
Quelle est la nature de ses bases ?

10 ABCDEFGH est un prisme droit. Calcule l'aire totale et le volume de ce prisme droit dans les deux cas suivants :
- ABCDEFGH est un cube d'arête 5,2 cm ;
- ABCDEFGH est un pavé droit d'arêtes respectives 43 cm ; 8,1 dm et 0,46 m.

11 Un prisme droit a pour base un parallélogramme ABCD.
Les côtés [AB] et [BC] de ce parallélogramme ont pour longueurs respectives 12 cm et 5 cm.
La hauteur [AH] relative à la base [CD] de ce parallélogramme est 4,6 cm.
La hauteur du prisme droit est 8 cm.
Calcule l'aire latérale, puis l'aire totale et le volume de ce prisme droit.

12 Dans un prisme droit, on désigne par :
- h, sa hauteur ;
- $\mathcal{A}$, l'aire d'une base ;
- $\mathcal{V}$, son volume.

Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

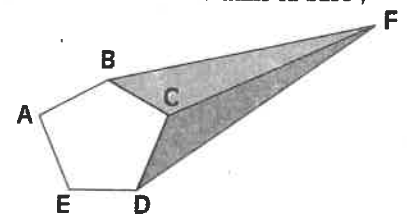
$\mathcal{V}$ (en cm³)		67,375	79,38
$\mathcal{A}$ (en cm²)	6, 25		17,64
h (en cm)	7	5,5	

13 Dans cet exercice, les solides sont des prismes droits, leurs bases sont des polygones réguliers.
Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

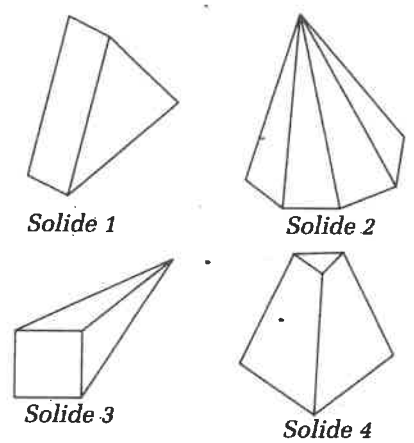
Nombre de côtés d'une base	3	5	6	
Longueur d'un côté d'une base (en cm)	4,5		3,4	2,7
Hauteur du prisme (en cm)	6	7,3		4,5
Aire latérale (en cm²)		146	112,2	97,2

2 PYRAMIDE

14 ABCDEF est une pyramide.
Nomme la base, les faces latérales et le sommet de la pyramide. Cite :
- un sommet n'appartenant pas à la face AEF ;
- un sommet appartenant à la base et à la face ABF ;
- une arête non contenue dans la base ;



15 Parmi les solides représentés ci-dessous, deux sont des pyramides ? Indique-les et justifie tes réponses.

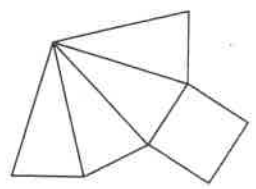


Solide 1 *Solide 2*
Solide 3 *Solide 4*

16 Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Nombre de faces latérales de la pyramide	Nature de la base de la pyramide
3	
4	
6	
8	

17 La figure ci-dessous représente le patron d'une pyramide.



Dessine deux autres patrons de cette pyramide.

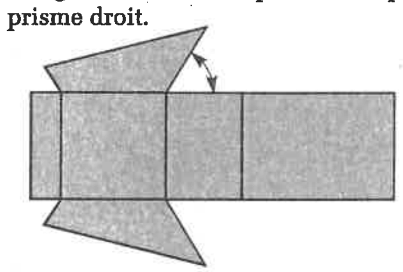
18 Dessine un patron d'une pyramide dont :
- la base est un triangle équilatéral de côté 4 cm ;
- les faces latérales sont des triangles équilatéraux.

19 Dessine un patron d'une pyramide dont :
- la base est un hexagone régulier de côté 4 cm ;
- les faces latérales sont des triangles isocèles de côtés 4 cm ; 7 cm et 7 cm.

20 Dessine un patron d'une pyramide de base octogonale et dont les faces latérales sont des triangles isocèles de côtés 3 cm ; 6 cm et 6 cm.

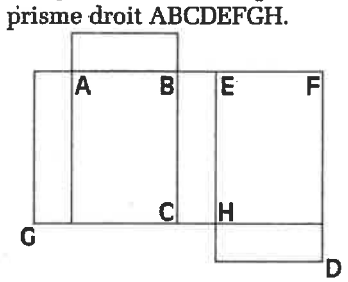
APPROFONDISSEMENT

21 La figure ci-dessous représente le patron d'un prisme droit.



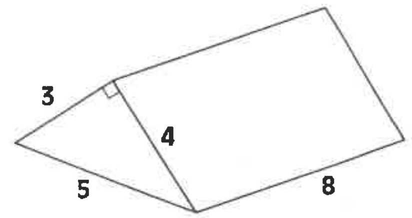
Reproduis cette figure, puis indique par des flèches les côtés qui vont coïncider au collage.

22 La figure ci-dessous représente le patron d'un prisme droit ABCDEFGH.



Reproduis cette figure, puis complète ce patron en écrivant, sur chaque face, les noms des sommets aux endroits qui conviennent.

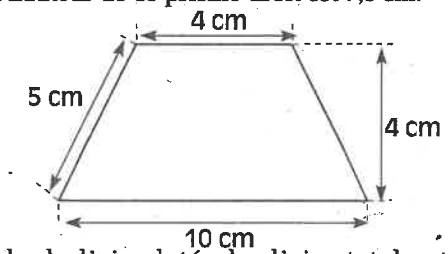
23 L'unité est le cm. Calcule pour le prisme droit ci-dessous :
- l'aire d'une base ;
- le périmètre d'une base ;
- l'aire latérale ;
- l'aire totale ;
- le volume.



Dessine un patron de ce prisme.

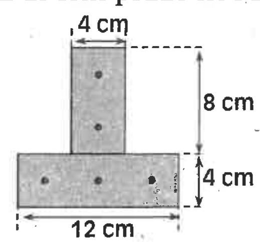
24 L'une des bases d'un prisme droit est un quadrilatère ABCD dont les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] ont pour longueurs respectives 50 mm ; 3,5 cm ; 0,6 dm et 2,5 cm et dont la diagonale [AC] a pour longueur 7 cm.
La hauteur de ce prisme droit est 85 mm.
Calcule l'aire latérale de ce prisme droit.
Dessine un patron de ce prisme.

25 L'une des bases d'un prisme droit est un trapèze isocèle dont l'esquisse cotée est proposée ci-dessous.
La hauteur de ce prisme droit est 7,5 cm.



Calcule l'aire latérale, l'aire totale et le volume de ce prisme droit.
Construis ce prisme droit après en avoir dessiné un patron.

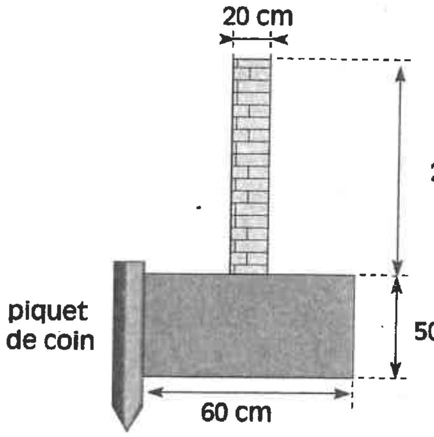
26 Une poutre en béton armé a un profil en forme de **T** comme l'indique l'esquisse cotée ci-dessous.
La longueur de cette poutre est 6 m.



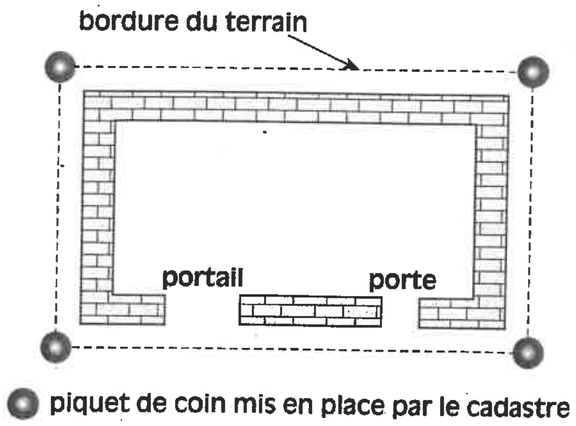
Sachant que cette poutre est armée de cinq tiges métalliques cylindriques de 0,5 cm de diamètre, calcule le volume de béton nécessaire à sa fabrication.

EXERCICES

27 Un terrain a la forme d'un rectangle de 60 m sur 10 m.
Le propriétaire décide de clôturer ce terrain par un mur de 2 m de haut et de 20 cm de large.
Ce mur repose sur des fondations de 60 cm de large sur 50 cm de profondeur (voir l'esquisse 1 ci-dessous).
Les fondations sont construites en bordure du terrain (voir l'esquisse 2 ci-dessous).



Esquisse 1

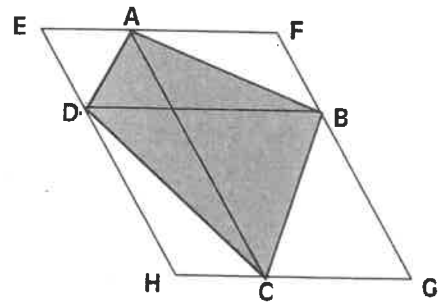


Esquisse 2

Le propriétaire prévoit un portail de 3,5 m de large et une porte de 1 m de large.
Les fondations existent sous le portail et sous la porte.
Calcule le volume des fondations et le volume de maçonnerie nécessaire pour construire le mur de clôture.

PROBLÈMES ET ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

1 ABCD est un quadrilatère.
EFGH est un quadrilatère obtenu en traçant les droites parallèles aux diagonales [AC] et [BD] de ce quadrilatère.
Justifie que :
a) le quadrilatère EFGH est un parallélogramme.
b) l'aire du parallélogramme EFGH est le double de l'aire du quadrilatère ABCD.



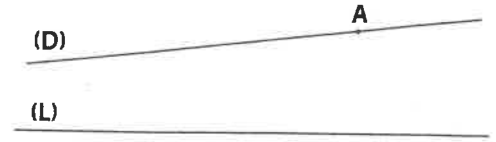
2 ABC est un triangle rectangle en A tel que mes $\widehat{C} = 30°$. Trace un triangle ABE rectangle et isocèle en A.
Place un point F sur la droite (BC) tel que le triangle BEF soit isocèle en E.
Justifie que le triangle CEF est isocèle.

3 On donne un carré ABCD.
Construire à l'intérieur de ce carré un point E tel que le triangle ABE soit équilatéral.
a) Quelle est la nature du triangle AED ? Justifie ta réponse.
b) Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CDE}$.

4 MNPQ est un parallélogramme tel que :
mes $\widehat{M} = 120°$; $(PM) \perp (MQ)$
S est un point de la droite (MN) tel que :
$S \notin [MN]$; $MS = NP$
a) Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{MNP}$, $\widehat{PMN}$ et $\widehat{QMS}$. Justifie tes réponses.
b) Quelle est la nature du triangle MQS ? Justifie ta réponse.

5 On donne un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O, quatre points A, B, C et D du cercle ($\mathscr{C}$) tels que : $(AB) // (CD)$; $O \notin (AB)$; $O \notin (CD)$
On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [CD]. Justifie que les points I, O et J sont alignés.

6 On donne deux droites (D) et (L) et un point A appartenant à (D). Construis à la règle et au compas, un triangle équilatéral ABC tel que B et C soient respectivement sur les droites (D) et (L). Justifie la méthode utilisée.



Combien peux-tu construire de triangle vérifiant ces contraintes ?

7 On donne un parallélogrammes ABCD de centre O ? On désigne par I et J les milieux respectifs des côtés [AB] et [CD].
a) Justifie que O est le milieu du segment [IJ]
b) Justifie que AICJ est un parallélogramme.

8 ($\mathscr{C}$) est un cercle de centre O, [AB] un diamètre de ($\mathscr{C}$). On désigne par (L) et (L') les médiatrices respectives des segments [OA] et [OB].
La droite (L) coupe le cercle ($\mathscr{C}$) en E et F ; la droite (L') coupe le cercle ($\mathscr{C}$) en G et H tels que E et G soient sur le même demi-cercle d'extrémités A et B.
a) Quelle est la nature de chacun des triangles OEA, OEG et EFB ? Justifie tes réponses.
b) Quelle est la nature de chacun des quadrilatères AEOF, AHBE et AEGB ? Justifie tes réponses.
c) Quelle est la nature du polygone AFHBGE ? Justifie ta réponse.

9 ABC est un triangle rectangle en A et M le milieu du côté [BC].
On désigne par D le symétrique de A par rapport à M, par E le symétrique de B par rapport à A et par N le milieu du segment [CE].
Quelle est la nature de chacun des quadrilatères ABDC, ADCE et AMCN ? Justifie tes réponses.

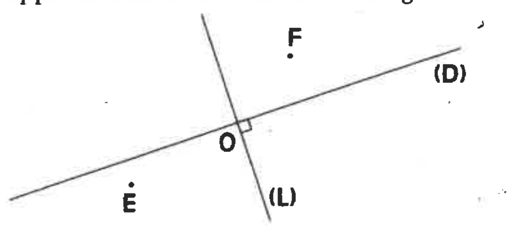
10 Trace deux droites (L) et (L') perpendiculaires en O. Marque un point A sur (L) et un point B sur (L') tels que OA = OB.
Place le point K milieu du segment [AB].
Construis le point C symétrique de O par rapport à K.
Construis le point D tel que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.

a) Quelle est la nature du quadrilatère OACB ? Justifie ta réponse.
b) Justifie que le point A est le milieu du segment [OD].
c) Justifie que le triangle OCD est rectangle et isocèle en C.

11 On donne deux droites sécantes (D) et (L), deux points A et B appartenant respectivement à (D) et (L), tels que $\widehat{AOB}$ soit obtu.
Construis à la règle et au compas un triangle ayant A et B pour sommets et tel que (D) et (L) soient respectivement les bissectrices des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$.

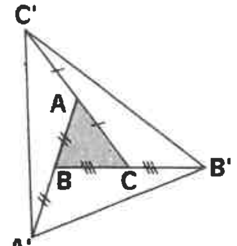
12 On donne une droite (D) et trois points E, F et G. **Construis le rectangle ABCD ayant (D) comme axe de symétrie et tel que les points E, F et G appartiennent à ses côtés.**

13 On donne deux droites perpendiculaires (D) et (L) et deux points E et F.
Construis le losange ABCD ayant pour axes de symétrie (D) et (L) et tels que E et F appartiennent aux côtés de ce losange.



14 Les côtés du parallélogramme ABCD ont pour longueurs 6 cm et 4 cm ; l'une des hauteurs de ce parallélogramme a pour longueur 3 cm.
Construis, à la règle et au compas, le parallélogramme ABCD.
Quelle est la longueur de sa deuxième hauteur ?
Justifie ta réponse.

15 **a)** On donne un triangle PQR. Place un point M sur la droite (QR) de façon que les triangles PQR et PRM aient la même aire.
b) On donne un triangle ABC. On désigne par :
C' le symétrique de C par rapport à A
A' le symétrique de A par rapport à B
B' le symétrique de B par rapport à C
Justifie que l'aire du triangle A'B'C' est égale à sept fois l'aire du triangle ABC.



16 On donne un segment [AB] de longueur 2 cm.
a) Trace 5 cercles passant par les points A et B.
b) Où se trouve les centres de tous les cercles passant par A et B ?
c) Parmi tous les cercles passant par A et B quel est celui qui a le plus petit rayon ?
Explique pourquoi tous les autres cercles passant par A et B ont un rayon plus grand que 2 cm.

17 On donne une droite (D), un point A appartenant à (D) et un point B n'appartenant pas à (D), et tels que les droites (D) et (AB) ne soient pas perpendiculaires.
Construis le cercle passant par les points A et B et tel que son centre appartienne à (D).
Explique pourquoi tu ne peux construire qu'un seul cercle vérifiant ces contraintes.

18 On donne un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et un point A à l'intérieur de ($\mathscr{C}$) et distinct de O.
Construis une corde de ($\mathscr{C}$) ayant A pour milieu. Justifie ta construction.

19 On donne un triangle ABC, le cercle ($\mathscr{C}$) de centre E circonscrit à ce triangle, et un point I à l'extérieur de ($\mathscr{C}$). On désigne par M le milieu du segment [AB] et par H le point de la droite (BC) tel que (AH) $\perp$ (BC).
a) Construis les points A', B', C' symétriques respectifs par rapport à I des points A, B et C.
b) Donne deux méthodes pour construire le point M' symétrique de M par rapport à I.
c) Donne trois méthodes pour construire le point H' symétrique de H par rapport à I.
d) Donne la méthode la plus performante pour construire le centre du cercle circonscrit au triangle A'B'C'.
Justifie toutes tes méthodes de construction.

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Tout a été créé par les nombres qui étaient le modèle exemplaire dans l'esprit du créateur.

Severinius BOECE (480-524, Rome)

CALCULS NUMÉRIQUES

Nombres entiers naturels

- Tous les nombres entiers naturels s'écrivent à l'aide de dix chiffres :

0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

- Le nombre entier naturel *deux milliards sept cent quarante trois millions cent cinquante six mille quatre vingt dix-huit,* s'écrit en chiffres :

MILLIARDS	MILLIONS	MILLIERS	UNITÉS
• • 2	7 4 3	1 5 6	0 9 8

centaines de milliers ; *dizaines de milliers* ; *unités de milliers* ; *unités* ; *dizaines* ; *centaines*

- 108 = 9 × 12 — 108 est un multiple de 9 et de 12. 9 et 12 sont des diviseurs de 108
- Les multiples de 2 sont terminés par : 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8. Ce sont les nombres pairs.
  Les autres nombres sont terminés par : 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; . Ce sont les nombres impairs.

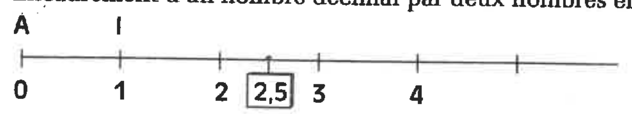
450 et 1 765	sont divisibles par 5	car	ils se terminent par 0 ou 5
726	est divisible par 3	car	7 + 2 + 6 est un multiple de 3
351	est divisible par 9	car	3 + 5 + 1 est un multiple de 9.

Nombres décimaux

- *Vingt cinq mille quatre cent huit virgule trois mille six cent sept,* permet d'écrire en chiffres :

$$25\,408,360\,7 = \underbrace{25\,408}_{\text{partie entière}} + \underbrace{0,360\,7}_{\text{partie décimale}}$$

- Encadrement d'un nombre décimal par deux nombres entiers consécutifs.



2 < 2,5 < 3

- En l'absence de parenthèses la multiplication est prioritaire sur l'addition et la soustraction.

$$a = 4 \times \underbrace{(3 + 5)} = 4 \times 7 = 28$$

$$b = \underbrace{4 \times 3} + 5 = 12 + 5 = 17$$

Fractions

- Fractions égales : $\frac{72}{84} = \frac{36}{42} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7}$
- Fractions décimales : $\frac{704}{1}$; $\frac{23}{10}$; $\frac{9}{100}$; $\frac{1}{1\,000}$ ...
- Opérations sur les fractions : $\boxed{\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}}$ $\boxed{a \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{d}}$

RÉVISIONS

CALCULS NUMÉRIQUES

Divisions

$$\begin{array}{r|l} 25 & 6 \\ \hline -24 & 4 \\ 1 & \end{array}$$

Quotient entier

$25 = 6 \times 4 + 1$

$$\begin{array}{r|l} 84 & 24 \\ \hline -72 & 3{,}5 \\ 12\,0 & \\ -12\,0 & \\ 0 & \end{array}$$

Quotient exact

$84 = 24 \times 3{,}5$

$$\begin{array}{r|l} 363{,}8 & 32 \\ \hline -32 & 11{,}36 \\ 43 & \\ -32 & \\ 11\,8 & \\ -9\,6 & \\ 2\,2\,0 & \\ -1\,9\,2 & \\ 2\,8 & \end{array}$$

Quotient approché

3, 638	DIVISÉ PAR	0,32
↓ ×100		↓ ×100
363, 8	DIVISÉ PAR	32

Ces deux divisions donnent le même quotient

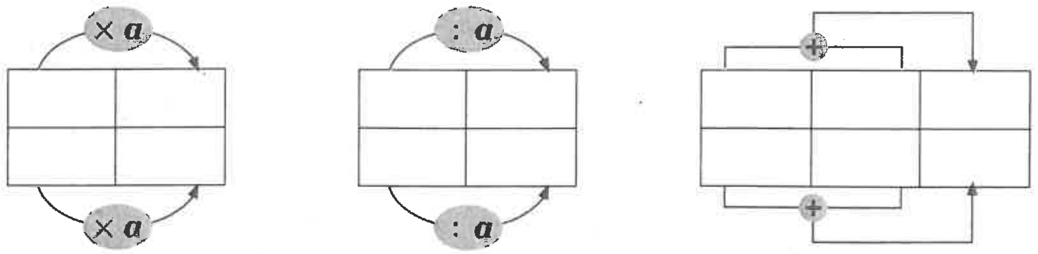
$363{,}8 = 32 \times 11{,}36 + 0{,}28$
$3{,}638 = 0{,}32 \times 11{,}36 + 0{,}002\,8$

Proportionnalité

: 7				× 7
	2	3	4	
	14	21	28	

• Ce tableau est un tableau de proportionnalité ; il a pour coefficients : 7 et $\frac{1}{7}$

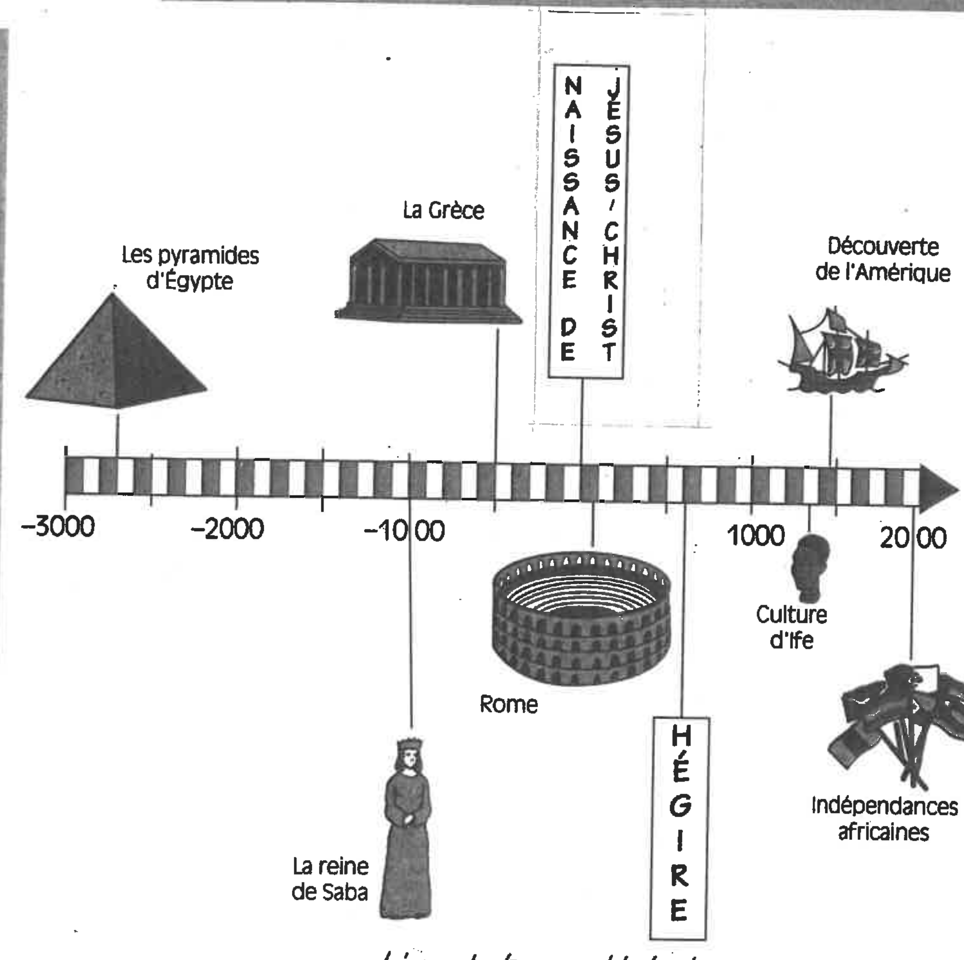
• Propriétés des tableaux de proportionnalité :



• Échelle $\frac{1}{500\,000}$

× 500 000	Longueurs sur la carte (en cm)	1		× 5
: 100 000	Longueurs sur le terrain (en cm)	500 000		
	Longueurs sur le terrain (en km)	5		

10 Nombres décimaux relatifs



Ligne du temps historique

SOMMAIRE

1 Présentation des nombres décimaux relatifs

1.1 ACTIVITÉS

Les repères de l'Histoire

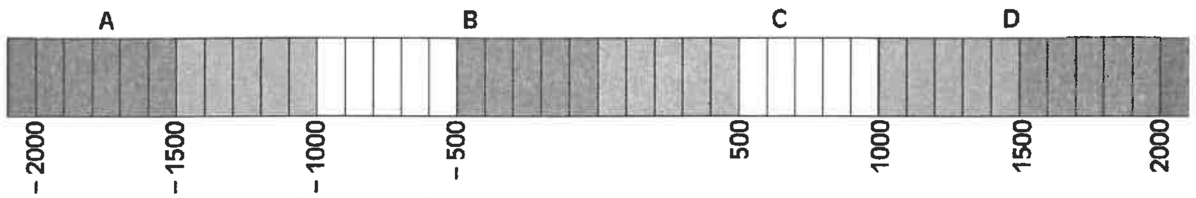
Pour repérer un événement dans le temps, un événement a été choisi comme origine : la naissance de Jésus-Christ (en abrégé J.C.).

Ainsi, on dira qu'Euclide est mort en 283 avant J.C. et que Christophe Colomb a découvert l'Amérique en 1492 après J.C.

Dans certains manuels d'Histoire on trouve une autre notation ;

- un événement qui a eu lieu en l'an 2000 avant J.C. peut être repéré dans le temps par le nombre entier relatif **négatif** : – 2000 ;
- un événement qui a eu lieu en l'an 1789 après J.C. peut être repéré dans le temps par le nombre entier relatif **positif** : + 1789 ou même 1789 si aucune confusion n'est à craindre.

La chronologie est généralement représentée par une bande régulièrement **graduée.**



A : – 1750 Naissance de l'Empire Perse
B : – 490 Bataille de Marathon
C : 622 Hégire
D : 1492 Découverte de l'Amérique par Christophe Colomb

EXERCICE

1.a Reproduis la bande ci-dessus. Marque les événements suivants :

A	**– 1400**	Construction du tombeau de Toutankhamon
B	**– 753**	Fondation de la ville de Rome
C	**– 387**	Platon inscrit sur le fronton de l'Académie : "Nul n'entre ici s'il n'est géomètre"
D	**– 283**	Mort d'Euclide
E	**800**	Sacre de Charlemagne
F	**1727**	Mort d'Isaac Newton
G	**1955**	Conférence de Bandung

Un peu de climatologie

Le tableau ci-dessous donne les températures moyennes pour chacun des mois de l'année.

	Jan	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Août	Sept	Oct	Nov	Déc
Alert (Groenland)	– 31,9	– 33	– 33,9	–23,9	– 11,3	– 0,1	3,9	0,8	– 9,5	– 19,8	– 25,8	– 30,2
Paris (France)	3,5	4,3	7,9	11	14,6	17,8	19,5	19,1	16,5	11,8	7,3	4,3
Pic du Midi (France)	– 8	– 7,5	– 7	– 5	– 1,5	2,5	3	3	2,5	0	– 4,5	– 5,5
Assouan (Égypte)	16,1	18	21,6	26,7	31,6	33,2	33,9	34,1	31,8	28,9	23,4	18,2
Bamako (Mali)	25,5	28	30,9	32,4	31,9	29,1	26,9	26	26,6	27,8	27,2	25,4

Sur la ligne Pic du Midi –7,5 signifie 7,5° au-dessous de 0°, 3 signifie 3° au-dessus de 0°.

Pour le mois de mai, la température moyenne à Alert est indiquée par le nombre décimal négatif –11,3. Donne sa signification.

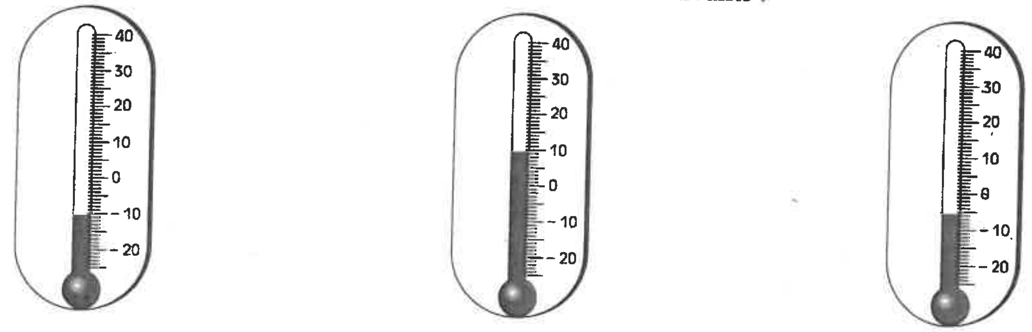
En mars, la température moyenne à Bamako est indiquée par le nombre décimal positif 30,9. Donne sa signification.

Quels sont les mois où la température moyenne à Alert est indiquée par un nombre décimal positif ?

Quels sont les mois où la température moyenne au Pic du Midi est indiquée par un nombre décimal négatif ?

EXERCICE

1.b Lis la température qu'indique chacun des thermomètres suivants :



1.2 VOCABULAIRE

Nombres entiers relatifs

+ 13 ; + 622 ; + 1 492 ; – 1 750 ; – 387 sont des **nombres entiers relatifs.**
L'ensemble des nombres entiers relatifs est noté $\mathbb{Z}$.
Les nombres + 13 ; + 622 ; + 1492 sont des nombres entiers relatifs **positifs.**
Les nombres – 1 750 ; – 387 sont des nombres entiers relatifs **négatifs.**

Nombres décimaux relatifs

+ 17 ; – 4,1 ; + 0,09 ; – 340 sont des **nombres décimaux relatifs.**
L'ensemble des nombres décimaux relatifs est noté $\mathbb{D}$.
Les nombres entiers relatifs sont des nombres décimaux relatifs.
Les nombres + 2 ; + 44,7 ; + 103 sont des nombres décimaux relatifs **positifs.**
Les nombres – 11,3 ; – 6 ; – 0,01 sont des nombres décimaux relatifs **négatifs.**

Notations
Les nombres décimaux relatifs positifs peuvent s'écrire de diverses façons.
Ainsi par exemple :

+ 2 s'écrit aussi 2 ou (+ 2)
+ 44,7 s'écrit aussi 44,7 ou (+ 44,7)

Les nombres décimaux relatifs négatifs peuvent s'écrire de diverses façons.
Ainsi par exemple :

– 11,3 s'écrit aussi (– 11,3)
– 6 s'écrit aussi (– 6)

Cas particulier
0 est le seul nombre décimal relatif qui soit à la fois positif et négatif.
On n'écrit ni – 0 ni + 0 mais on écrit toujours 0.

EXERCICES

1.c Parmi les nombres décimaux relatifs suivants, indique les nombres décimaux relatifs positifs, puis les nombres décimaux relatifs négatifs.
– 12 ; + 3 ; – 147,5 ; + 0,007 ; – 1,04 ; – 4 736 ; – 9,761 ; – 300,12 ; 0

1.d Parmi les nombres décimaux relatifs suivants, indique :
a) ceux qui sont positifs ;
b) ceux qui sont négatifs ;
c) ceux qui sont des nombres entiers relatifs ;
d) ceux qui sont des nombres entiers naturels ;
e) ceux qui sont des décimaux non entiers.
(– 1,3) (+ 10) (– 3,8) (– 1) (+ 1,3) (+ 18) (+ 1) (– 9,18) (– 18) (– 10)

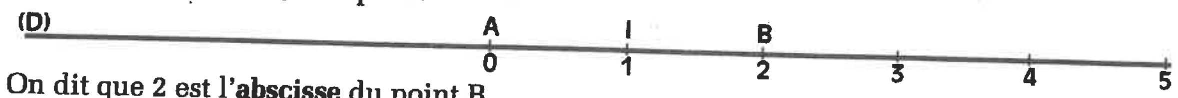
2 Droites graduées

2.1 REPÉRER DES POINTS SUR UNE DROITE PAR DES NOMBRES ENTIERS RELATIFS

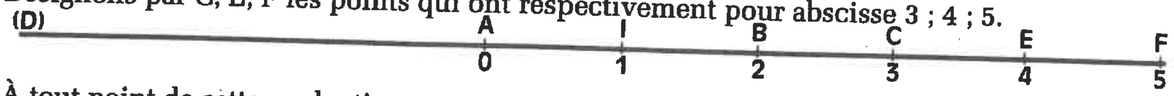
Activité

Sur la droite (D) plaçons les points A et I

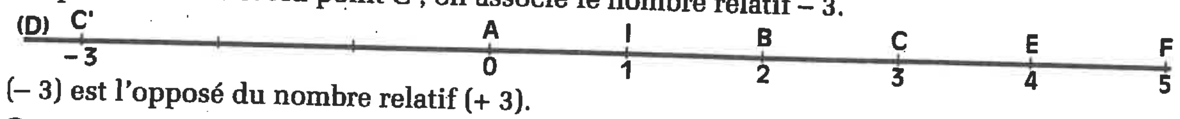
Graduons la demi-droite [AI] par les nombres entiers naturels en choisissant comme unité la longueur du segment [AI].
Marquons les six premiers nombres entiers naturels sur cette demi-droite graduée.
Soit B le point de [AI] marqué 2.



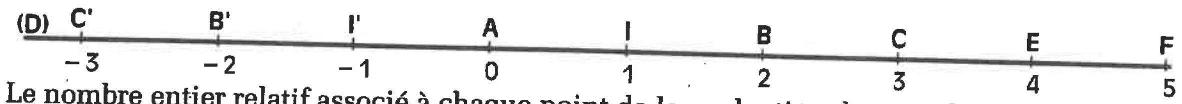
On dit que 2 est l'**abscisse** du point B.
0 est l'abscisse du point A ; I est le point qui **a pour abscisse** 1. Le point A est l'origine de cette graduation.
Désignons par C, E, F les points qui ont respectivement pour abscisse 3 ; 4 ; 5.



À tout point de cette graduation, on associe un nombre entier naturel : l'abscisse de ce point.
Soit C' le symétrique de C par rapport à l'origine A.
C a pour abscisse 3. Au point C', on associe le nombre relatif – 3.



(– 3) est l'opposé du nombre relatif (+ 3).
Construisons le symétrique de chacun des points de la graduation de la demi-droite [AI].
Au point B', symétrique du point B par rapport à A, associons l'abscisse (– 2), nombre relatif opposé à (+ 2), abscisse de B.
Procédons de même avec les autres points obtenus par symétrie.
On gradue ainsi la droite (D) par les nombres entiers relatifs.



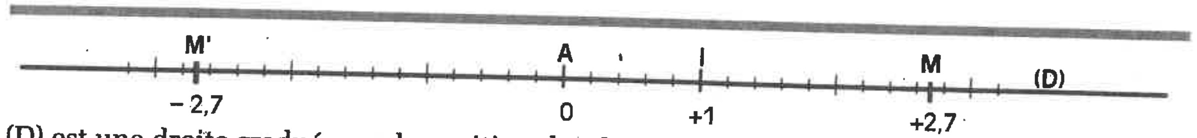
Le nombre entier relatif associé à chaque point de la graduation de cette droite est l'abscisse de ce point.

DÉFINITION

Des nombres sont opposés lorsqu'ils sont les abscisses de deux points symétriques par rapport à l'origine d'une droite graduée.

Exemples (– 7) et (+ 7) sont opposés.
On dit aussi : l'opposé de (+ 7) est (– 7) ou encore (+ 7) a pour opposé (– 7).
De même, l'opposé de (– 9) est (+ 9).
Bien sûr, l'opposé de 0 est 0.

Vocabulaire



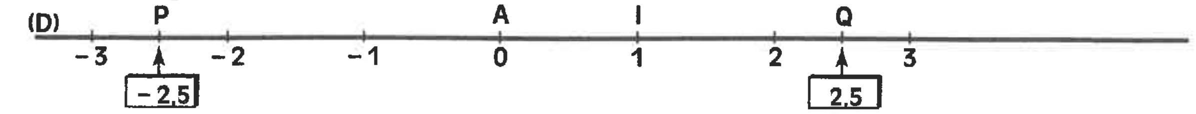
(D) est une droite graduée par la position des deux points A et I.
Le point A est choisi comme **origine**, la longueur du segment [AI] comme **unité**.
Le point A a pour **abscisse 0**. Le point I a pour **abscisse 1**.
(A,I) est appelé **repère** de la droite (D).
M est un point situé sur la demi-droite [AI] tel que : AM = 2,7 ;
(+ 2,7) est appelé **l'abscisse** du point M.
M' est le symétrique du point M par rapport à l'origine A ; (– 2,7) est l'abscisse du point M'.

2.2 PLACER DES NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS SUR UNE DROITE GRADUÉE

Activité

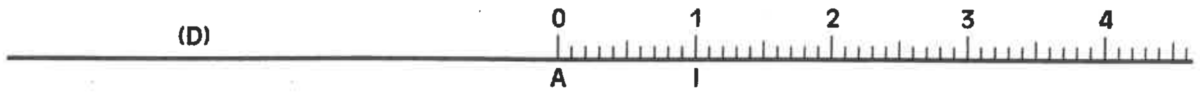
• On veut placer le point P d'abscisse (– 2,5) sur une droite graduée (D).
Pour cela, procédons comme suit.

a) On place le point Q d'abscisse (+ 2,5).
b) On construit le symétrique de Q par rapport au point origine A ; c'est le point P qui, par définition, a pour abscisse le nombre (– 2,5).

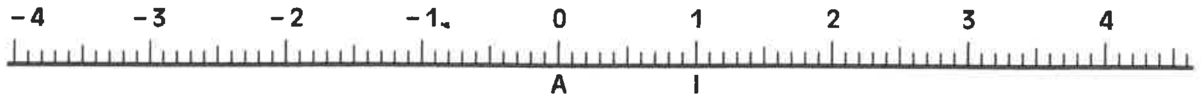


• On veut graduer la droite (D) avec des nombres décimaux relatifs. Pour cela, procédons comme suit.

a) Sur la droite (D), considérons la demi-droite [AI) ainsi graduée.



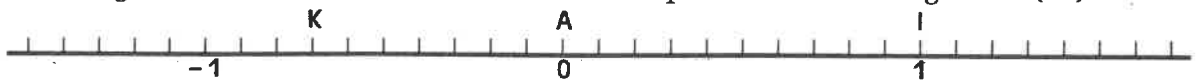
b) Construisons les symétriques par rapport à A, de chacun des points de cette graduation.



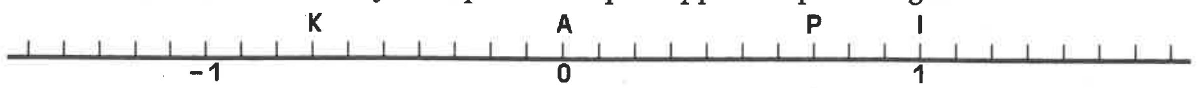
2.3 LIRE L'ABSCISSE D'UN POINT MARQUÉ SUR UNE DROITE GRADUÉE

Activité

Sur la figure ci-dessous, recherchons l'abscisse du point K de la droite graduée (AI).



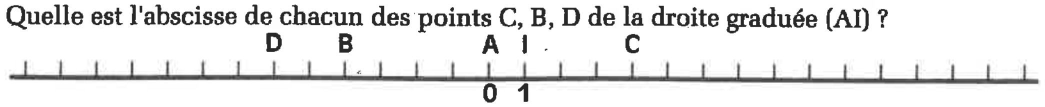
À cet effet, construisons le symétrique P de K par rapport au point origine A.



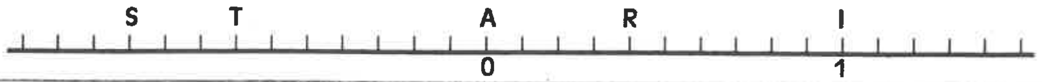
Sur la demi-droite [AI), lisons l'abscisse du point P : 0,7.
Par définition, l'abscisse du point K est donc le nombre (– 0,7), opposé de 0,7.

EXERCICES

2.a Quelle est l'abscisse de chacun des points C, B, D de la droite graduée (AI) ?



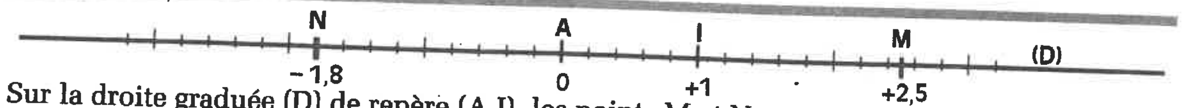
2.b Quelle est l'abscisse de chacun des points R, T, S de la droite graduée (AI) ?



3 Comparaison de nombres décimaux relatifs

3.1 DISTANCE À ZÉRO D'UN NOMBRE DÉCIMAL RELATIF

Activité 1



Sur la droite graduée (D) de repère (A,I), les points M et N ont pour abscisses respectives (+ 2,5) et (– 1,8).

La distance du point M au point A est 2,5. On dit que la **distance du nombre** (+ 2,5) au **nombre 0** est 2,5 ou encore que la **distance à zéro** du nombre (+ 2,5) est 2,5.

La distance du point N au point A est 1,8. La distance du nombre (– 1,8) au nombre 0 est donc 1,8.

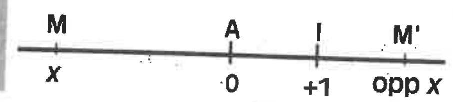
• Quelle est la distance à zéro de chacun des nombres décimaux relatifs suivants :
(+ 3) ; (– 1) ; 0 ; (– 2,3) et (– 5,1) ?

Activité 2

• Compare les distances à zéro des nombres décimaux relatifs (+ 5,7) et (– 5,7).
• Justifie que deux nombres décimaux relatifs opposés ont la même distance à zéro.

PROPRIÉTÉ

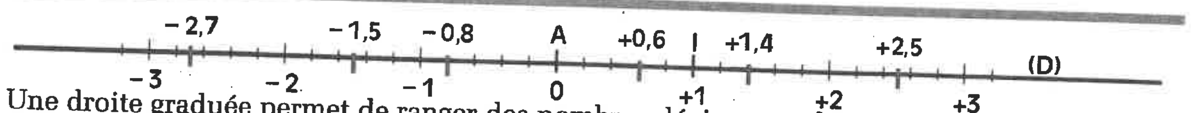
Deux nombres décimaux relatifs opposés ont la même distance à zéro.



MA = M'A

3.2 COMPARAISON DE NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Activité 1



Une droite graduée permet de ranger des nombres décimaux relatifs.
• Range dans l'ordre croissant les nombres décimaux relatifs suivants :
(+ 0,6) ; (– 0,8) ; 0 ; (+ 1) ; (– 2,7) ; (+ 2,5) ; (+ 1,4) ; (– 1,5).
• Range dans l'ordre décroissant ces mêmes nombres.

Activité 2

Tu sais comparer deux nombres décimaux relatifs positifs.

• On veut comparer les nombres décimaux relatifs négatifs (– 1,7) et (– 2,3).
- Sur une droite graduée (D) de repère (A,I), place les points M et N d'abscisses respectives (– 1,7) et (– 2,3). Range ces nombres dans l'ordre croissant.
- Compare les distances à zéro de ces nombres.
Que constates-tu ?

• Compare de la même façon les nombres décimaux relatifs négatifs (– 3,5) et (– 4,2).

On admet la propriété suivante :

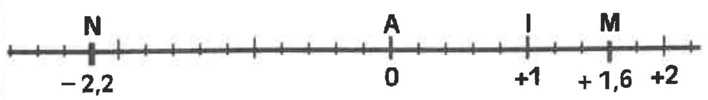
PROPRIÉTÉ

Si deux nombres décimaux relatifs sont négatifs, alors le plus petit est celui qui a la plus grande distance à zéro.

AM = 2,4 et AN = 1,8
AM > AN
– 2,4 < – 1,8

REMARQUE

Si deux nombres décimaux relatifs sont de signes contraires, alors le plus petit est le nombre négatif.



– 2,2 < + 1,6

Activité 3

Pour ranger dans l'ordre croissant les nombres décimaux relatifs : (+ 0,6) ; (– 0,8) ; (– 2,7) ; (+ 2,5) ; (+ 1,4) ; (– 1,5) tu peux utiliser la méthode suivante :

- tu tries les nombres négatifs et les nombres positifs :

(– 0,8) ; (– 2,7) ; (– 1,5) et (+ 0,6) ; (+ 2,5) ; (+ 1,4)

- tu compares les nombres négatifs entre eux et les nombres positifs entre eux :

- 2,7 < – 1,5 < – 0,8 et + 0,6 < + 1,4 < + 2,5

- tu obtiens le rangement suivant : – 2,7 < – 1,5 < – 0,8 < + 0,6 < + 1,4 < + 2,5.

• Utilise cette méthode pour ranger dans l'ordre croissant les nombres décimaux relatifs suivants :
(+ 1,7) ; (– 2,3) ; (+ 3,1) ; (– 2,9) ; (+ 2,6) ; (– 0,8).

Activité 4

Sur une droite graduée (D) de repère (A,I), place les points T et U d'abscisses respectives (– 2,6) et (– 3,4)

• Compare les nombres décimaux relatifs (– 2,6) et (– 3,4).

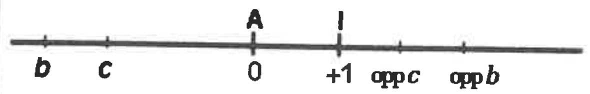
• Place sur la droite (D) les points T' et U' symétriques respectifs des points T et U par rapport à l'origine A du repère. Compare les abscisses des points T' et U'.

• Observe le rangement des nombres décimaux relatifs (– 2,6) et (– 3,4) et celui de leurs opposés. Que constates-tu ?

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si deux nombres décimaux relatifs sont dans un ordre donné, alors leurs opposés sont dans l'ordre contraire.



Si $\boxed{b < c}$ alors $\boxed{\text{opp } b > \text{opp } c}$

EXERCICES

3.a Compare les nombres décimaux relatifs ci-dessous. Tu peux éventuellement t'aider du support visuel d'une droite graduée.
(+ 1,5) et (+ 1,6) ; (– 3) et (– 1) ; (– 1,2) et (– 1,5) ; (– 2,7) et (– 2,6) ; (– 1,7) et (+ 1,4) ; (+ 0,2) et (– 0,5) ; (+ 3) et (– 3) ; (+ 0,8) et 0 ; (– 2,5) et 0.

3.b Voici une liste de nombres décimaux relatifs :
(+ 12,1) ; (– 4,13) ; (– 2,24) ; (+ 9,1) ; (– 2,23).
Range ces nombres dans l'ordre croissant.

3.c Voici une liste de nombres décimaux relatifs :
(– 6,24) ; (+ 1,52) ; (– 5,12) ; (– 5,24) ; (+ 3,6) ; (– 5,2) ; (– 5,8).
Range ces nombres dans l'ordre décroissant.

ENTRAINEMENT

1 NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

1 Voici une liste de nombres décimaux relatifs :
(– 0,7) ; (+ 8) ; (+ 3,14) ; (+ 13) ; (– 87) ; (– 4,75) ; (– 3 024) ; (– 4) ; (+ 57,85)
Recopie et complète le tableau suivant avec les nombres de la liste précédente :

Nombres décimaux relatifs négatifs	Nombres décimaux relatifs positifs

2 Écris l'opposé de chacun des nombres relatifs suivants :
(+ 35) ; (– 17,2) ; (+ 149,51) ; (– 343) ; (– 12) ; (+ 79) ; 0 ; (+ 93) ; (– 12,3) ; (+ 48)

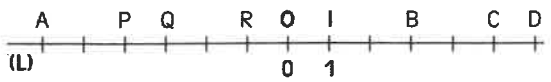
3 Recopie, puis complète par $\in$ ou $\notin$:

(– 5,4) ... $\mathbb{Z}$	(– 0,3) ... $\mathbb{D}$	(+ 2,25) ... $\mathbb{Z}$
(– 4,7) ... $\mathbb{N}$	(+ 2) ... $\mathbb{Z}$	(– 3,9) ... $\mathbb{D}$
(+ 3,75) ... $\mathbb{D}$	(+ 7) ... $\mathbb{N}$	0 ... $\mathbb{Z}$
(+ 1,07) ... $\mathbb{N}$	(+ 8) ... $\mathbb{D}$	(+ 0,17) ... $\mathbb{Z}$
(– 23) ... $\mathbb{D}$	(– 15) ... $\mathbb{N}$	0 ... $\mathbb{D}$

2 DROITES GRADUÉES

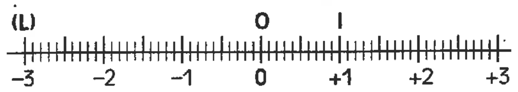
4 Trace une droite (D).
Avec le centimètre comme unité, gradue régulièrement cette droite (D) par les nombres entiers relatifs.
Marque ensuite les points O, I, A, B, C, D, E, F, G, H d'abscisses respectives :
0 ; (+ 1) ; (– 3) ; (– 2) ; (– 4) ; (+ 2) ; (+ 3) ; (+ 4) ; (– 1) ; (– 5)

5 La droite (L) ci-dessous est régulièrement graduée par les nombres entiers relatifs.
Reproduis cette droite, puis complète la graduation.

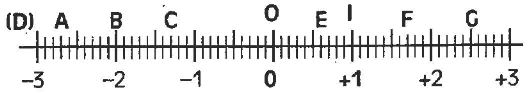


Quelle est l'abscisse de chacun des points suivants : A, B, C, D, P, Q et R ?

6 La droite (L) est régulièrement graduée par les nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule.
Reproduis cette droite graduée, puis place les points A, B, C, D, E d'abscisses respectives :
(– 2,3) ; (+1,4) ; (– 0,8) ; (– 1,2) ; (+ 2,6)



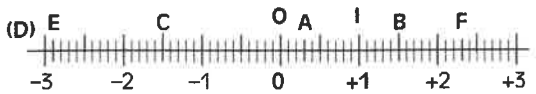
7 La droite (D) est régulièrement graduée par les nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule.



Quelle est l'abscisse du point A ? du point B ? du point C ? du point E ? du point F ? du point G ?

8 Reproduis cette partie de droite graduée, puis retrouve les points : A d'abscisse 0, B d'abscisse (+ 1), C d'abscisse (– 5) et E d'abscisse (+ 7).

9 La droite (D) est régulièrement graduée par les nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule.
Reproduis cette droite graduée, puis écris l'abscisse de chacun des points A, B, C, E, F de la droite (D).



Place les points A', B', C', E' et F' symétriques respectifs des points A, B, C, E et F par rapport à l'origine O et écris l'abscisse de chacun de ces points.

3 COMPARAISON DE NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

10 Compare les nombres décimaux relatifs ci-dessous :
(+ 6) et (+ 2) ; (– 9) et (– 11) ; (+ 6,1) et (+ 6,10)
(– 8) et 0 ; (– 4,2) et (– 3,1) ; (– 8) et (– 8,1)
0 et (+ 6,5) ; (– 5,1) et (+ 5,1) ; (– 0,31) et (– 0,30)
(+ 0,4) et (– 1) ; (– 4,51) et (– 4,5) ; (+ 0,2) et (+ 0,21)

11 Trace une droite (D). Avec le centimètre comme unité, gradue régulièrement cette droite (D) par les nombres entiers relatifs.
Marque, en rouge, six points de cette droite dont l'abscisse est plus grande que (+ 2).
Marque, en bleu, cinq points de cette droite dont l'abscisse est plus petite que (– 1).

12 Quel est le plus petit nombre entier relatif plus grand que (+ 22,17) ?
Quel est le plus grand nombre entier relatif plus petit que (+ 22,17) ?
Quel est le plus petit nombre entier relatif plus grand que (– 13,7) ?
Quel est le plus grand nombre entier relatif plus petit que (– 13,7) ?

13 Parmi les inégalités ci-dessous, indique celles qui sont vraies.

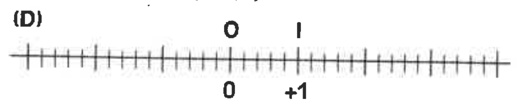
(– 3,331) < (– 3,301)	(– 5,34) < (– 5,4)
(– 3,55) < (– 3,6)	(– 7,91) > (– 4,5)
(– 2,5) < (–1)	0 > (– 20)
(– 3) < (+ 21)	(+ 4,44) > (+ 4,46)
(– 7,3) < (– 7,3)	

14 Dans chacune des trois listes ci-dessous, range les nombres décimaux relatifs dans l'ordre croissant :
a) (+ 0,3) ; (+ 0,03) ; (+ 0,33) ; (+ 0,303) ; (+ 0,331) ; (+ 0,4)
b) (– 1,4) ; (– 1 ,44) ; (– 1,04) ; (– 1,5) ; (– 1,43) ; (– 1,51)
c) (+ 3,07) ; (– 1,5) ; (+ 0,66) ; 0 ; (– 0,75) ; (+ 3,7) ; (– 1,55)

15 Dans chacune des trois listes ci-dessous, range les nombres décimaux relatifs dans l'ordre décroissant :
a) (– 0,15) ; (+ 0,2) ; (– 3,35) ; (+ 0,45) ; (– 0,55) ; (+ 0,66) ; (– 0,75)
b) (– 2,14) ; (– 2,1) ; (– 2,15) ; (– 2,141) ; (– 2,142) ; (– 2,1415)
c) (+ 9,81) ; (– 6,01) ; (– 2,54) ; (+ 2,5) ; (+ 3,41) ; (– 2,55)

APPROFONDISSEMENT

16 Reproduis la droite (D) régulièrement graduée, puis marque avec la plus grande précision possible la position des points A, B, C, E, F, G, H, J dont les abscisses sont respectivement les nombres décimaux relatifs :
(+ 2,4) ; (– 2,7) ; (+ 1,5) ; (– 1,8) ; (+ 0,4) ; (– 1) ; (– 2,1) ; (+ 3,3)



17 **a)** Intercale un nombre entier relatif entre (+ 23,4) et (+ 27,2).
Combien peux-tu intercaler de nombres entiers relatifs entre (+ 23,4) et (+ 27,2) ?
b) Intercale, entre (+ 23,4) et (+ 27,2), un nombre décimal relatif ayant un chiffre après la virgule.
c) Intercale, entre (+ 23,4) et (+ 27,2), un nombre décimal relatif ayant deux chiffres après la virgule.

18 **a)** Intercale un nombre entier relatif entre (– 5,1) et (– 2,7)
Combien peux-tu intercaler de nombres entiers relatifs entre (– 5,1) et (– 2,7) ?
b) Écris les 23 nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule qui sont entre (– 5,1) et (– 2,7)
c) Intercale un nombre décimal relatif ayant deux chiffres après la virgule entre (– 5,1) et (– 2,7)

19 **a)** Peux-tu intercaler un nombre entier relatif entre (+ 3) et (+ 4) ?
b) Combien peux-tu intercaler de nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule entre (+ 3) et (+ 4) ?

EXERCICES

20 a) Peux-tu intercaler un nombre entier relatif entre (– 0,1) et 0 ?
b) Peux-tu intercaler un nombre décimal relatif ayant un chiffre après la virgule entre (– 0,1) et 0 ?
c) Intercale un nombre décimal relatif ayant deux chiffres après la virgule entre (– 0,1) et 0.
Combien peux-tu intercaler de nombres décimaux relatifs ayant deux chiffres après la virgule entre (– 0,1) et 0 ?

21 Recopie les écritures ci-dessous, puis complète chacune d'elles par deux nombres entiers relatifs consécutifs :

… < (+ 3,7) < …	… > (+ 5,9) > …
… < (– 2,3) < …	… < (– 7,1) < …
… < (+ 1,31) < …	… > (– 5,2) > …

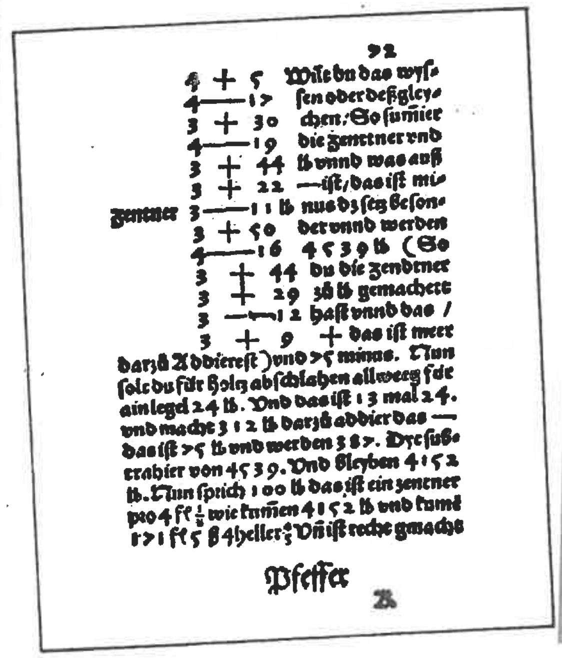
22 Recopie les écritures ci-dessous, puis complète chacune d'elles par deux nombres décimaux relatifs ayant un chiffre après la virgule (ces nombres étant le plus proche possible du nombre à encadrer) :

… < (+ 1,8) < …	… > (+ 4,9) > …
… < (– 3,2) < …	… < (– 6,1) < …
… > (– 4,7) > …	… < (+ 2,45) < …

23 a) Trouve les deux nombres entiers relatifs consécutifs qui encadrent le nombre (– 5,583).
b) Trouve les deux nombres décimaux relatifs consécutifs ayant un chiffre après la virgule, qui encadrent le nombre (– 5,583).
c) Trouve les deux nombres décimaux relatifs consécutifs ayant deux chiffres après la virgule, qui encadrent le nombre (– 5,583).

24 Trace une droite (D).
Avec le centimètre comme unité, gradue régulièrement cette droite (D) par les nombres entiers relatifs.
Marque ensuite les points A, I, J, K et L d'abscisses respectives 0 ; (+ 1) ; (– 4,5) ; (+ 3,7) ; (+ 1,5)
Quelle est l'abscisse du point M milieu du segment [IK] ?
Quelle est l'abscisse du point P milieu du segment [JL] ?

11 Somme et différence de nombres décimaux relatifs


92
4 + 5 Wiltu das wyssen oder desgleychen: So summier die zentner und lb und was auss — ist, das ist minus dz setz besonder und werden 4539 lb (So du die zendtner zu lb gemachet hast und das + das ist meer darzu Addierest) und 75 minus. Nun solt du für holz abschlahen allwegen für ain legel 24 lb. Und das ist 13 mal 24. und macht 312 lb darzu addier das — das ist 75 lb und werden 387. Die subtrahier von 4539. Und bleyben 4152 lb. Nun sprich 100 lb das ist ein zentner pro 4 fl $\frac{1}{5}$ wie kumen 4152 lb und kumt 171 fl 5 ß 4 heller $\frac{4}{5}$ Und ist recht gemacht

Pfeffer

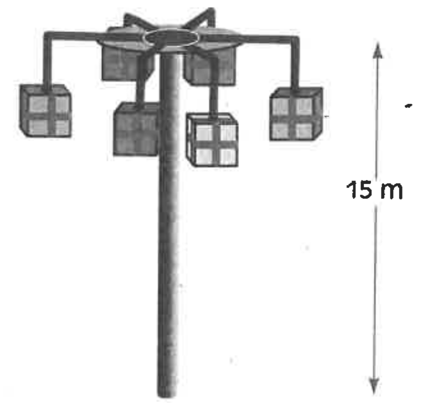
1489 : pour la première fois, les signes + et – apparaissent dans un livre. L'utilisation des signes négatifs se fait progressivement. Jusqu'au début du XIX^{e} siècle, on leur refusera tout statut théorique.

SOMMAIRE

1 Somme de nombres décimaux relatifs

1.1 SOMME DE DEUX NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Activité : DÉPLACEMENT SUR UN MAT DE COCAGNE



A l'occasion d'une fête, un mât de cocagne, haut de 15 m, a été dressé au centre du village.
Pour gagner un des cadeaux qui sont accrochés au mât, il faut atteindre son sommet.
Yago tente sa chance. Mais le mât est glissant.
Tantôt Yago monte, tantôt il glisse et redescend.

Doro commente les essais de son frère Yago. Ainsi :
- lorsque Yago monte de 2 m, Doro annonce : "+ 2"
- lorsque Yago descend de 1 m, Doro annonce : "– 1"

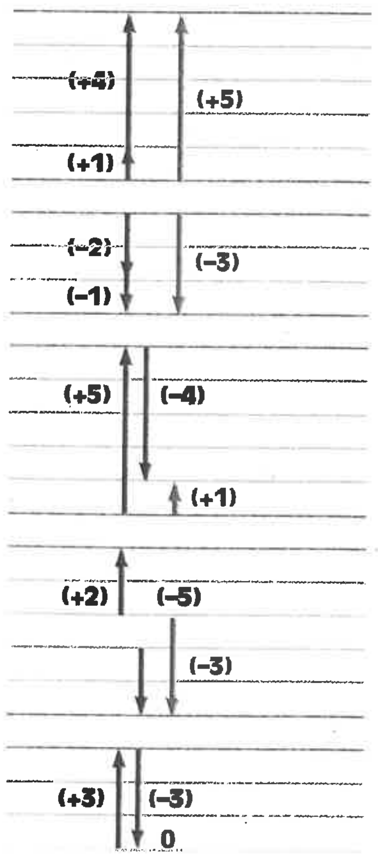
Yago monte de 1 m, puis de 4 m ;
en tout, il monte de 5 m,
ce que Doro traduit par : **(+ 1) + (+ 4) = (+ 5)**

Yago descend de 2 m, puis de 1 m ;
en tout, il descend de 3 m,
ce que Doro traduit par : **(– 2) + (– 1) = (– 3)**

Yago monte de 5 m, puis descend de 4 m ;
en tout, il monte de 1 m,
ce que Doro traduit par : **(+ 5) + (– 4) = (+ 1)**

Yago monte de 2 m, puis descend de 5 m ;
en tout, il descend de 3 m,
ce que Doro traduit par : **(+ 2) + (– 5) = (– 3)**

Yago monte de 3 m, puis descend de 3 m ;
en tout, il n'a pas bougé,
ce que Doro traduit par : **(+ 3) + (– 3) = 0**



RÈGLE

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de même signe :
- on prend le signe de ces deux nombres,
- on additionne les distances à zéro de ces deux nombres.

(– 3,2) + (– 4,1) = (– 7,3) : signes des deux nombres ; somme des distances à zéro (3,2 + 4,1)

(+ 2,5) + (+ 3,4) = (+ 5,9) : signes des deux nombres ; somme des distances à zéro (2,5 + 3,4)

RÈGLE

Pour additionner deux nombres décimaux relatifs de signes contraires :
- on prend le signe du nombre qui a la plus grande distance à zéro,
- on soustrait la plus petite distance à zéro de la plus grande.

(+ 3,2) + (– 4,9) = (– 1,7) : signe de (–4,9) car 4,9 > 3,2 ; différence des distances à zéro (4,9 – 3,2)

(– 2,5) + (+ 3,8) = (+ 1,3) : signe de (+3,8) car 3,8 > 2,5 ; différence des distances à zéro (3,8 – 2,5)

PROPRIÉTÉ

La somme de deux nombres décimaux relatifs opposés est égale à zéro.

EXERCICES

1.a Quel est le signe de chacune des sommes suivantes :
(+ 9) + (+ 7,2) ; (– 4,2) + (– 3) ; (– 9,5) + (+ 3,2) ; (+ 5,7) + (– 4,9)

1.b Calcule les sommes suivantes :

(+ 5) + (+ 1)	(+ 4) + (+ 3)	(+ 8) + (+ 4)	(+ 8) + (+ 7)
(– 2) + (– 3)	(– 4) + (– 5)	(– 7) + (– 2)	(– 3) + (+10)
(+ 9) + (– 5)	(– 9) + (+ 7)	(+ 12) + (– 12)	(– 1200) + (– 1200)

1.c Calcule les sommes suivantes :

(+ 1,5) + (+ 3,7)	(– 1,2) + (– 2,9)	(– 2,3) + (+ 1,7)
(+ 3,2) + (– 1,9)	(– 14,2) + (+ 14,2)	(+ 2,3) + (– 1,7)

1.2 SOMME DE PLUSIEURS NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

Calculons

$s = (+ 4,3) + (- 2,5) + (+ 0,7) + (- 9,5)$

$s = \underbrace{(+ 4,3) + (+ 0,7)} + \underbrace{(- 2,5) + (- 9,5)}$

$s = \underbrace{(+ 5) \quad + \quad (- 12)}$

$s = (- 7)$

> Pour calculer de manière performante une somme de plusieurs nombres décimaux relatifs, on peut déplacer et regrouper certains termes.

EXERCICES

1.d Calcule les sommes suivantes :

(+ 5) + (– 3) + (+ 7) (+ 4) + (– 6) + (– 9) + (+ 10)

(– 2) + (+ 4) + (– 8) + (+ 3) (– 5) + (+ 3) + (– 2) + (+ 6) + (– 3)

1.e Calcule de façon performante les sommes suivantes :

(+ 5,3) + (– 0,7) + (– 5,3)

(+ 5,3) + (– 10) + (+ 3,1) + (+ 4,7)

(– 4,1) + (– 13,7) + (+ 31) + (– 5,9) + (– 6,3)

2 Différence de deux nombres décimaux relatifs

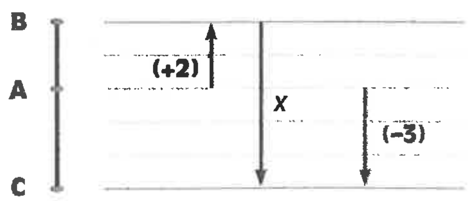
Déplacement sur le mat de cocagne

Sur le mât de cocagne, Yago se trouve en A ; il monte de 2 m et atteint le point B. Puis il glisse et se retrouve en C, à 3 m au–dessous de A.
De combien de mètres Yago a-t-il glissé de B en C ?

Pour résoudre ce problème, Doro désigne par x le nombre recherché.

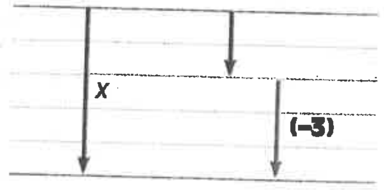
• x est le nombre décimal relatif qu'il faut ajouter à (+ 2) pour obtenir (– 3).

(+ 2) + x = (– 3)



• Le nombre x est la différence de (– 3) et de (+ 2).
On note : x = (– 3) – (+ 2)

• Exprimons le nombre x comme la somme de deux nombres décimaux relatifs dont l'un des termes est (– 3).



• On obtient : x = (– 3) + (– 2)
c'est–à–dire : **x = (– 3) + opp (+ 2)**

DÉFINITION

> **La différence de deux nombres décimaux relatifs a et b est la somme de a et de opp b.**
> **$a - b = a +$ opp b**

EXERCICE

2.a Calcule les différences suivantes :

(+ 13) – (+ 7) (– 11) – (+ 5) (+ 7,5) – (+ 2,3)

(– 3,6) – (+ 1,2) (+ 5,9) – (– 3,4) (– 5,6) – (– 8,4)

2.b Calcule les différences suivantes :

7 – 13 3,7 – 15,2 5,6 – 12,1 13,2 – 7,5

• 7 – 13 est une écriture simplifiée de (+ 7) – (+ 13)

2.c Calcule les différences suivantes :

– 7 – 13 – 3,7 – 15,2 – 5,6 – 12,1

• – 7 – 13 est une écriture simplifiée de (– 7) – (+ 13)

3 Somme algébrique de nombres décimaux relatifs

Somme algébrique

En écrivant une suite de sommes et de différences de nombres décimaux relatifs, on obtient une **somme algébrique**.

a = (+ 4,5) – (– 6,3) – (+ 5,7) + (– 8,2)

b = (+ 7,3) + (– 4,5) – (+ 5,9) – (– 1,8)

c = (+ 8,9) – (– 2,7) – (+ 6,2) + (– 9,3)

a, b et c sont des sommes algébriques de nombres décimaux relatifs.

Transformer une somme algébrique en une somme de nombres décimaux relatifs

• Écrivons le nombre a sous forme d'une somme de nombres décimaux relatifs :

a = (+ 4,5) + (+ 6,3) + (– 5,7) + (– 8,2)

Transforme de la même façon les écritures des nombres b et c.

• Déduis-en le calcul de chacun des nombres a, b et c.

Donner une écriture simplifiée d'une somme algébrique

a = (+ 4,5) – (– 6,3) – (+ 5,7) + (– 8,2)
b = (+ 7,3) + (– 4,5) – (+ 5,9) – (– 1,8)
c = (+ 8,9) – (– 2,7) – (+ 6,2) + (– 9,3)

• Écrivons le nombre a sous forme d'une suite de sommes et de différences de nombres décimaux positifs : a = (+ 4,5) + (+ 6,3) – (+ 5,7) – (+ 8,2)

Transforme de la même façon les écritures des nombres b et c.

• L'écriture simplifiée de (+ 4,5) est 4,5.
Le nombre a peut donc s'écrire : a = 4,5 + 6,3 – 5,7 – 8,2
Écris de la même façon les nombres b et c.

Pour calculer une suite de sommes et de différences de nombres décimaux relatifs, on peut effectuer les calculs progressivement de la gauche vers la droite.

• Calculons le nombre a :

a = 4,5 + 6,3 – 5,7 – 8,2
a = 10,8 – 5,7 – 8,2
a = 5,1 – 8,2
a = –3,1

Calcule de la même façon les nombres b et c.

EXERCICES

3.a Calcule chacune des sommes algébriques suivantes en les transformant en une somme de nombres décimaux relatifs :
(– 11) + (+ 0,07) – (– 0,93)
(– 3,2) – (– 9) – (+ 1,8)
(+ 2,8) + (– 1,3) – (+ 2,7) – (– 6,1)

3.b Calcule chacune des sommes algébriques suivantes en les transformant en une suite de sommes et de différences de nombres décimaux positifs :
(+ 9) + (– 3,6) – (+ 4,1) – (– 1,3)
(+ 5,2) – (+ 6,7) – (– 2,3) + (– 4,1)
(+ 2,7) – (– 4,3) + (– 8,5) – (– 0,6)

4 Équation du type : $x + b = a$

Activité

Recopie les écritures suivantes et complète chaque case vide par le nombre décimal relatif qui convient :

☐ + (+ 3,8) = (+ 2,5)   ☐ + (+ 5,3) = (– 2,6)   (+ 4,8) + ☐ = (+ 9,2)   (– 2,5) + ☐ = (+ 1,7)

Présentation

Dans l'activité présentant la différence de deux nombres décimaux relatifs, on a obtenu :

(+ 2) + x = (– 3)

C'est une **équation** d'**inconnue** x.

Le nombre (– 5) vérifie cette équation,
en effet (+ 2) + (– 5) = (– 3)
(– 5) est une **solution** de l'équation
(+ 2) + x = (– 3)

Pour trouver une solution de cette équation, on a effectué une différence :
x = (– 3) – (+ 2)

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

a et b sont des nombres décimaux relatifs connus.
L'équation $x + b = a$ d'inconnue x admet la solution $a - b$.

EXERCICES

4.a Recherche la solution pour chacune des équations suivantes :
x + (– 2) = (+ 3)   (– 5) + x = (– 4)   x + (+ 1,5) = (+ 3,7)
x + (– 2,3) = (+ 4,6)   (– 3,1) + x = (+2,5)   (– 2,1) + x = (– 3,4)

4.b Recherche la solution pour chacune des équations suivantes :
t + (+ 2,4) = (+ 3,1)   y + (– 3,5) = (+ 1,7)
(– 4,7) + z = (– 1,8)   (– 4,6) + u = (– 3,5)

ENTRAINEMENT

1 SOMME DE NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

1 Calcule mentalement :

(+ 2,1) + (+ 1,9) ; (+ 4,321) + (– 4,321)
(+ 31) + (– 31,1) ; (– 4,3) + (– 5,7)
(– 6,2) + (+ 6,1) ; (– 8) + (– 4,6)

2 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

+	(+ 1,5)	0	(– 5)	(– 0,7)
(+ 2)				
(+ 2,5)				
(– 4,2)				

3 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous:

a	(– 3,2)	(+ 5)		(+ 7)		
b	(+ 9,5)		(– 10)		(– 1,4)	(– 2,3)
a + b		(+ 7)	(– 4)	(– 12,5)	(– 7,2)	(+ 8,7)

2 DIFFÉRENCE DE DEUX NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

4 Recopie, puis complète les deux tableaux suivants :

– (+3,5)

(+ 10,5)	(– 3,7)	(– 5)	0	(– 3,5)

...

...

(+ 7)	(– 10,2)	(+ 10,2)	0	(– 15)

– (+10,2)

5 Recopie, puis complète le tableau suivant :

–	(– 3)	(+ 7,3)	(– 1,3)	(+ 6,5)
(– 3,7)				
(+ 5,6)				
(– 1)				
0				

6 Calcule :

(+ 7,5) – (+ 2,3) ; (– 5,3) – (+ 6,7)
(+ 6,7) – (+ 5,3) ; (– 7,5) – (+ 2,3)
(+ 5,3) – (+ 6,7) ; (+ 6,7) – (– 5,3)
(+ 7,5) – (– 2,3) ; (+ 5,3) – (– 6,7)
(– 6,7) – (+ 5,3) ; (– 7,5) – (– 2,3)
(– 6,7) – (– 5,3) ; (– 5,3) – (– 6,7)

7 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous:

a	(– 3)	(– 2)		(+ 5,1)	(– 1,7)	
b	(– 5)		(– 10)			(– 3,2)
a – b		(+ 6)	(– 3)	(– 13,4)	(– 7,2)	(+ 8,7)

3 SOMME ALGÉBRIQUE DE NOMBRES DÉCIMAUX RELATIFS

8 Transforme l'écriture de chacun des nombres ci-dessous en somme, puis calcule cette somme :

(– 3) + (– 2,5) – (– 4,5)
(– 5,7) – (– 2,9) + (– 3,2)
(– 5) – (+3,6) + (+ 6,2)
(+ 3,65) – (+ 4,7) – (+ 8,15) – (+ 10,9)
(– 1,3) + (– 0,7) + (– 2,4) + (– 0,6)
(+ 2,1) – (– 0,4) – (– 0,2) – (– 0,3) + (– 3)
(– 2,3) – (– 0,7) – (– 0,6) – (– 1)
(– 1,7) – (+ 1,3) – (+ 1,5) – (+ 1,4) – (+ 0,1)

9 Calcule chacune des sommes algébriques suivantes :

(+ 21) + (+ 17) – (+ 12)
(– 1) – (+ 1) + (+ 3)
(+ 6,5) – (+ 13,5) – (+ 1)
(– 3,5) – (+ 4) + (+ 1,5) – (– 0,5) – (+ 4,2)
(– 3,5) + (+ 10,5) – (+ 3) – (+ 7) + (– 3,5)
(– 10,2) – (– 9) + (– 3,1) – (+ 0,6) – (– 5,7)

10 Calcule chacune des sommes algébriques suivantes :

(+ 5) + (– 6) + (– 5) + (+ 2) + 0 + (– 2) + (+ 3)
(+ 12,5) + (+ 13,8) + (– 10,9) + (+ 4,25) + (+ 3,5)
(+ 4,5) + (+ 7,8) + (– 12,3) – (+ 4,3) + (+ 16,7)
(+ 0,54) + (– 0,53) + (+ 0,2) – (– 0,32) + (– 0,47)
(+ 17,89) + (– 15,15) + (+ 14,92) + (– 8,08)
(+ 6,25) + (– 1,24) + (– 5,01) – (– 12,56) + (+ 4,59)

11 Calcule mentalement :

(– 2) + (– 2) + (– 1)
(– 12) + (+ 7) + (– 5)
(+ 6) + (– 2) + (– 3)
(+ 18) + (– 1) + (– 3)
(– 8) + (+ 11) + (– 1) + (+ 0,5)
(– 7) + (+ 8) + (– 3) + (+ 0,4)

4 ÉQUATIONS DU TYPE : x + b = a

12 Recopie les écritures suivantes et complète chaque case vide par le nombre décimal relatif qui convient :

□ + (+ 5,4) = (+ 7,3) □ + (+ 8,7) = (+ 4,1)
□ + (- 7,3) = (+ 2,3) (+ 7,1) + □ = (+ 2,6)
(– 2,1) + □ = (+ 7,3) (– 4,5) + □ = (– 3,9)
(+ 125) + □ = (+ 472) □ + (+ 8,5) = (– 8,5)
□ + (– 12,3) = (– 7,5) (+ 17,35) + □ = (+ 17,35)
(– 37) + □ = (+ 97) (– 5,3) + □ = 0

13 Recherche la solution pour chacune des équations suivantes :

x + (+ 3) = (+ 5) x + (– 8) = (– 5)
x + (– 3) = (+ 5) x + (+ 15) = (+ 3)
x + (+ 3,2) = (– 5,1) x + (– 5,6) = (– 2,3)
x + (+ 5,4) = (+ 12,3) x + (– 3,3) = (– 5,7)
x + (+ 13,4) = (– 5,7) (+ 2,7) + x = (+ 7,3)
(– 2,7) + x = (– 7,3) (+ 2,7) + x = (– 7,3)

14 Recherche la solution pour chacune des équations suivantes :

x + (+ 7,21) = (+ 5)
t + (– 3,27) = (– 15,33)
(– 3,17) + w = (17,05)
y + (– 13,2) = (– 25,35)
(+ 32,7) + u = (+ 27,2)
(– 0,28) + x = (+ 0,35)
z + (+ 0,25) = (– 1,35)
(– 4,7) + v = (– 12,32)
(+ 5,275) + y = (– 8,329)

APPROFONDISSEMENT

15 Pour a = (– 2,75) ; b = (+ 5,25) ; c = (– 0,7) ; d = (+ 6), calcule les sommes suivantes :

a + b ; a + c ; b + c ; b + d ; c + d ; a + b + c ; a + b + c + d

16 Pour a = (– 2,7) ; b = (+ 5,25) ; c = (– 0,7) ; d = (+ 6), calcule les différences suivantes :

a – b ; b – a ; a – c ; c – b ; d – a ; (a – d) – (b – c) ; (c – d) – (d – b)

17 Pour a = (– 2,75) ; b = (+ 5,25) ; c = (– 0,7) ; d = (+ 6), calcule les sommes algébriques suivantes :

a – b – c – d ; a + b – c ; a – b + c – d ; b – a – c + d ; c – b + a – d

18 Pour a = (+ 2,5) ; b = (– 6,7) ; c = (+ 3,1) ; d = (– 0,3), calcule et compare les différences suivantes :

a – b et b – a
b – d et d – b
b – d et opp b – opp d
b – c et c – b
a – b et opp b – opp a
c – a et opp c – opp a

EXERCICES

19 Un tableau ayant le même nombre de lignes et de colonnes est appelé carré magique lorsqu'on obtient la même somme en additionnant les nombres de chaque ligne, de chaque colonne et de chaque diagonale.
Parmi les trois carrés suivants, quels sont ceux qui sont magiques ?

− 2	+ 6	− 1
+ 2	+ 1	0
+ 3	− 4	+ 4

− 2	+ 5	+ 2
− 1	0	− 4
+ 3	− 5	+ 7

− 2,3	+ 5,7	− 1,3
+ 1,7	+ 0,7	− 0,3
+ 2,7	− 4,3	+ 3,7

20 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

x	(+2)	(+1,5)			(+6)
y	(−3)		(−6,3)	(+6,3)	(+9)
z		(−2)	(+13)	0	
$x+y+z$	(+4,5)	(−3,7)	(−12,5)	(+2)	(−2)

21 Recherche la solution pour chacune des équations suivantes :

$x - (+4) = (-2)$ $\qquad$ $z - (-0,9) = (+5,6)$
$x - (-10,5) = (-3)$ $\qquad$ $(-3,85) + t = (+5,72)$
$y - (+5,4) = (+3,8)$ $\qquad$ $t - (+12,45) = (-23,58)$

22 Le périmètre d'un triangle est 270 m et deux de ses côtés ont comme longueurs respectives 110 m et 120 m.
Désigne par x la mesure de la longueur du troisième côté. Écris une équation dont l'inconnue est x, puis trouve la solution de cette équation.

23 Le périmètre d'un terrain rectangulaire est 420 m, sa longueur est 130 m.
Désigne par y sa largeur. Écris une équation dont l'inconnue est y, puis trouve la solution de cette équation.

24 La somme des longueurs des trois arêtes différentes d'un pavé droit est 1 m.
Les longueurs respectives de deux arêtes sont 27 cm et 38 cm.
Désigne par z la longueur de la troisième arête. Écris une équation dont l'inconnue est z, puis trouve la solution de cette équation.

RECHERCHE

25 Le mot caché

Un professeur vient d'écrire un mot codé de six lettres :

□ △ ✡ ○ ▽ ◇

Pour découvrir la signification de ce mot, il donne les renseignements suivants :
Les figures géométriques utilisées correspondent aux sommes suivantes :

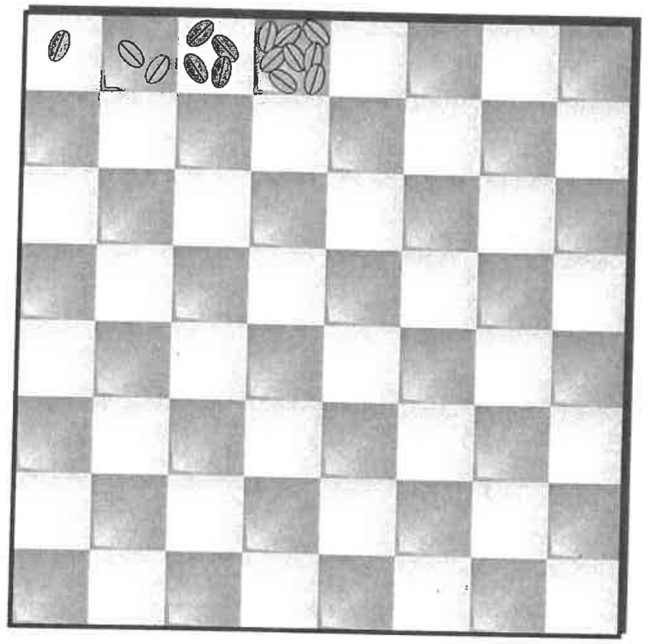
□ = (− 1) + (− 1)
△ = (− 1) + (+1)
✡ = (− 2) + (+1)
○ = (− 1) + (+2)
▽ = (+ 1) + (+1)
◇ = (− 1) + (− 2)

Les lettres utilisées dans l'alphabet sont codées selon le principe suivant:

M	(− 1)
R	(+ 2)
E	(− 3)
N	(− 2)
O	0
B	(+ 1)

Trouve ce mot.

12 Puissance entière d'un nombre entier naturel



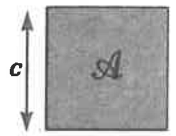
Un souverain oriental voulait récompenser l'inventeur du jeu d'échecs. Il lui demanda ce qu'il désirait. Celui-ci répondit :
« Donnez-moi un grain de blé pour la première case, deux grains de blé pour la deuxième case, quatre pour la troisième case et doublez ainsi la quantité de grains de blé lorsque vous passez d'une case à la suivante et cela jusqu'à la soixante-quatrième case. »
Le souverain était tout heureux d'avoir à offrir un si modeste cadeau. Il se mit alors à compter et... quelle fut sa surprise !

SOMMAIRE

1 Puissance d'un nombre entier naturel

Activité 1.

- Une unité de longueur étant choisie, on sait que l'aire $\mathscr{A}$ d'un carré de côté c s'écrit :

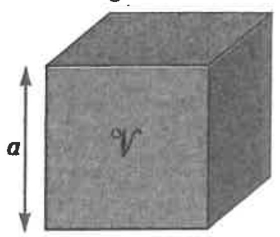


$\mathscr{A} = c \times c$
ou encore $\mathscr{A} = c^2$
c^2 se lit " **c au carré** " ou " c exposant 2 "

Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

Côté du carré (en cm)	4	5	10	15	
Aire du carré (en cm^2)					9

- Une unité de longueur étant choisie, on sait que le volume $\mathscr{V}$ d'un cube de côté a s'écrit :



$\mathscr{V} = a \times a \times a$
ou encore $\mathscr{V} = a^3$
a^3 se lit " **a au cube**" ou " a exposant 3 "

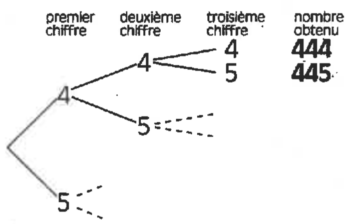
Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

Arête du cube (en cm)	4	5	10		
Volume du cube (en cm^3)				27	8

Activité 2

Six bateaux transportent chacun six conteneurs.
Chaque conteneur contient six caisses et chaque caisse contient six fûts d'huile de palme.
Calcule le nombre de fûts d'huile de palme et donne l'écriture en ligne correspondante.

Activité 3



Combien de nombres de trois chiffres peut-on écrire avec les chiffres 4 et 5 ?

Pour trouver tous les nombres demandés, reproduis et complète l'arbre de choix ci-contre.

Écris le nombre de possibilités sous forme d'un produit, puis sous forme d'une puissance.

DÉFINITION

a est un nombre entier naturel quelconque ;
n est un nombre entier naturel plus grand que 1 ;
a^n désigne le produit de n facteurs égaux au nombre a

$a^n = \underbrace{a \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux au nombre } a}$

a^n est une **puissance** du nombre a
n est l'**exposant** de cette puissance
a^n se lit **a exposant n**

Exemple : $3^5 = \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\textbf{5 facteurs égaux au nombre 3}}$

3^5 se lit "3 exposant 5"

REMARQUE

n est un nombre entier naturel plus grand que 1 :
$0^n = 0$ et $1^n = 1$

EXERCICES

1.a Recopie, puis complète le tableau ci-dessous.

le nombre	se lit	est une puissance de	a pour exposant	est le produit	est égal à
6^3	6 au cube	6	3	$6 \times 6 \times 6$	216
5^4					
				$7 \times 7 \times 7 \times 7$	
	7 au carré				
		2			32
	2 exposant 7				
			5		0
		1	4		

1.b Calcule : $a = 3^2$ $b = 2^3$ $c = 5^4$ $d = 4^3$ $e = 1^6$ $f = 0^5$

1.c Calcule : $g = 10^2$ $h = 10^3$ $i = 10^5$ $j = 100^2$ $k = 100^3$ $l = 1000^2$

1.d Écris chacun des nombres ci-dessous sous la forme d'une puissance d'un nombre entier naturel.
$m = 25 \times 25$ $n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ $p = 10 \times 1000$ $q = 5 \times 5 \times 5 \times 25$

1.e Recopie les écritures suivantes, puis complète chacune d'elles :
- par l'exposant qui convient : $16 = 2^{\square}$ $81 = 3^{\square}$ $125 = 5^{\square}$ $343 = 7^{\square}$
- par le nombre entier naturel qui convient : $16 = \square^2$ $27 = \square^3$ $81 = \square^4$ $243 = \square^5$ $64 = \square^3$ $1\,000 = \square^3$

1.f
- Écris sous la forme d'un produit de deux facteurs :
$a = 5 + 5 + 5$ $b = 3 + 3 + 3 + 3$ $c = 4 + 4$ $d = 2 + 2 + 2 + 2 + 2$
- Écris sous la forme d'une puissance :
$e = 5 \times 5 \times 5$ $f = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ $g = 4 \times 4$ $h = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

Utilisation de la calculatrice

Calculer 6^4

♦ en utilisant la touche x^y

TOUCHES APPUYÉES	ÉCRAN
6	6
x^y	6
4	4
=	1296

♦ en utilisant un facteur constant

TOUCHES APPUYÉES	ÉCRAN
6	6
×	6
6	6
=	36
=	216
=	1296

• Détermine les nombres entiers naturels x, y et t tels que :
$64 = 4^x$; $405\,224 = 74^y$; $15\,625 = 5^t$

• Calcule 3^{12} ; 2^{20} ; 12^5

2 Calculer avec des puissances

2.1 UNE NOUVELLE PRIORITÉ

Activité

Le dessin ci-dessous est l'esquisse d'un stade, formé d'un rectangle et de deux demi-cercles.

- Donne l'écriture en ligne du programme de calcul de l'aire totale du stade (prends $\pi \approx 3{,}14$).
- Recopie, puis complète le schéma de calcul ci-dessous.
- Calcule l'aire totale de ce stade.

Esquisse

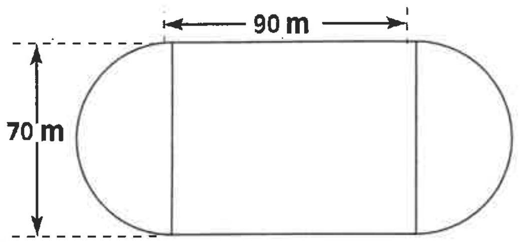
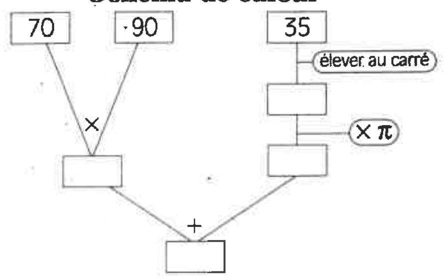


Schéma de calcul



RÈGLE DE PRIORITÉ

Dans une suite d'opérations sans parenthèses, les calculs de puissance sont prioritaires sur les multiplications, les additions et les soustractions.

EXERCICES

2.a Effectue les calculs suivants :
$(3 \times 4)^2$; $3 + 4^2$; 3×4^2 ; 3×4^3 ; $3 + 43$; $(3 \times 4)^3$

2.b Effectue les calculs suivants :
$a = (2 \times 3^2) \times 5$; $b = 5^3 - (2 + 3)^2$; $c = (7 + 2^3) \times 5$; $d = 2^3 \times (2 + 3)^2$; $e = 2 + 3 \times 4^2$

Utilisation de la calculatrice

calcul de $2 + 5^2$

TOUCHES APPUYÉES	ÉCRAN
2	2
+	2
5	5
x^2	25
=	27

• Calcule $25^2 + 17$

calcul de $3^2 \times 2^4$

TOUCHES APPUYÉES	ÉCRAN
3	3
x^y	3
2	2
×	9
2	2
x^y	2
4	4
=	144

• Calcule $5^3 \times 4^3$; calcule ensuite $(5 \times 4)^3$. Compare les résultats.

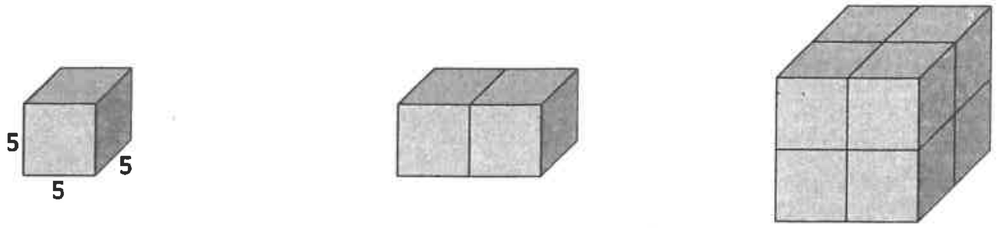
calcul de $3^2 + (2 + 5)^2$

TOUCHES APPUYÉES	ÉCRAN
3	3
x^2	9
M+	9
2	2
+	2
5	5
=	7
x^2	49
M+	49
MR	58

• Calcule $(21 + 35)^2 + (15 + 19)^2$

2.2 CALCUL DE $(a \times b)^p$

Activité 1



volume du premier solide	volume du deuxième solide	volume du troisième solide
5^3	2×5^3	$(2 \times 5)^3$

- En calculant le volume du troisième solide, un élève a trouvé : $2^3 \times 5^3$. Explique sa démarche en utilisant la définition des puissances.
- Calcule rapidement le volume de ce troisième solide.

Les dessins représentant le deuxième solide et le troisième solide nous montrent que : $2 \times 5^3 \neq (2 \times 5)^3$

Activité 2

- Utilise la définition des puissances pour justifier que :
  $2^3 \times 4^3 = 8^3$ et $2^4 \times 3^4 \times 5^4 = 30^4$
- Calcule rapidement : $4^3 \times 25^3$ et $8^2 \times 125^2$

EXERCICE

2.c Calcule rapidement :
$a = 2^6 \times 5^6$; $b = 4^3 \times 5^3$; $c = 6^3 \times 5^3$; $d = 8^2 \times 5^2$; $e = 125^3 \times 8^3$; $f = 5^2 \times 6^2 \times 3^2$

2.3 CALCUL DE $a^m \times a^n$

Activité

Utilise la définition des puissances pour :
- Justifier que $3^4 \times 3^2 = 3^6$.
- Mettre le produit : $10^5 \times 10^3$ sous la forme d'une puissance de 10.
- Mettre le produit : $a^3 \times a^4$ sous la forme d'une puissance de a, a étant un entier naturel.

EXERCICE

2.d a et b sont des nombres entiers naturels. Recopie les écritures suivantes, puis complète chacune d'elles par l'exposant qui convient :
$7^2 \times 7^3 = 7^{\square}$ $5^3 \times 5^6 = 5^{\square}$ $a^3 \times a^4 = a^{\square}$ $a^4 \times a^2 \times a^3 = a^{\square}$ $b^4 \times b^{\square} = b^7$ $b^{\square} \times b^6 = b^8$

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 PUISSANCE D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

1 Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une puissance :
$3 \times 3 \times 3$; $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$;
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$;
32 ; 216 ; 1 000 000

2 Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une puissance :
$2 \times 16 \times 8$; $25 \times 5 \times 125$; 9×27 ; 36×6 ;
7×49 ; $10 \times 100 \times 1\,000 \times 10\,000$

3 Calcule les puissances suivantes :
2^4 ; 3^3 ; 4^3 ; 5^2 ; 10^3
1^6 ; 0^{15} ; 8^3
7 au cube ; 100 au carré ; 2 exposant 7 ;
3 exposant 4 ; 1 000 au cube

4 Une cellule vivante se divise en deux à chaque seconde.
Un biologiste observe une telle cellule au microscope à un instant donné.
Donne l'écriture sous forme d'un produit, puis l'écriture sous forme d'une puissance du nombre de cellules que le biologiste observera au bout de : 2 secondes ; 3 secondes ; 4 secondes ; 5 secondes.

5 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

a	$2 \times a$	a^2	$3 \times a$	a^3
2				
3				
4				
5				

6 Recopie, puis complète le tableau ci-après :

a	b	$a \times b$	$(a \times b)^2$	$a \times b^2$	$a^2 \times b^2$
5	3				
15	7				
10	3				

Compare $(a \times b)^2$ et $a^2 \times b^2$. Que constates-tu ?

2 CALCULER AVEC DES PUISSANCES

7 Écris chacun des nombres suivants sous la forme d'une puissance :
$2^3 \times 2^4$; $3^3 \times 3 \times 3^{10}$; $7^3 \times 7^2 \times 7^4$;
$10^4 \times 10^2 \times 10^5$; $13^4 \times 1^3$; $19^3 \times 19^{15}$

8 Recopie, puis complète par l'exposant qui convient :
$7^5 = 7^2 \times 7^{\cdots}$; $5^8 = 5^6 \times 5^{\cdots}$; $11^4 = 11 \times 11^{\cdots}$;
$13^{12} = 13^{\cdots} \times 13^8$; $3^{10} = 3^{\cdots} \times 3^8$

9 Recopie, puis remplace chaque pointillé par un nombre entier naturel qui convient :
$15^2 = (3 \times \ldots)^2$; $30^3 = (\ldots \times \ldots \times \ldots)^3$;
$15^2 \times 14^2 = (\ldots \times \ldots \times \ldots \times \ldots)^2$

10 Recopie, puis remplace chaque pointillé par un nombre entier naturel qui convient.
$3 + 3 + 3 + 3 = \ldots \times \ldots$
$3 \times 3 \times 3 \times 3 = \ldots^{\cdots}$
$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = \ldots \times \ldots$
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = \ldots^{\cdots}$

11 Recopie les tableaux suivants, puis mets une croix dans chaque case qui convient.

	VRAI	FAUX
$2 \times 2 + 3 \times 3 = 2^2 + 3^3$		
$(3+4)^2 = 3^2 + 4^2$		
$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$		

	VRAI	FAUX
$5^2 \times 4^3 = (5 \times 4)^2 \times 4$		
$3^2 \times 9 \times 5^4 = (3 \times 5)^4$		
$27 \times 25 = (5 \times 3)^2$		

12 Recopie, puis complète les schémas de calcul suivants :

schéma 1

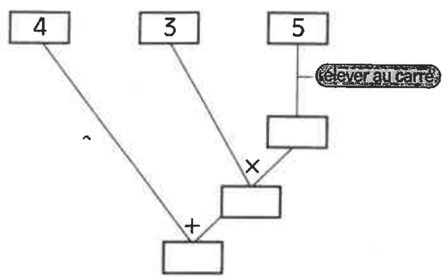
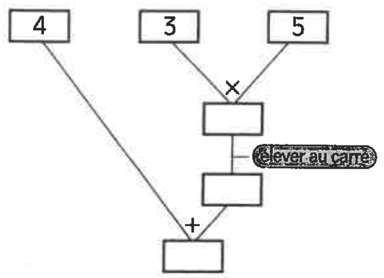


schéma 2



Désigne par a et b les nombres correspondant respectivement aux schémas 1 et 2. Donne l'écriture en ligne de chacun de ces nombres.

13 Calcule chacun des nombres ci-dessous :

$a = 3 \times 5^2 + 2$ $\quad$ $b = 3 \times (5^2 - 2)$

$c = 3 \times (5 - 2)^2$ $\quad$ $d = (3 \times 5)^2 - 2$

Fais le schéma de calcul correspondant à l'écriture en ligne du nombre a.

14 **a)** Calcule les nombres suivants :

10^2 ; 10^3 ; 10^4 ; 10^5 ; 10^6

b) Écris les nombres m, n et p sous la forme d'un nombre entier naturel :

$m = 520 \times 10^4$ $\quad$ $n = 6\,400 \times 10^2$ $\quad$ $p = 25 \times 10^7$

c) Écris chacun des nombres suivants sous la forme du produit de deux facteurs dont l'un est un nombre entier naturel non multiple de 10 et l'autre est une puissance de 10 :

500 ; 17 000 ; 240 000 ; 7 500 000 ; 450 000 000

JEUX DE CALCUL QUE LES PEULS POSENT AUX ENFANTS

(D'après Ch. Béart "Jeux et jouets de l'Ouest Africain", tome 2 - IFAN Dakar, 1955)

15 Les bœufs

60 bœufs portent chacun 60 paquets, chaque paquet contient 60 cauris.
Combien y a-t-il de cauris ?

16 Les vautours

Un berger, passant la nuit sous un baobab, entendit un vieux vautour poser la devinette suivante aux jeunes :
" Il y a 33 baobabs, sur chaque baobab 33 vautours, chaque vautour a donné 33 œufs, chaque œuf 33 poussins, chaque poussin 33 plumes et chaque plume a 33 barbes. Combien y a-t-il de barbes au total ? "
Les Peuls racontent que le berger voulant donner la réponse tomba mort ; c'est pour cette raison qu'ils ne veulent pas donner la réponse.

APPROFONDISSEMENT

17 **a)** L'aire d'une face d'un cube est 49 cm² ; quelle est la longueur de l'arête de ce cube ?
b) Le volume d'un cube est 64 cm³ ; quelle est la longueur de l'arête de ce cube ?
Quelle est l'aire d'une de ses faces ?
c) Les solides considérés sont des cubes.
Recopie, puis complète le tableau ci-dessous par des puissances des nombres entiers.

Arête (en cm)	2	2^2	2^5		
Aire d'une face (en cm²)				5^2	
Volume du cube (en cm³)					2^9

18 Recopie et complète le tableau ci-dessous :

Par exemple : $(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2$

$(10^2)^3 = 10^6$

10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7

élever au cube

19 Recopie, puis complète le tableau ci-dessous :

a	a^2	a^3	a^4	a^5
3				
4				
		1		
			16	
	25			

20 Recopie, puis complète les schémas de calcul ci-dessous et donne l'écriture en ligne correspondante :

schéma 1

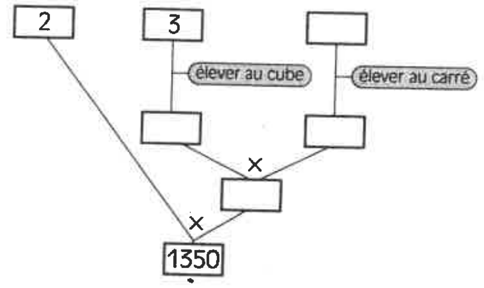
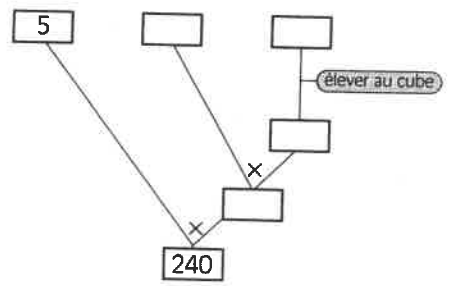


schéma 2



21 Deux dés cubiques, l'un rouge et l'autre bleu ont leurs six faces numérotées de 1 à 6.
Tu décides que les chiffres inscrits sur les faces du dé rouge correspondent à des dizaines et que les chiffres inscrits sur les faces du dé bleu correspondent à des unités.
Tu lances les deux dés ; chacun des deux dés se pose sur une de ses faces. Observe et note le chiffre qui se trouve sur la face supérieure du dé rouge et sur la face supérieure du dé bleu. Tu obtiens par exemple :

Dé rouge Chiffre des dizaines	Dé bleu Chiffre des unités	Nombre obtenu
5	6	56

Si tu relances les deux dés, tu peux obtenir un autre nombre de deux chiffres.
Combien de nombres de deux chiffres peux-tu obtenir en lançant les deux dés ?

22 Jeu de " pile ou face "

Une pièce de monnaie comporte un côté " pile " (où est inscrite la valeur de la pièce : 10 F, 25 F, 50 F...) et un côté " face " (où est représentée une figure : une antilope, ...).
Lorsque l'on jette cette pièce en l'air, elle retombe sur le sol en laissant apparaître son côté " pile " ou bien son côté " face ". On notera **P** si le côté " pile " est apparu et **F** si le côté " face " est apparu.
Tu lances la même pièce 3 fois de suite et à chaque fois tu notes le côté apparu ; tu obtiendras, par exemple le résultat : **PPF** qui se traduit par : " pile " est apparu au 1er et au 2e lancer et " face " est apparu au 3e lancer.
Construis un arbre de choix te permettant de trouver tous les résultats possibles et le nombre de ces résultats.
En utilisant le même procédé, trouve le nombre de tous les résultats possibles lorsque tu lances la même pièce 4 fois de suite.

23 Le mécanisme d'ouverture d'une mallette est constitué de trois roulettes sur lesquelles sont inscrits les chiffres de 0 à 9.
Pour ouvrir cette mallette, il faut trouver son **code secret** qui est un **nombre de trois chiffres**, formé avec les chiffres de 0 à 9.
Attention, chaque chiffre peut être utilisé jusqu'à trois fois et 0 peut venir en premier (exemples de code : 012, 105, 116, 004, 333).
a) Combien y a-t-il de codes secrets différents ?
b) Combien y aurait-il de codes si le mécanisme était constitué de quatre roulettes ? De cinq roulettes ?

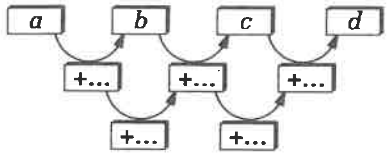
EXERCICES

RECHERCHE

24 ***a)*** Calcule les sommes :
$1^3 + 2^3$; $1^3 + 2^3 + 3^3$; $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3$;
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$
Recopie les égalités suivantes après avoir remplacé chacune des lettres a, b, c et d par le nombre entier naturel qui convient :
$1^3 + 2^3 = a^2$; $1^3 + 2^3 + 3^3 = b^2$;
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = c^2$;
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = d^2$

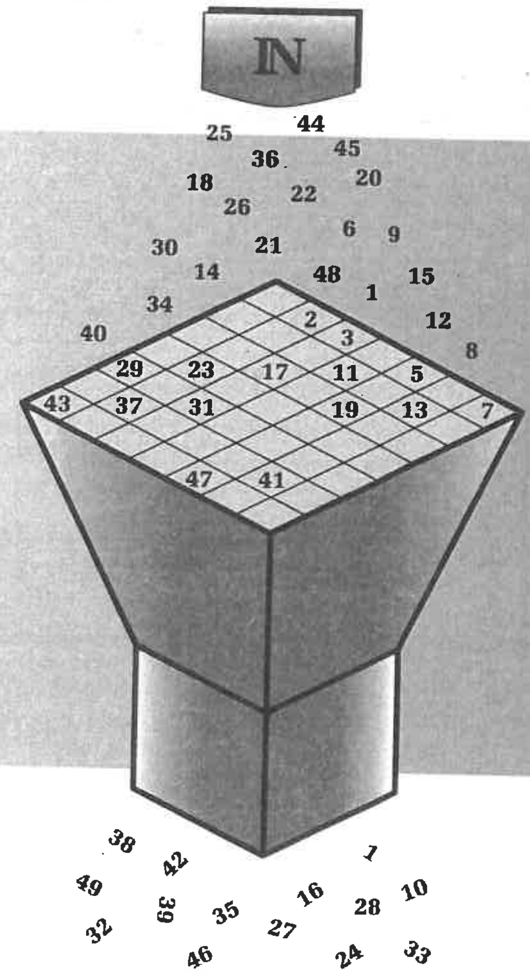
b) Peux-tu prévoir le résultat de la somme " $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$ " sans effectuer cette somme ?

– Recopie, puis complète la chaîne d'opérateurs ci-dessous après avoir remplacé a, b, c et d par leurs valeurs que tu as trouvées précédemment.



– En continuant cette chaîne d'opérateurs, trouve le nombre entier naturel par lequel il faut remplacer t pour que l'on ait :
$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = t^2$
– Vérifie que le nombre t trouvé convient.

13 Division dans ℕ Nombres premiers



Le crible d'Érathostène

SOMMAIRE

1 Division dans IN

1.1 MULTIPLES - DIVISEURS

Activité 1

Un éleveur de poules veut livrer des œufs dans des boîtes alvéolées de 12 unités.
Combien d'œufs sont-ils nécessaires pour remplir 11 boîtes ? 15 boîtes ? 22 boîtes ? 31 boîtes ?
Déduis-en quatre multiples du nombre 12.

Activité 2

Le même éleveur veut livrer 720 œufs.
Peut-il le faire dans des boîtes alvéolées de 9 unités ? 10 unités ? 12 unités ? 14 unités ? 16 unités ?
Déduis-en quatre diviseurs du nombre 720.

EXERCICES

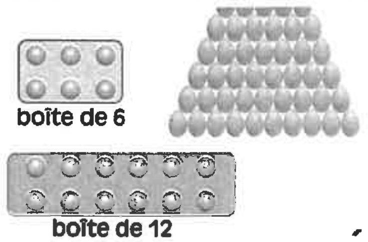
1.a Justifie par une égalité que 7 est le quotient exact de 91 par 13.

1.b Écris l'ensemble des diviseurs de 24 et l'ensemble des diviseurs de 30.
Cite les nombres qui appartiennent aux deux ensembles (ce sont les diviseurs communs à 24 et à 30).

1.c Le nombre 84 est-il un multiple de 12 ? Justifie-le.
Quel est le plus grand multiple de 12 plus petit que 84 ?
Quel est le plus petit multiple de 12 plus grand que 84 ?

1.2 DIVISION AVEC RESTE

Trouver le quotient et le reste dans une division



Pour transporter 79 œufs, Diallo dispose de boîtes de 6 unités, Yago dispose de boîtes de 12 unités.
Afin d'éviter le gaspillage, il est décidé de ne transporter que des boîtes pleines.
Qui, de Diallo ou de Yago, pourra transporter le plus d'œufs ?

• **Transport des œufs par Yago** (boîtes de 12 unités) :
Effectue la division de 79 par 12.
L'égalité $79 = 12 \times 6 + 7$ traduit que 6 est le quotient de la division de 79 par 12 ; 7 en est le reste.
Combien d'œufs, Yago pourra-t-il transporter ? Combien reste-t-il d'œufs ?

• **Transport des œufs par Diallo** (boîtes de 6 unités) :
L'égalité $79 = 6 \times 12 + 7$ permet-elle de trouver le quotient de la division de 79 par 6 ?
Justifie ta réponse en effectuant la division de 79 par 6.
Combien d'œufs, Diallo pourra-t-il transporter ? Combien reste-t-il d'œufs ?

REMARQUE

a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.
On peut trouver des nombres entiers naturels q et r, tels que,
$$a = b \times q + r \quad \text{et} \quad r < b$$

dividende → a | b ← diviseur
reste → r | q ← quotient

Si a est un multiple de b, alors le reste est nul et $a = b \times q$

Encadrer un nombre entier naturel par deux multiples consécutifs d'un même nombre

• Ngabou désire partager équitablement 41 oranges entre ses sept enfants. Il voit bien que ses enfants auront 5 oranges chacun, et qu'ils n'en auront pas 6. Justifie.

• Ali envisage le partage de 44 oranges entre ses 7 enfants. Il pense que chaque enfant aura 5 oranges. Es-tu d'accord avec lui ?
Place sur le schéma suivant les nombres 41 et 44.

… … … … $\boxed{28}$ … … … … … … $\boxed{35}$ … … … … … … $\boxed{42}$ … … … … … … $\boxed{49}$ … … … … … … $\boxed{56}$ … … … … … …

4×7 5×7 6×7 7×7 8×7

Encadre 41 par deux multiples consécutifs de 7.
Encadre 44 par deux multiples consécutifs de 7.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.
Si a n'est pas un multiple de b, alors a peut être encadré par deux multiples consécutifs de b.

$b \times q$ a $b \times q + b$
$\longleftrightarrow$ r

$$b \times q < a < b \times (q + 1)$$

EXERCICE

1.d Les nombres entiers naturels 72 ; 84 ; 96 sont trois multiples consécutifs de 12.
Justifie.
Cite quatre multiples consécutifs du nombre 11.

2 Nombres premiers

2.1 DÉFINITION D'UN NOMBRE PREMIER

Activité

Rappelle les caractères de divisibilité que tu as étudiés en classe de sixième.
Recherche tous les diviseurs de 17, de 21, de 32, de 37 et de 45.
Quel est le nombre de diviseurs de chacun de ces nombres ?
Cite trois nombres entiers naturels ayant exactement deux diviseurs.

DÉFINITION

Un nombre premier est un nombre entier naturel non nul qui admet exactement deux diviseurs : le nombre 1 et lui-même.

Justifie que le nombre 1 n'est pas un nombre premier.

EXERCICE

2.a Cite un nombre premier et un nombre entier non premier.
Cite un nombre pair qui est premier. Peux-tu en trouver un autre ? Justifie ta réponse.
Cite un nombre impair qui est premier. Un nombre impair est-il toujours premier ?
Justifie ta réponse.

2.2 RECONNAÎTRE UN NOMBRE PREMIER

Rechercher les nombres premiers plus petits que 100

Il n'existe pas de procédé simple de reconnaissance des nombres premiers, mis à part la définition. Une méthode qui remonte à l'Antiquité grecque consiste à éliminer tous les multiples des nombres premiers connus. Ceux qui restent sont des nombres premiers.
Ce procédé est connu sous le nom de **crible d'Ératosthène**.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Ératosthène était un mathématicien grec de l'École d'Alexandrie, vers 200 ans avant J.C.
Un crible est un tamis, c'est-à-dire un instrument percé de trous utilisé pour trier des graines, du sable,...
En mathématiques, c'est un tableau de nombres utilisé comme un tamis.

Recopie ce tableau.
1 n'est pas premier ; barre ce nombre.
2 est premier ; barre tous les multiples du 2 sauf 2.
Le nombre suivant non barré est 3 ; il est premier. Barre tous les multiples de 3 sauf 3.
Le nombre suivant non barré est 5 ; il est premier. Barre tous les multiples de 5 sauf 5.
Le nombre suivant non barré est 7 ; il est premier. Barre tous les multiples de 7 sauf 7.
Le nombre suivant non barré est 11 ; il est premier. Tu remarques que le tableau ne contient plus de multiples de 11 non barrés.

Les nombres de ce tableau qui n'auront pas été barrés, sont les nombres premiers plus petits que le nombre 100.

EXERCICE

2.b Construis le crible d'Ératosthène pour les nombres entiers naturels plus petits que 140.

Reconnaître un nombre premier

- Justifie que le nombre 143 n'est pas un nombre premier. Pour cela, vérifie si 143 est divisible par les nombres premiers successifs pris dans l'ordre croissant : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11...

- Cherchons si le nombre 163 est un nombre premier.

$163 = \mathbf{2} \times 81 + 1$
$163 = \mathbf{3} \times 54 + 1$
$163 = \mathbf{5} \times 32 + 3$
$163 = \mathbf{7} \times 23 + 2$
$163 = \mathbf{11} \times 14 + 9$

Dans ces cinq divisions successives, nous remarquons que le diviseur augmente et que le quotient diminue ; de plus le diviseur est plus petit que le quotient.

$163 = \mathbf{13} \times 12 + 7$

Dans cette division, nous remarquons que le diviseur 13 est plus grand que le quotient 12.

Si nous continuions à diviser 163 par un nombre premier supérieur à 13, nous obtiendrions un quotient plus petit que 12. Or les nombres premiers plus petits que 12 ont déjà été testés comme diviseurs.
En conséquence, nous pouvons affirmer que 163 n'admet pas d'autre diviseur que le nombre 1 et lui-même ; 163 est donc un nombre premier.

- De la même façon, cherche si les nombres entiers naturels 187, 223 et 173 sont premiers.

RÈGLE

Pour savoir si un nombre entier naturel est premier, on le divise par les nombres premiers successifs pris dans l'ordre croissant, jusqu'à trouver dans une des divisions :
- **soit un reste nul ; dans ce cas le nombre étudié n'est pas premier ;**
- **soit un quotient plus petit ou égal au diviseur ; dans ce cas le nombre étudié est premier.**

EXERCICES

2.c Parmi les nombres entiers naturels suivants, cherche les nombres premiers :
253 ; 257 ; 899 ; 901

2.d Peux-tu trouver un nombre premier compris entre 200 et 210 ? Justifie ta réponse.

3 Produit de facteurs premiers

3.1 DÉCOMPOSITION D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL EN UN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS

Activité 1

- Nous voulons décomposer le nombre 40 en un produit de facteurs premiers.

$40 = 2 \times \boxed{20}$
$= 2 \times 2 \times \boxed{10}$
$= 2 \times 2 \times 2 \times 5$

$40 = 5 \times \boxed{8}$
$= 5 \times 2 \times \boxed{4}$
$= 5 \times 2 \times 2 \times 2$

L'égalité $40 = 4 \times 10$ permet aussi de décomposer le nombre 40 en un produit de facteurs premiers.
Compare les résultats des différentes décompositions. Que constates-tu ?

- Décompose le nombre 120 en un produit de facteurs premiers.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

Si un nombre entier naturel plus grand que 1 n'est pas premier, alors il admet une décomposition en un produit de facteurs premiers.

Activité 2

Décomposons le nombre 5 544 en produit de facteurs premiers :
Disposition pratique de la décomposition

5 544	2
2 772	2
1 386	2
693	3
231	3
77	7
11	11
1	

$5\,544 = 2 \times 2\,772$
$2\,772 = 2 \times 1\,386$
$1\,386 = 2 \times 693$
$693 = 3 \times 231$
$231 = 3 \times 77$
$77 = 7 \times 11$
$11 = 11 \times 1$

$$5\,544 = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11$$

Explique la méthode utilisée.

EXERCICES

3.a Décompose en un produit de facteurs premiers chacun des nombres suivants :
224 ; 375 ; 504 ; 2350 ; 4832

3.2 P.P.C.M. DE DEUX NOMBRES ENTIERS NATURELS

Présentation

- Recopie et complète le tableau de multiplication suivant :

×	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15									
20									

Souligne les multiples communs de 15 et 20. Quel est le plus petit des nombres soulignés ?
C'est le **plus petit commun multiple** (non nul) de 15 et 20. On le note : PPCM (15 ; 20).

- Recherchons le PPCM de 6 et 9.

$9 = 3^2$
$6 = 2 \times 3$
2×3^2 est un multiple commun à 9 et à 6.

×	2	3	4	5	6
6					
9					

À l'aide du tableau ci-contre vérifie que PPCM (6 ; 9) = 2×3^2

- Recherchons le PPCM de 150 et 60.

$150 = 2 \times 3 \times 5^2$
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$2^2 \times 3 \times 5^2$ est un multiple commun à 150 et à 60 ; on admet que c'est le plus petit.

EXERCICE

3.b Calcule le PPCM des nombres suivants : 36 et 42 ; 25 et 40 ; 48 et 18 ; 21 et 10 ; 75 et 375

ENTRAINEMENT

1 DIVISION DANS IN

1 Combien remplira-t-on de bouteilles de 75 cl avec le contenu d'un récipient de 60 ℓ ?

2 Dans la division de 233 par 5, quel est le quotient et quel est le reste ?

3 Dans chacun des cas suivants, complète par le nombre entier naturel qui convient :
a) $17 \times \ldots = 255$
b) $\ldots \times 13 = 143$
c) $5\,436 = \ldots \times 16 + 12$

4 L'égalité : $28 = 8 \times 3 + 4$ traduit-elle la division de 28 par 8 ?
Traduit-elle la division de 28 par 3 ?
Justifie tes réponses.

5 *a)* Examine les égalités suivantes.
$280 = 13 \times 18 + 46$; $250 = 13 \times 18 + 16$; $240 = 13 \times 18 + 6$
Lorsqu'une de ces égalités correspond à une division, précise le dividende, le diviseur, le quotient et le reste de cette division.
b) Indique si chacune des égalités suivantes traduit zéro, une ou deux divisions :
$97 = 9 \times 10 + 7$; $439 = 2 \times 215 + 9$;
$240 = 17 \times 13 + 19$; $173 = 15 \times 11 + 8$

6 Écris l'ensemble des multiples de 9 plus grands que 70 et plus petits que 140.
Encadre le nombre 100 par deux multiples consécutifs de 9.
Quels sont le quotient et le reste de la division de 100 par 9 ?

7 Cherche les multiples consécutifs de 9 qui encadrent les nombres 115 et 127.
Recopie et complète les écritures suivantes :
$\ldots < 115 < \ldots$ $\ldots < 127 < \ldots$
$9 \times \ldots < 115 < 9 \times \ldots$ $9 \times \ldots < 127 < 9 \times \ldots$
$115 = 9 \times \ldots + \ldots$ $127 = 9 \times \ldots + \ldots$

8 Tu divises un nombre entier naturel a par 37. Quel est le plus petit reste possible ? Calcule le nombre a dans ce cas, sachant que le quotient est 23.
Quel est le plus grand reste possible ? Calcule le nombre a dans ce cas, sachant que le quotient est 23.

9 Tu disposes de douze bidons de 25 ℓ que tu veux transvaser dans un tonneau de 220 ℓ.
Ces bidons seront-ils tous nécessaires pour remplir le tonneau ?

10 Quel est le reste de la division de 132 par 30 ? Choisis un diviseur commun à 30 et 12.
Est-il aussi un diviseur de 132 ?

11 Un nombre entier naturel de trois chiffres commence par 3 et finit par 4. Le chiffre des dizaines a été effacé.
Trouve le chiffre qui manque, sachant que ce nombre est un multiple de 9.

12 U est le chiffre des unités d'un nombre entier naturel qui s'écrit 137U.
Par quels chiffres peux-tu remplacer U pour que le nombre 137U soit divisible par 2 ?
Même question pour que le nombre 137U soit divisible par 3 ? par 5 ?

13 D est le chiffre des dizaines d'un nombre entier naturel qui s'écrit 12D4.
Par quels chiffres peux-tu remplacer D pour que le nombre 12D4 soit divisible par 2 ? par 3 ?

2 NOMBRES PREMIERS

14 Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont premiers : 61 ; 37 ; 57 ; 123 ; 245 ; 177 ; 129 ; 397

3 PRODUITS DE FACTEURS PREMIERS

15 Écris chacun des produits suivants sous forme d'un produit de facteurs premiers :
$a = 14 \times 18$; $b = 21 \times 22 \times 23$;
$c = 10 \times 11 \times 12 \times 13$; $d = 81 \times 121 \times 169$

16 Écris chacun des nombres 256 et 457 sous forme d'un produit de facteurs premiers.

17 Yao a dressé la liste des multiples de 3 en commençant avec 0.
Ali a dressé une liste avec les multiples de 5.
En lisant ces listes, ils poussent un *"Ah ! ..."* chaque fois qu'un nombre est sur les deux listes.
Quel est le nombre correspondant au cinquième *"Ah ! ..."*.

18 Trouve le PPCM des nombres entiers naturels a et b dans chacun des cas suivants :
a) $a = 2^2 \times 3 \times 5$ et $b = 3^2 \times 5^2 \times 2$
b) $a = 3^2 \times 5$ et $b = 2^2 \times 7 \times 13$

19 Donne sous la forme d'un produit de facteurs premiers, puis sous forme d'un nombre entier naturel chacun des nombres suivants : PPCM (24 ; 36) ; PPCM (48 ; 72) ; PPCM (327 ; 468)

20 Quel est le PPCM des nombres 48 et 30 ?
Quel est le PPCM des nombres 23 et 60 ?
Quel est le PPCM des nombres 13 et 17 ?

APPROFONDISSEMENT

21 On donne les nombres 29 ; 135 ; 2 753 ; 123 456.
Sans effectuer de division, trouve le reste lorsqu'on divise chacun de ces nombres :
a) par 2 b) par 3 c) par 5 d) par 25

22 Décompose le nombre 196 en un produit de facteurs premiers.
Déduis-en le nombre a tel que $a \times a = 196$.

23 Au jeu *"Quitte ou Triple"*, la première bonne réponse rapporte 100 F CFA au candidat.
Ensuite, le gain triple à chaque bonne réponse ; le candidat perd tout dès qu'une réponse est fausse.
Un candidat quitte le jeu avec une somme de 218 700 F CFA.
À combien de questions a-t-il répondu : 6, 7, 8 ou 9 ?

24 Dans la propriété de Samba les piquets sont distants de 160 cm.
Dans la propriété de Bantou les piquets sont distants de 220 cm.
À quelle distance du chemin y aura-t-il de nouveau deux piquets (un pour chaque propriété) face à face ?

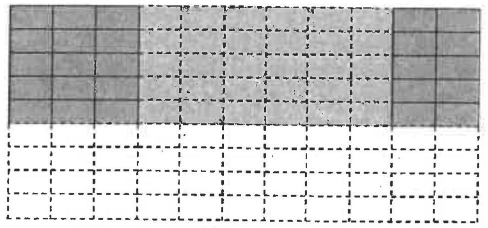
EXERCICES

RECHERCHE

25 Quels sont les nombres entiers naturels qui, divisés par 5, donnent un quotient égal au double du reste ?

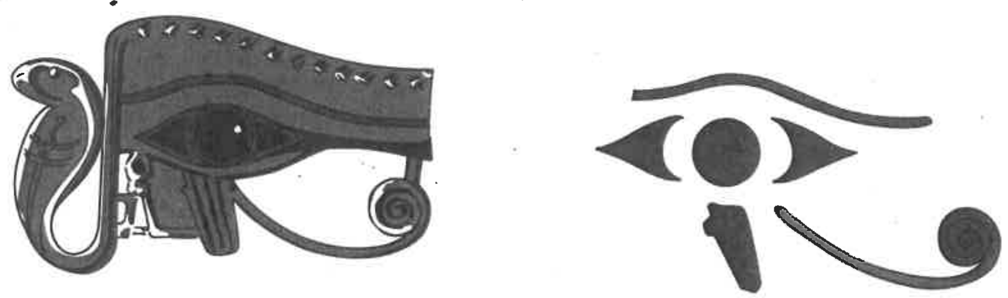
26 Quels sont les nombres entiers naturels qui, divisés par 6, donnent un quotient égal au reste ?

27 Le fond d'un bassin de forme carrée est carrelé avec des carreaux de 45 cm sur 25 cm, placés comme l'indique le dessin ci-dessous.
Le nombre de carreaux par rangée est un nombre entier naturel (on ne coupe pas les carreaux).
Quelle peut être la longueur d'un côté du fond de ce bassin, sachant que cette dimension est plus petite que 10 m ?

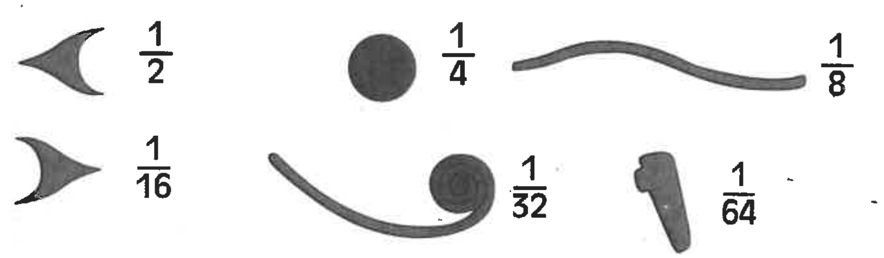


14 Fractions

Histoire égyptienne



Un œil du dieu Horus a été découpé en six morceaux par le dieu Seth. Chacun de ces morceaux correspond à une fraction dont le numérateur est égal à 1.



SOMMAIRE

1 Fractions irréductibles

1.1 SIMPLIFICATION DE FRACTIONS

Activité

On veut simplifier la fraction $\frac{42}{66}$.

Les nombres 42 et 66 sont divisibles par 6, on écrit : $\frac{42}{66} = \frac{6 \times 7}{6 \times 11} = \frac{7}{11}$.

On dit que l'on a simplifié la fraction $\frac{42}{66}$.

• Simplifie de la même façon les fractions suivantes : $\frac{30}{50}$; $\frac{44}{110}$; $\frac{45}{63}$; $\frac{210}{396}$.

RÈGLE

Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction égale à la fraction donnée en divisant le numérateur et le dénominateur par un ou plusieurs diviseurs communs différents du nombre 1.

EXERCICES

1.a Simplifie chacune des fractions suivantes :
$\frac{30}{105}$; $\frac{54}{99}$; $\frac{165}{420}$; $\frac{88}{264}$; $\frac{2^3}{2^4}$; $\frac{2 \times 3}{2^3}$

1.2 FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

Présentation

Est-il possible de simplifier chacune des fractions suivantes : $\frac{14}{5}$; $\frac{121}{95}$; $\frac{22}{57}$?
Justifie ta réponse.

Une fraction est une **fraction irréductible** lorsque le nombre 1 est l'unique diviseur commun au numérateur et au dénominateur.
Rendre irréductible une fraction, c'est la remplacer par la fraction irréductible qui lui est égale.

Reconnaître une fraction irréductible

On veut vérifier que la fraction $\frac{12}{385}$ est irréductible.

On a : $12 < 385$

Donne la liste des diviseurs de 12 et vérifie qu'aucun diviseur de 12 autre que 1 n'est un diviseur de 385.

$\frac{12}{385}$ est donc une fraction irréductible.

On remarque que si une fraction a pour numérateur le nombre 1, alors elle est irréductible.

EXERCICE

1.b Pourquoi peux-tu affirmer sans calcul que les fractions $\frac{5}{351}$; $\frac{6}{91}$; $\frac{25}{121}$; $\frac{100}{81}$; sont irréductibles ?

Rendre irréductible une fraction

• **Par simplifications successives.**

On a : $\frac{36}{32} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$ Vérifie que la fraction $\frac{9}{8}$ est irréductible.

• **Par décomposition en produits de facteurs premiers.**

On a : $7\,546 = 2 \times 7^3 \times 11$ $2\,695 = 5 \times 7^2 \times 11$

Donc : $\frac{7\,546}{2\,695} = \frac{2 \times 7^3 \times 11}{5 \times 7^2 \times 11} = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5}$

La fraction $\frac{7\,546}{2\,695}$ a été simplifiée par $7^2 \times 11$; c'est le plus grand commun diviseur (PGCD) de $2 \times 7^3 \times 11$ et $5 \times 7^2 \times 11$

REMARQUE

Pour rendre irréductible une fraction, on peut décomposer son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers, puis on simplifie.
Le nombre par lequel on simplifie une fraction pour la rendre irréductible est le plus grand commun diviseur (PGCD) du numérateur et du dénominateur de cette fraction.

EXERCICES

1.c Par simplifications successives, rends irréductible chacune des fractions suivantes :
$\frac{24}{30}$; $\frac{30}{288}$; $\frac{145}{30}$; $\frac{345}{30}$

1.d Par décompositions en produit de facteurs premiers, rends irréductible chacune des fractions suivantes :
$\frac{3\,120}{2\,772}$; $\frac{3\,465}{1\,050}$; $\frac{3\,120}{1\,050}$; $\frac{2\,772}{3\,465}$; $\frac{3\,120}{3\,465}$

EXERCICE

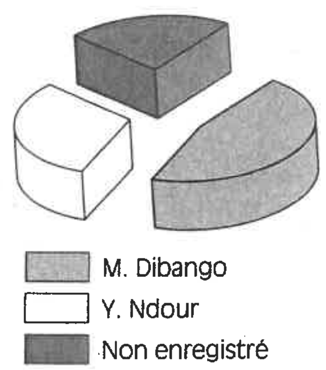
1.e Pour chacune des fractions ci-après, trouve la fraction irréductible qui lui est égale :

$\frac{75}{45}$; $\frac{6}{42}$; $\frac{19}{95}$; $\frac{664}{166}$; $\frac{540}{1\,170}$; $\frac{736}{1\,092}$; $\frac{675}{1\,000}$; $\frac{6}{141}$

2 Somme et différence de deux fractions

2.1 FRACTIONS AYANT UN MÊME DÉNOMINATEUR

Activité



Mon ami Ibrahim Sidibé m'a donné une cassette (90 mn) sur laquelle il a enregistré des interprétations musicales de deux auteurs :

$\frac{21}{45}$ de la cassette sont des chansons de Manu Dibango ;

$\frac{14}{45}$ de la cassette sont des chansons de Youssou Ndour.

Le reste de la cassette n'est pas enregistré.

- Quelle est la fraction de cassette enregistrée ?
- Quelle fraction de la cassette reste-t-il à enregistrer ?

RÈGLE

a, b et d sont des nombres entiers naturels et d n'est pas nul.

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

a et b sont des nombres entiers naturels tels que $a > b$;
d est un nombre entier naturel non nul.

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

EXERCICES

2.a Calcule : $\frac{41}{7} + \frac{9}{7}$; $\frac{21}{45} + \frac{17}{45}$; $\frac{14}{5} + \frac{12}{5}$; $\frac{42}{7} - \frac{11}{7}$; $\frac{220}{13} - \frac{51}{13}$; $\frac{5}{11} - \frac{2}{11}$; $\frac{47}{155} - \frac{7}{155}$

2.b Dans son cahier de recherche un élève a écrit :

$\frac{2}{6} + \frac{15}{6} = \frac{2+15}{6} = \frac{2+15}{2 \times 3} = \frac{15}{3} = \frac{5}{1} = 5$ (en simplifiant par 2, puis par 3).

N'imite pas ces calculs ! Dis plutôt quelle est l'erreur qui a été commise !
Refais toi-même le calcul de cette somme de fractions.

2.2 FRACTIONS AYANT DES DÉNOMINATEURS DIFFÉRENTS

Réduire deux fractions au même dénominateur

- Trouve une fraction égale à $\frac{1}{9}$ dont le dénominateur est égal à 18.

Trouve une fraction égale à $\frac{5}{6}$ dont le dénominateur est égal à 18.

Tu viens de **réduire au même dénominateur** (le nombre18) les fractions $\frac{1}{9}$ et $\frac{5}{6}$; le dénominateur commun est 18. 18 est le PPCM de 9 et 6.

- De la même façon, réduis au même dénominateur les fractions $\frac{7}{6}$ et $\frac{11}{4}$, puis les fractions $\frac{11}{15}$ et $\frac{11}{30}$.

RÈGLE

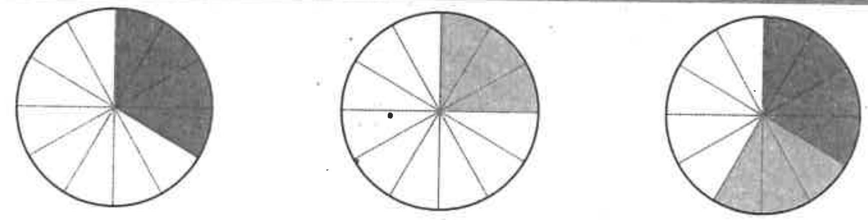
Pour réduire des fractions au même dénominateur, on peut choisir comme dénominateur commun le P.P.C.M de leurs dénominateurs.

EXERCICE

2.c Réduis au même dénominateur les fractions :

$\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{5}$; $\frac{7}{6}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{10}$ et $\frac{17}{4}$; $\frac{5}{18}$ et $\frac{7}{12}$

Somme et différence de deux fractions



- On a $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$
- Calcule $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; illustre cette différence.

RÈGLE

Pour calculer la somme (ou la différence) de deux fractions, on les réduit au même dénominateur et on calcule la somme (ou la différence) des deux fractions de même dénominateur.

EXERCICES

2.d Calcule : $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$; $\frac{7}{6} + \frac{3}{10}$; $\frac{7}{4} - \frac{3}{10}$; $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$; $\frac{5}{12} - \frac{4}{15}$; $1 - \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$; $\frac{10}{150} + \frac{77}{60}$

2.e Calcule : $(1 + \frac{1}{2}) - \frac{1}{3}$; $1 + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$

3 Comparaison de deux fractions - Encadrement

3.1 COMPARAISON DE DEUX FRACTIONS

Ranger des fractions de même dénominateur

Le tailleur a utilisé $\frac{3}{24}$ d'un coupon de tissu pour coudre l'uniforme d'un garçon, $\frac{13}{24}$ pour tailler et broder la tenue traditionnelle de sa mère et $\frac{7}{24}$ pour confectionner le costume de son père.

$\frac{3}{24}$ $\frac{13}{24}$ $\frac{7}{24}$

- Compare les longueurs de tissu nécessaires pour tailler l'uniforme et le costume.
- Compare les longueurs de tissu nécessaires pour tailler la tenue traditionnelle et le costume.
- Range les fractions $\frac{3}{24}$, $\frac{13}{24}$ et $\frac{7}{24}$ dans l'ordre croissant.

On admet la propriété suivante

PROPRIÉTÉ

Si deux fractions ont le même dénominateur, alors la plus petite fraction est celle qui a le plus petit numérateur.

a, b et d sont des nombres entiers naturels et d n'est pas nul :

si $a < b$, alors $\frac{a}{d} < \frac{b}{d}$

EXERCICE

3.a Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

$\frac{9}{15}$ et $\frac{7}{15}$; $\frac{27}{36}$, $\frac{40}{36}$ et $\frac{30}{36}$; $\frac{15}{24}$, $\frac{6}{24}$ et $\frac{80}{24}$; $\frac{3}{11}$, $\frac{43}{11}$ et $\frac{12}{11}$

REMARQUE

Pour comparer deux fractions quelconques, on peut les réduire au même dénominateur et utiliser alors la propriété énoncée ci-dessus.

EXERCICE

3.b Compare les fractions suivantes :

$\frac{7}{6}$ et $\frac{6}{5}$; $\frac{12}{15}$ et $\frac{21}{14}$; $\frac{29}{49}$ et $\frac{47}{98}$

Ranger des fractions de même numérateur

Une maman découpe son gâteau circulaire et distribue les parts de la façon suivante :

$\frac{1}{4}$ du gâteau à Maniang ;

$\frac{1}{5}$ du gâteau à Gorgui ;

$\frac{1}{6}$ du gâteau à Fatou.

Fatou se plaint ; Maniang est content. Pourquoi ?

$\frac{1}{6} < \frac{1}{5} < \frac{1}{4}$

Justifie ce rangement

REMARQUE

Si des fractions ont pour numérateur le nombre 1, alors la plus petite fraction est celle qui a le plus grand dénominateur.

EXERCICE

3.c Compare les fractions suivantes :

$\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{9}$; $\frac{3}{8}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{5}$ et $\frac{7}{4}$; $\frac{18}{71}$ et $\frac{18}{113}$; $\frac{8}{10}$, $\frac{25}{10}$ et $\frac{25}{7}$

3.2 COMPARAISON D'UNE FRACTION AU NOMBRE 1

Activité

Sans aucun calcul, un élève affirme que la fraction $\frac{6}{7}$ est plus petite que la fraction $\frac{9}{8}$

Peux-tu expliquer cette affirmation ?

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

- **Si dans une fraction le numérateur est plus petit que le dénominateur, alors la fraction est plus petite que 1.**
- **Si dans une fraction le numérateur est égal au dénominateur, alors la fraction est égale à 1.**
- **Si dans une fraction le numérateur est plus grand que le dénominateur, alors la fraction est plus grande que 1.**

a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.

Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$ si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$ si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$

EXERCICES

3.d Compare chacune des fractions suivantes au nombre 1 :

$\frac{8}{9}$; $\frac{9}{5}$; $\frac{37}{5}$; $\frac{19}{19}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{51}{15}$; $\frac{15}{32}$

3.e Compare les fractions suivantes :

$\frac{375}{413}$ et $\frac{123}{121}$; $\frac{65}{407}$ et $\frac{122}{99}$; $\frac{31}{29}$ et $\frac{57}{58}$

3.3 ÉCRITURE DE $\frac{a}{b}$ SOUS LA FORME $q + \frac{r}{b}$ (AVEC $r < b$)

Présentation

Nous entendons souvent dire :
"Ce film dure une heure et quart", "Cette bouteille contient un litre et demi d'eau".

Traduis en fraction d'heure ou de litre ces quantités.

Nous constatons qu'il est plus significatif d'utiliser l'expression "une heure et quart" (1h $\frac{1}{4}$) que "cinq quarts d'heure" ($\frac{5}{4}$h).

Pour mieux estimer l'ordre de grandeur des nombres écrits sous forme de fraction, il est souvent utile d'en extraire le nombre entier le plus grand possible. Ce nombre est appelé **partie entière** de la fraction.

Activité

- Pour estimer l'ordre de grandeur de la fraction $\frac{47}{7}$, un élève "pose" la division de 47 par 7 et écrit :

$$\begin{array}{r|l} 47 & 7 \\ \hline 5 & 6 \end{array} \qquad 47 = 7 \times 6 + 5 \qquad \frac{47}{7} = \frac{7 \times 6 + 5}{7} \qquad \frac{47}{7} = \frac{7 \times 6}{7} + \frac{5}{7} \qquad \frac{47}{7} = 6 + \frac{5}{7}$$

Il conclut que la **partie entière** de la fraction $\frac{47}{7}$ est le nombre 6.

- Procède de la même façon pour trouver la partie entière de la fraction $\frac{67}{9}$.

On admet la propriété suivante :

PROPRIÉTÉ

a, b, q et r sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul.
Chaque fraction $\frac{a}{b}$ peut s'écrire sous la forme $q + \frac{r}{b}$,
où q est le quotient et r est le reste de la division de a par b.

EXERCICES

3.f Écris sous la forme $q + \frac{r}{b}$ (avec $r < b$) chacune des fractions suivantes :

$\frac{9}{5}$; $\frac{7}{3}$; $\frac{5}{3}$; $\frac{19}{15}$; $\frac{132}{13}$; $\frac{143}{15}$

3.g Compare les fractions suivantes après avoir calculé leur partie entière :

$\frac{13}{4}$ et $\frac{21}{5}$; $\frac{31}{4}$ et $\frac{29}{3}$; $\frac{53}{5}$ et $\frac{78}{7}$

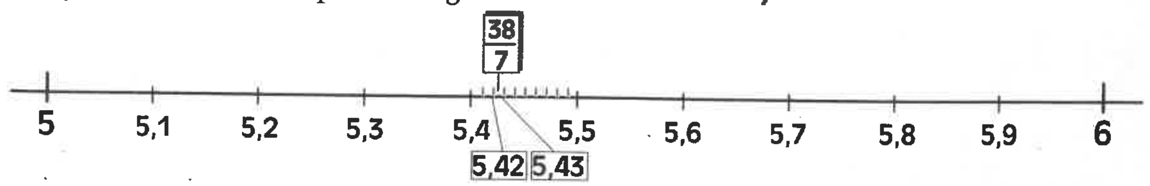
3.4 ENCADREMENT D'UNE FRACTION PAR DEUX NOMBRES DÉCIMAUX

Présentation

Avec une calculatrice, divisons 38 par 7.

La calculatrice affiche : 5.428571428

- Encadrons la fraction $\frac{38}{7}$:
  - par deux nombres entiers naturels consécutifs : $5 < \frac{38}{7} < 6$
  - par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule : $5{,}4 < \frac{38}{7} < 5{,}5$
  - par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule $5{,}42 < \frac{38}{7} < 5{,}43$



- Procède de la même façon pour encadrer la fraction $\frac{17}{6}$

EXERCICES

3.h Pour chacune des fractions suivantes : $\frac{4}{3}$; $\frac{22}{7}$; $\frac{23}{11}$, donne successivement un encadrement :
- par deux nombres entiers naturels consécutifs ;
- par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule ;
- par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule.

3.i Range dans l'ordre croissant les nombres suivants : $\frac{37}{11}$, $\frac{10}{3}$ et 3,5

4 Produit de deux fractions

4.1 PRODUIT D'UNE FRACTION ET D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

Activité

• Le carat est une unité de masse utilisée par les lapidaires et les courtiers en diamant. Cette unité de masse vaut $\frac{1}{5}$ de gramme.
Quelle est la fraction qui exprime la masse (en grammes) d'un diamant de 27 carats ?

• Un mille nautique (ou mille marin) est une unité de longueur égale à 1 852 m.
Quelle distance (en mètres) sépare deux navires éloignés de trois quarts de mille ?

Remarque : le mille nautique est une unité à ne pas confondre avec le mile, unité de longueur valant approximativement 1 609 m, utilisée en Angleterre, aux États Unis ...

• Quelle est (en minutes) la durée nécessaire pour écouter les interprétations enregistrées sur la cassette dont il est question à l'activité du paragraphe 2.1 de ce chapitre ?

REGLE

***a*, *b* et *k* sont des nombres entiers naturels ; *b* n'est pas nul :**

$$k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} \times k = \frac{k \times a}{b}$$

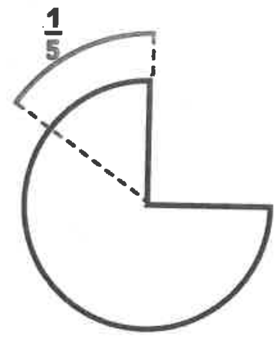
EXERCICE

4.a Donne le résultat le plus simple possible pour chacune des écritures suivantes :

$\frac{3}{4} \times 5$; $\frac{11}{5} \times 10$; $9 \times \frac{5}{6}$; $\frac{4}{121} \times 11$; $9 \times (\frac{7}{5} \times 15)$; $(9 \times \frac{11}{300}) \times 5$

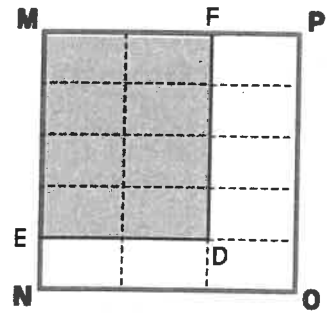
4.2 PRODUIT DE DEUX FRACTIONS

Activité 1



Le devoir surveillé de mathématiques a une durée de trois quarts d'heure. Quand Diarra regarde sa montre, elle s'aperçoit qu'il lui reste seulement un cinquième de ce temps avant de rendre sa copie.
• Quelle est, en minutes, la durée du devoir ?
• De combien de minutes dispose encore Diarra quand elle regarde l'heure ?
Exprime cette durée en fraction d'heure ; simplifie cette fraction.
La fraction obtenue est le produit des fractions $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{5}$

Activité 2



Sur les côtés [MN] et [MP] du carré MNOP, plaçons les points E et F tels que ME = $\frac{4}{5}$ MN et MF = $\frac{2}{3}$ MP

La droite parallèle à (MP) passant par le point E et la droite parallèle à (MN) passant par le point F se coupent au point D.

• Un élève affirme que l'aire du rectangle MEDF est égale à $\frac{8}{15}$ de celle du carré MNOP.

Que penses-tu de cette affirmation ? Justifie ta réponse.
La fraction $\frac{8}{15}$ est le produit des fractions $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$

REGLE

***a*, *b*, *c* et *d* sont des nombres entiers naturels ; *b* et *d* ne sont pas nuls :**

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

EXERCICES

4.b Effectue les produits suivants : $\frac{7}{5} \times \frac{9}{4}$; $\frac{7}{15} \times \frac{9}{4}$; $\frac{7}{5} \times \frac{9}{14}$; $\frac{49}{15} \times \frac{9}{14}$

4.c
• Quelle fraction d'heure représentent les deux tiers de trois quarts d'heure ?
• Quelle fraction d'heure représentent les trois quarts de deux tiers d'heure ?
• Compare les deux tiers de trois quarts d'heure aux trois quarts de deux tiers d'heure.

Activité 3

Calcule l'aire d'une face latérale, puis le volume d'un cube dont la longueur d'une arête est $\frac{11}{7}$ m.

DÉFINITION

n* est un nombre entier naturel plus grand que le nombre *1
***a* et *b* sont des nombres entiers naturels, *b* n'est pas nul.**
$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ désigne le produit de *n* facteurs égaux à la fraction $\frac{a}{b}$.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \dots\dots \times \frac{a}{b}}_{n \text{ facteurs égaux à } \frac{a}{b}}$$

EXERCICES

4.d a et b sont des nombres entiers naturels et b n'est pas nul. Justifie que : $\left(\frac{a}{b}\right)^5 = \frac{a^5}{b^5}$

4.e Calcule : $\left(\frac{13}{10}\right)^2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; $\left(3 + \frac{1}{3}\right)^2$

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

1 Pour chacune des fractions suivantes, trouve une fraction simplifiée qui lui soit égale :
$\frac{8}{32}$; $\frac{6}{22}$; $\frac{24}{27}$; $\frac{220}{480}$; $\frac{2\,300}{5\,700}$

2 Trouve une fraction égale à $\frac{12}{20}$:
– dont le dénominateur est plus petit que 10
– dont le numérateur est compris entre 8 et 12
– dont le numérateur est compris entre 180 et 195

3 Justifie que chacune des fractions suivantes est irréductible :
$\frac{5}{13}$; $\frac{7}{25}$; $\frac{36}{125}$; $\frac{21}{80}$; $\frac{28}{45}$; $\frac{56}{33}$

4 Rends irréductible chacune des fractions suivantes :
$\frac{15}{35}$; $\frac{90}{75}$; $\frac{13}{91}$; $\frac{51}{36}$; $\frac{92}{162}$; $\frac{130}{490}$

5 Par simplifications successives, rends irréductible chacune des fractions suivantes :
$\frac{42}{60}$; $\frac{90}{495}$; $\frac{792}{756}$; $\frac{630}{3\,360}$

6 Décompose en produits de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur de chacune des fractions suivantes, puis rends ces fractions irréductibles :
$\frac{150}{360}$; $\frac{144}{108}$; $\frac{210}{525}$; $\frac{242}{231}$; $\frac{21\,175}{35\,035}$

2 SOMME ET DIFFÉRENCE DE FRACTIONS

7 Effectue chacune des sommes suivantes, puis rends irréductible la fraction obtenue :

$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}$; $\frac{3}{7}+\frac{5}{7}$; $\frac{1}{12}+\frac{3}{12}$
$\frac{1}{18}+\frac{5}{18}$; $\frac{1}{9}+\frac{8}{9}$; $\frac{3}{2}+\frac{5}{2}$

8 Effectue chacune des différences suivantes, puis rends irréductible la fraction obtenue :

$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}$; $\frac{6}{7}-\frac{4}{7}$; $\frac{5}{12}-\frac{1}{12}$
$\frac{7}{10}-\frac{3}{10}$; $\frac{9}{4}-\frac{5}{4}$; $\frac{10}{3}-\frac{4}{3}$

9 Effectue chacune des sommes suivantes, puis rends irréductible la fraction obtenue :

$\frac{5}{4}+\frac{5}{2}$; $\frac{3}{7}+\frac{3}{5}$; $\frac{1}{6}+\frac{5}{4}$; $\frac{1}{12}+\frac{5}{14}$
$1+\frac{3}{4}$; $2+\frac{5}{3}$; $\frac{5}{7}+3$; $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$
$\frac{5}{8}+\frac{3}{4}+\frac{7}{16}$; $1+\frac{3}{7}+\frac{3}{2}$

10 Effectue chacune des différences suivantes, puis rends irréductible la fraction obtenue :

$\frac{5}{2}-\frac{5}{4}$; $\frac{3}{5}-\frac{3}{7}$; $\frac{5}{4}-\frac{1}{6}$
$1-\frac{1}{7}$; $\frac{5}{12}-\frac{1}{14}$; $3-\frac{4}{3}$; $2-\frac{1}{5}$

11 Effectue chacun des calculs suivants, puis rends irréductible la fraction obtenue :

$a = 2+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$; $b = \frac{1}{4}+\frac{2}{5}+\frac{3}{7}+\frac{13}{5}$
$c = 1+\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)$; $d = \left(1+\frac{2}{7}\right)-\frac{4}{7}$
$e = \left(\frac{7}{8}-\frac{5}{8}\right)+\frac{1}{8}$; $f = \frac{7}{8}-\left(\frac{5}{8}+\frac{1}{8}\right)$

3 COMPARAISON DE DEUX FRACTIONS - ENCADREMENT

12 Compare les fractions suivantes :
$\frac{5}{12}$ et $\frac{7}{12}$; $\frac{3}{5}$ et $\frac{3}{4}$; $\frac{13}{25}$ et $\frac{37}{50}$; $\frac{11}{15}$ et $\frac{12}{16}$

13 ***a)*** Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

$\frac{13}{10}$; $\frac{37}{10}$; $\frac{6}{10}$; $\frac{1}{10}$; $\frac{7}{10}$

b) Range dans l'ordre décroissant les fractions suivantes :

$\frac{12}{7}$; $\frac{22}{7}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{10}{7}$

14 Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

$$\frac{1}{5}\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{7}\ ;\ \frac{1}{10}\ ;\ \frac{1}{2}$$

15 Compare chacune des fractions suivantes avec le nombre 1 :

$$\frac{13}{10}\ ;\ \frac{7}{10}\ ;\ \frac{7}{5}\ ;\ \frac{2}{7}\ ;\ \frac{7}{3}$$

16 Sans réduire au même dénominateur, compare les fractions suivantes :

$$\frac{23}{21} \text{ et } \frac{21}{23}\ ;\ \frac{13}{27} \text{ et } \frac{39}{37}\ ;\ \frac{311}{256} \text{ et } \frac{199}{203}\ ;$$
$$\frac{1\,993}{1\,994} \text{ et } \frac{1\,994}{1\,993}$$

17 Pour chacune des fractions suivantes :

$$\frac{4}{7}\ ;\ \frac{11}{6}\ ;\ \frac{22}{9}\ ;\ \frac{23}{8}\ ;\ \frac{47}{11}$$

donne un encadrement :

a) par deux nombres entiers naturels consécutifs ;

b) par deux nombres décimaux consécutifs ayant un chiffre après la virgule ;

c) par deux nombres décimaux consécutifs ayant deux chiffres après la virgule.

18 Écris sous la forme $q+\frac{r}{b}$ (q, r, b sont des nombres entiers naturels, b est non nul et $r < b$) chacune des fractions suivantes, puis range-les dans l'ordre croissant :

$$\frac{16}{5}\ ;\ \frac{8}{3}\ ;\ \frac{5}{2}\ ;\ \frac{12}{10}\ ;\ \frac{29}{15}\ ;\ \frac{17}{5}\ ;\ \frac{87}{38}$$

4 PRODUIT DE FRACTIONS

19 Effectue chacun des produits suivants et rends irréductible la fraction obtenue :

$$2 \times \frac{1}{3}\ ;\ 3 \times \frac{5}{6}\ ;\ 4 \times \frac{15}{14}$$
$$\frac{7}{3} \times 2\ ;\ \frac{8}{5} \times 5\ ;\ \frac{27}{28} \times 21$$

20 Effectue chacun des produits suivants et rends irréductible la fraction obtenue :

$$\frac{7}{4} \times \frac{3}{5}\ ;\ \frac{2}{21} \times \frac{7}{3}\ ;\ \frac{8}{5} \times \frac{25}{24}$$
$$\frac{21}{15} \times \frac{10}{14}\ ;\ \frac{8}{27} \times \frac{45}{16}$$

21 Effectue chacun des produits suivants et rends irréductible la fraction obtenue :

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{14}{15}\ ;\ \frac{5}{4} \times \frac{6}{35} \times \frac{5}{6}$$
$$\frac{2}{21} \times \frac{3}{14} \times \frac{49}{6}\ ;\ \frac{27}{12} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{54}$$
$$\frac{7}{6} \times 4 \times \frac{13}{14}\ ;\ 3 \times \frac{2}{7} \times \frac{14}{15}$$
$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{6} \times 2$$

22 Vérifie les égalités suivantes :

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\ ;\ \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}\ ;\ \frac{1}{101} - \frac{1}{102} = \frac{1}{101} \times \frac{1}{102}$$

23 Calcule les puissances suivantes et donne chaque résultat sous forme d'une fraction irréductible :

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2\ ;\ \left(\frac{1}{3}\right)^3\ ;\ \left(\frac{3}{5}\right)^3\ ;\ \left(\frac{2}{5}\right)^2\ ;\ \left(\frac{5}{2}\right)^2$$
$$\left(\frac{2}{7}\right)^3\ ;\ \left(\frac{3}{2}\right)^5\ ;\ \left(\frac{2}{5}\right)^2\ ;\ \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

24 Recopie et complète le tableau suivant :

a	b	$\frac{a}{b}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^2$	$\frac{a^2}{b^2}$	$\frac{a^2}{b}$
1	5				
2	7				
7	4				
1	3				

Compare les résultats obtenus dans les trois dernières colonnes. Que constates-tu ?

APPROFONDISSEMENT

25 Pour acheter une nouvelle photocopieuse, l'administration d'un collège accepte de payer les $\frac{7}{12}$ du prix, l'association des parents d'élèves finance le $\frac{1}{5}$ du prix et la coopérative scolaire offre le $\frac{1}{6}$ du prix.
Cela suffit-il pour acheter cette photocopieuse ? Justifie ta réponse.

26 Pour ses repas de la journée, Aminata doit prévoir :
- un demi pain pour le matin ;
- les trois quarts d'un pain à midi ;
- les deux tiers d'un pain le soir.

Deux pains par jour suffisent-ils à Aminata pour ses repas de la journée ? Justifie ta réponse.

27 Mouloud veut emballer les cadeaux pour la fête de famille qui a lieu ce jour.
Pour cela, il lui faut :

$\frac{3}{15}$ d'un rouleau pour son frère aîné ;
$\frac{1}{2}$ rouleau pour sa sœur ;
$\frac{3}{8}$ d'un rouleau pour son petit frère ;
$\frac{4}{5}$ d'un rouleau pour son père et $\frac{1}{8}$ d'un rouleau pour sa mère.

Combien de rouleaux doit-il acheter ?

28 Djibril possède une rizière de 4,2 ha. Il repique $\frac{2}{3}$ de cette rizière et irrigue $\frac{5}{7}$ de la surface repiquée.

a) Quelle est, en m^2, l'aire de la surface repiquée ?

b) Quelle fraction de la rizière représente la surface irriguée ?
Quelle est, en m^2, l'aire de la surface irriguée ?

29 Un champ rectangulaire n'est cultivé que sur les trois quarts de sa longueur et les deux tiers de sa largeur.
Oumarou dit que ce terrain est à moitié cultivé. A-t-il raison ? Justifie ta réponse.

30 Dans le village de Rhumsiki, $\frac{1}{3}$ des terres est cultivé.

$\frac{3}{7}$ des terres cultivées le sont en mil et $\frac{1}{4}$ des terres cultivées l'est en sorgho.

a) Quelle est la fraction des terres non cultivées ?

b) Quelle est la fraction des terres du village qui sont cultivées en mil ?

c) Quelle est la fraction des terres du village qui sont cultivées en sorgho ?

31 Lors d'un devoir de mathématiques, 32 élèves d'une classe de cinquième sont présents. Ils représentent les $\frac{4}{5}$ de l'effectif total de cette classe.
Sur les 32 élèves, les $\frac{3}{4}$ obtiennent la moyenne à ce devoir.

a) Quel est l'effectif total de cette classe ?

b) Quelle fraction des élèves de la classe a eu la moyenne ?

c) Combien d'élèves n'ont pas eu la moyenne sachant que parmi les absents la moitié des élèves a eu zéro pour absence non justifiée, les autres absents n'étant pas notés.

32 Simon a un salaire de 96 000 FCFA par mois.
La première quinzaine, il dépense les $\frac{2}{3}$ de son salaire ; la deuxième quinzaine, il dépense les $\frac{3}{4}$ de ce qu'il lui restait après la première quinzaine.

a) Combien a-t-il dépensé la première quinzaine ?

b) Quelle fraction de son salaire a-t-il dépensé la deuxième quinzaine ?

c) Quelle fraction de son salaire lui reste-t-il à la fin du mois ? Quelle somme d'argent cela représente-t-il ?

33 a et b sont des nombres entiers naturels non nuls.
Compare : $\frac{a}{b+1}$ et $\frac{a}{b}$; $\frac{a+1}{b}$ et $\frac{a}{b}$

34 a est un nombre entier naturel non nul.
Parmi les fractions suivantes, indique en justifiant ta réponse, celles qui sont :
- plus grandes que l'unité ;
- plus petites que l'unité ;
- égales à l'unité.

$$\frac{a}{a+1}\ ;\ \frac{a}{a}\ ;\ \frac{a+1}{a}\ ;\ \frac{a+1}{a+3}\ ;\ \frac{a+7}{a+5}$$

35 Range dans l'ordre croissant les fractions suivantes :

a) $\frac{1}{3}\ ;\ \left(\frac{1}{3}\right)^2 ;\ \left(\frac{1}{3}\right)^3 ;\ \left(\frac{1}{3}\right)^4$

b) $\frac{3}{2}\ ;\ \left(\frac{3}{2}\right)^2 ;\ \left(\frac{3}{2}\right)^3 ;\ \left(\frac{3}{2}\right)^4$

36 Pour chacune des fractions suivantes, trouve la fraction dont elle est le carré :

$$\frac{9}{4}\ ;\ \frac{16}{25}\ ;\ \frac{36}{25}\ ;\ \frac{64}{81}\ ;\ \frac{81}{121}\ ;\ \frac{144}{121}$$

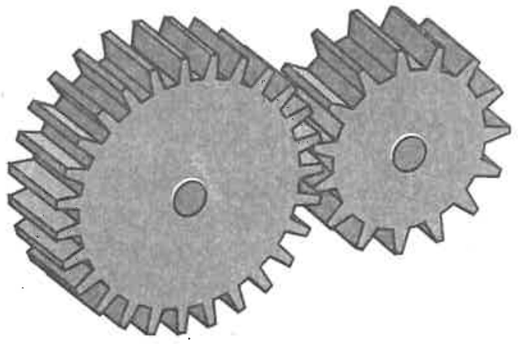
EXERCICES

RECHERCHE

37 Trouve tous les nombres entiers naturels a, b, c et d compris entre 1 et 12, qui vérifient : $a < b < c < d$ et $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

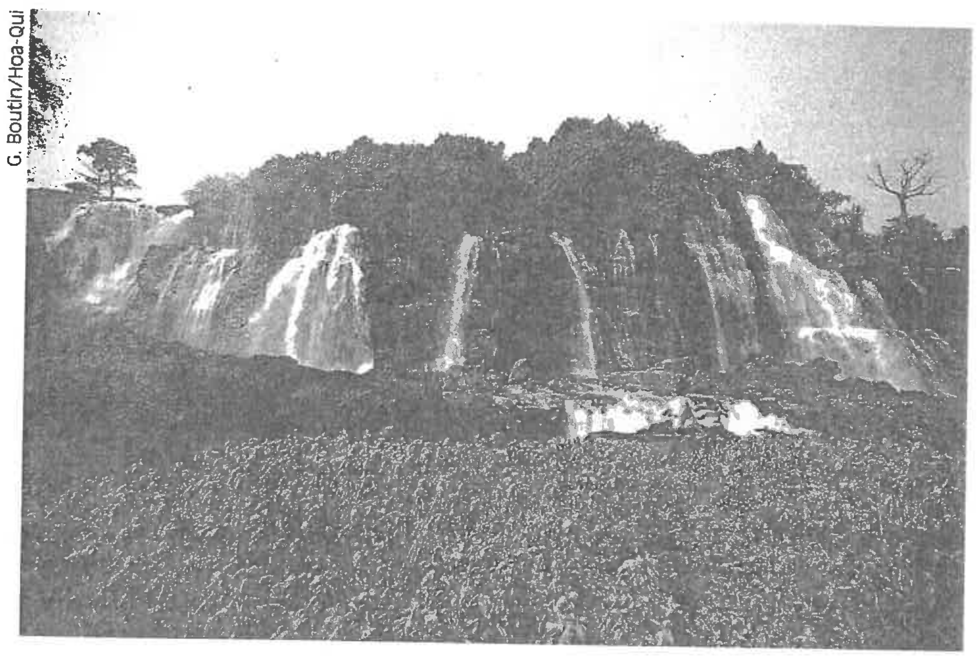
38 Mr Atangana possède un terrain de 1 200 m^2.
Il désire construire une maison en forme de pavé droit dont la façade est un rectangle de longueur 30 m.
Pour obtenir le permis de construire, il ne faut pas que la surface au sol de la maison soit plus grande que les $\frac{3}{5}$ de la surface du terrain à bâtir.
D'autre part la largeur de la maison ne doit pas être plus petite que 20 m et ne doit pas être plus grande que la longueur de la façade et les dimensions sont des nombres entiers de mètres.
Quelles sont les dimensions qui conviennent ?

39 Deux roues dentées dont l'une entraîne l'autre constituent un **engrenage** (voir un modèle ci-après).



Le premier engrenage a une roue d'entraînement de 27 dents et l'autre roue (soumise au mouvement de la première) a 15 dents.
Le second engrenage a une roue d'entraînement de 63 dents et l'autre roue (soumise au mouvement de la première) a 35 dents.
a) Pour chaque engrenage la roue d'entraînement fait 5 tours complets.
Combien de tours fait l'autre roue dans chacun de ces engrenages ?
b) On appelle rapport d'un engrenage la fraction dont le numérateur est le nombre de dents de la roue d'entraînement et le dénominateur est le nombre de dents de l'autre roue.
Justifie que ces deux engrenages ont le même rapport.

15 Proportionnalité



G. Boutin/Hoa-Qui

Les chutes de Boali, en République Centrafricaine.
Leur débit moyen, pendant la saison des pluies, est très élevé.

SOMMAIRE

1 Exemples de coefficients de proportionnalité

1.1 VITESSE MOYENNE

Calculer une vitesse

Un motocycliste part de Cotonou pour se rendre à Parakou :

Trajet	Distance parcourue	Durée
Cotonou - Zogbodomey	120 km	3 h
Zogbodomey - Dassa	80 km	2 h
Dassa - Savé	40 km	1 h
Savé - Parakou	160 km	4 h

Complète le tableau de correspondance suivant :

Durée (en h)	3			
Distance (en km)	120	80		

Justifie que c'est un tableau de proportionnalité. Calcule le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième. Ce coefficient est la **vitesse moyenne** du motocycliste. Elle est ici exprimée en kilomètres par heure (km/h).

DÉFINITION

La vitesse moyenne est le quotient de la distance par la durée.

Tableau de proportionnalité

Durée	
Distance	

× vitesse moyenne

L'unité de la vitesse moyenne dépend des unités de la distance et de la durée.

EXERCICES

1.a Un coureur à pied parcourt 42 km en 3 heures 30 mn. Quelle est sa vitesse moyenne exprimée en km/h ? en m/s ?

1.b Un automobiliste roule à 80 km/h pendant 2 h 15 mn. Quelle distance a-t-il parcourue ?

1.c Un avion effectue un vol de 1200 km à une vitesse moyenne de 800 km/h. Quelle est la durée de ce vol ?

1.2 DÉBIT MOYEN

Calculer un débit

Pendant la saison des pluies, on a mesuré la quantité d'eau s'écoulant du fleuve Mono pendant 10 secondes. On a trouvé 2 310 000 litres.
Quel est le volume d'eau qui s'écoule en une seconde ?
C'est le débit moyen du fleuve Mono pendant cette période. Il est ici exprimé en litres par seconde (l/s).

DÉFINITION

Le débit moyen est le quotient du volume de liquide écoulé par la durée.

Tableau de proportionnalité

Durée	
Volume de liquide écoulé	

× débit moyen

L'unité du débit moyen dépend des unités du volume et de la durée.

EXERCICES

1.d Un robinet remplit un seau de 15 litres en 230 secondes. Quel est le débit moyen de ce robinet ?

1.e Le fleuve Ouémé a un débit moyen de 20 m³/s à son embouchure. Quelle quantité d'eau déverse-t-il dans le lac Nouéké en 24 h ?

1.f Un réservoir contient 20 000 litres d'eau. Combien de temps doit fonctionner une pompe qui débite 4 m³/h pour vider ce réservoir ?

1.3 MASSE VOLUMIQUE

Calculer une masse volumique

Complète le tableau de proportionnalité suivant :

volume (en dm³)	2	2,5	
masse d'huile (en kg)	1,8		13,5

Calcule le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la deuxième.
Ce coefficient est la **masse volumique** de l'huile. Elle est ici exprimée en kilogrammes par décimètre cube (kg/dm³).

DÉFINITION

La masse volumique d'un corps est le quotient de la masse d'une certaine quantité de ce corps par le volume occupé par cette quantité.

Tableau de proportionnalité

Volume	
Masse	

× masse volumique

L'unité de la masse volumique dépend des unités de la masse et du volume.

Exemples de masses volumiques :

corps	air	essence	laiton	mercure
masse volumique	1,3 g/dm³	740 g/dm³	8,4 g/cm³	13,6 g/cm³

EXERCICES

1.g Un objet en fer de 23,5 kg a un volume de 3 dm³.
Quelle est la masse volumique de cet objet ?

1.h Une planche de masse volumique 0,85 g/cm³ a un volume de 4,25 dm³.
Quelle est sa masse en kg ?

1.i On dispose de 3 kg de mercure dont la masse volumique est de 13,6 kg/dm³.
Pourra-t-on le déverser dans un flacon de 200 ml ? Pourquoi ?

1.4 ÉCHELLE

Calculer une échelle

La chambre de Dissou a la forme d'un pavé droit. Son frère Drissa qui est architecte, l'a représentée sur un plan. Les dimensions réelles et les dimensions correspondantes sur le plan sont regroupées dans le tableau suivant :

	longueur	largeur	hauteur
dimensions réelles en m	3,96	2,43	2,16
dimensions sur le plan en cm	13,2	8,1	7,2

Refais un tableau où les dimensions réelles et les dimensions sur le plan ont la même unité et justifie que ce nouveau tableau est un tableau de proportionnalité.
Quel est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des dimensions réelles aux dimensions sur le plan ? Écris ce nombre sous forme d'une fraction de numérateur 1.

DÉFINITION

L'échelle d'une carte est le quotient d'une distance sur cette carte par la distance réelle correspondante.

Tableau de proportionnalité

Distance réelle	
Distance sur la carte	

× échelle

Une échelle est généralement exprimée par une fraction.

EXERCICES

1.j Paul a représenté par un trait de 8,5 cm une tige métallique de 4,25 m.
A-t-il raison, quand il dit que son dessin est à l'échelle 1/50 ? Justifie ta réponse.

1.k La piste de l'aérodrome de Parakou mesure 1 850 m. Quelle est sa longueur en cm sur une carte à l'échelle 1/50 000 ?

1.l Sur une carte du Bénin à l'échelle 1/250 000, Mansour a mesuré la distance entre Porto-Novo et Cotonou ; il a trouvé 12 cm. Quelle est, en km, la distance réelle entre ces deux villes ?

1.5 POURCENTAGE

Calculer un pourcentage

Pour les fêtes de fin d'année, un commerçant fait une remise sur les articles de sport. Il affiche sur sa vitrine le tableau de prix (en F CFA) suivant :

anciens prix	7 800	12 600	32 800
remises	780	1 260	3 280

Justifie que ce tableau est un tableau de proportionnalité.
Quel est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des anciens prix aux remises ?
Écris ce nombre sous forme d'une fraction ayant pour dénominateur 100.

DÉFINITION

Le nombre a est x pour cent du nombre b signifie que : $a = \frac{x}{100} \times b$
Le pourcentage du nombre a par rapport au nombre b est le quotient $\frac{x}{100}$.
On le note : x %.

Tableau de proportionnalité

a	
b	

$\times \frac{x}{100}$

EXERCICES

1.m Boubacar a acheté un objet 2 460 F CFA. Quinze jours après, il le revend 3 075 F CFA.
Quel est le bénéfice réalisé par Boubacar ?
Quel pourcentage le bénéfice représente-t-il par rapport au prix d'achat ?

1.n Dans une classe il y a 7 filles, ce qui correspond à un pourcentage de 25 % du nombre d'élèves de la classe. Quel est le nombre d'élèves de la classe ?
Quel est le pourcentage de garçons de la classe ?

1.o Pour comparer l'efficacité de la digestion de divers animaux, on étudie le pourcentage de l'énergie assimilée par rapport à l'énergie donnée par les aliments.
Complète le tableau suivant :

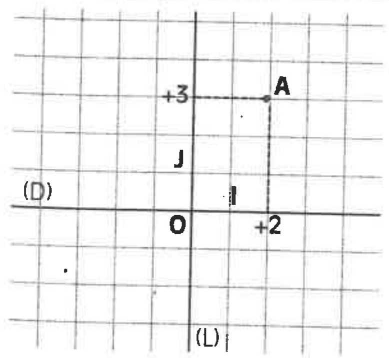
	Zébu	Araignée	Criquet	Porc	Eléphant	Abeille
Energie donnée (aliments)	1 000	50	40	500	2 000	10
Energie non assimilée (matières fécales)	560	9	32	120	1 340	1
Energie assimilée	440					
Pourcentage de l'énergie assimilée par rapport à l'énergie donnée	44 %					

Compare les pourcentages obtenus et classe ces animaux selon l'efficacité de leur digestion.

2 Représentation graphique de tableaux de proportionnalité

2.1 REPÉRAGE DANS LE PLAN

Présentation

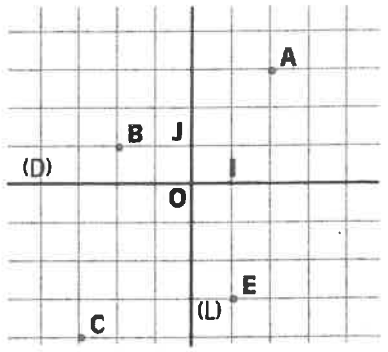


Sur le quadrillage ci-contre :
- (D) est une droite graduée de repère (O, I).
- (L) est une droite graduée de repère (O, J).
- (D) et (L) sont des droites perpendiculaires en O.

Le point A se trouve sur :
- la droite parallèle à (L) qui coupe (D) au point d'abscisse (+2).
- la droite parallèle à (D) qui coupe (L) au point d'abscisse (+3).

On dit que le point A a pour **coordonnées** (+2;+3) dans le **repère (O, I, J)** du plan.
(+2) est l'**abscisse du point A** dans ce repère.
(+3) est l'**ordonnée du point A** dans ce repère.

Activité



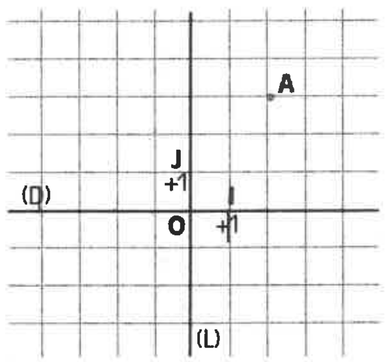
(O, I, J) est le repère du plan.

• Quelles sont les coordonnées de chacun des points suivants : B, C, E, I, J et O ?

• Place les points M, N, P et Q de coordonnées respectives : (+3 ; +2) , (-3 ; +3) , (-1 ; -3) et (+2 ; -4).

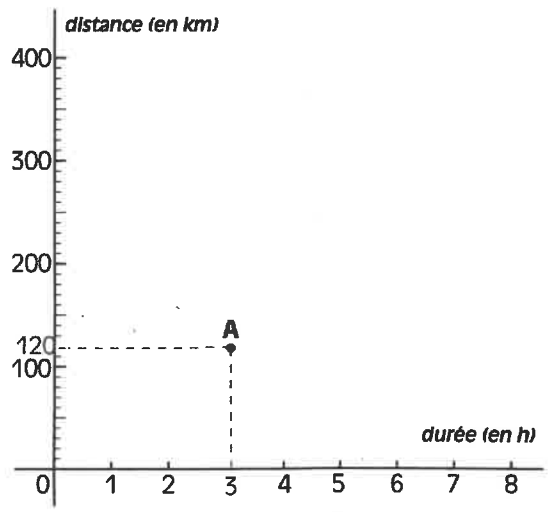
EXERCICES

2.a (O, I, J) est le repère du plan.
A est le point de coordonnées (+2, +3).
• Quelles sont les coordonnées du point R, symétrique du point A par rapport à la droite (D) ?
• Quelles sont les coordonnées du point S, symétrique du point A par rapport à la droite (L) ?
• Quelles sont les coordonnées du point T, symétrique du point A par rapport au point O ?
• Que peut-on dire du point O pour le segment [RS] ?



2.2 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE TABLEAUX DE PROPORTIONNALITÉ

Activité 1

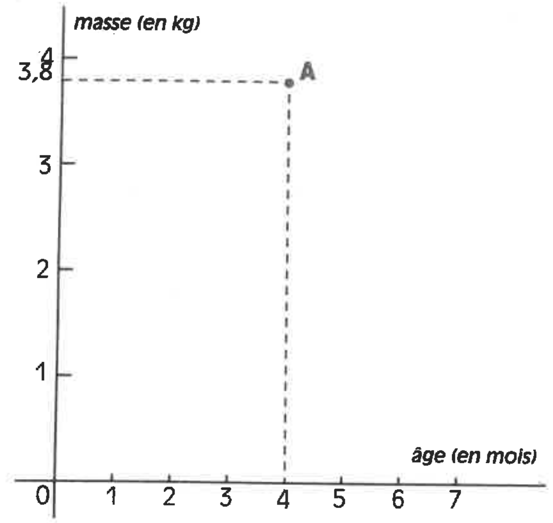


• Le tableau de correspondance suivant présente-t-il une situation de proportionnalité ? Justifie ta réponse.

Durée (en h)	3	5	6	10
Distance (en km)	120	200	240	400

• Sur la représentation graphique ci-contre, la durée en h est placée en abscisse, la distance en km est placée en ordonnée.
Le point A représente la 1^re^ colonne du tableau : à une durée de 3 h correspond une distance de 120 km.
• Place les points B, C et E représentant les autres colonnes du tableau.
• Que constates-tu pour les points O, A, B, C et E ? Vérifie ta réponse à l'aide de la règle.

Activité 2

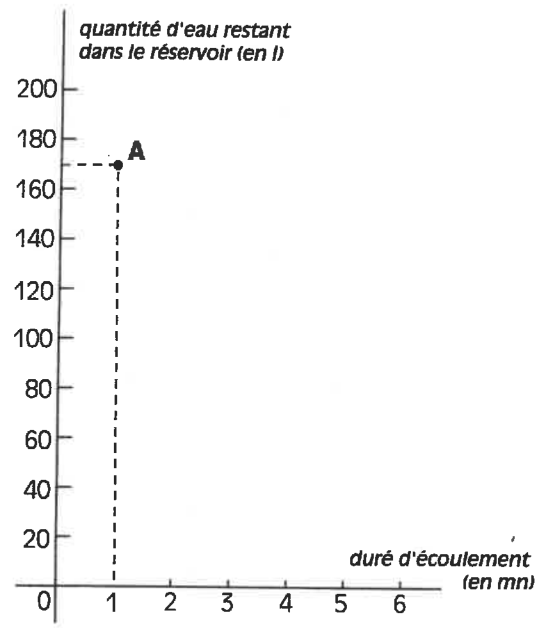


Le bébé de Nafi a été pesé tous les mois pendant ses 6 premiers mois. La maman a noté les résultats suivants :

Âge (en mois)	0	1	2	3	4	5	6
Masse (en kg)	2,5	2,7	2,9	3,3	3,8	4,3	4,8

Ce tableau de correspondance est-il un tableau de proportionnalité ? Justifie ta réponse.
• Sur la représentation graphique ci-contre, l'âge en mois est placé en abscisse, la masse en kg est placée en ordonnée.
Le point A représente la 5^e^ colonne du tableau : à un âge de 4 mois correspond une masse de 3,8 kg.
• Place les points représentant les autres colonnes du tableau.
• Ces points sont-ils alignés ?

Activité 3



Un réservoir contient 200 litres d'eau. Aliou ouvre le robinet et laisse couler l'eau régulièrement avec un débit de 30 litres par minute.
Complète le tableau de correspondance suivant :

Durée d'écoulement (en mn)	1	2	3	4	5	6
Quantité d'eau restant dans le réservoir (en l)	170	140				

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?
• Sur la représentation graphique ci-contre, la durée d'écoulement (en mn) est placée en abscisse la quantité d'eau restant dans le réservoir (en l) est placée en ordonnée.
Le point A représente la 1^re^ colonne du tableau : la quantité d'eau restant dans le réservoir après une minute d'écoulement.
• Place les points représentant les autres colonnes du tableau.
• Ces points sont-ils alignés ?
Si oui, la droite qui les contient passe-t-elle par l'origine ?

REMARQUE

Si tous les points représentant les colonnes d'un tableau sont situés sur une droite passant par l'origine du repère, alors ce tableau est un tableau de proportionnalité.

EXERCICES

ENTRAINEMENT

1 EXEMPLES DE COEFFICIENT DE PROPORTIONNALITÉ

1 Les tableaux ci-dessous sont des tableaux de proportionnalité ; complète-les.

2,5	4	
7		14

1,5	2,5	7
3	5	

7,8	4	2
2		

13,5		6,3
4,5	7,2	

2 Parmi les tableaux de correspondance suivants, indique ceux qui sont des tableaux de proportionnalité et calcule leurs coefficients de proportionnalité :

7,2	14,4	1
1,8	3,6	0,25

2	3	12
7	10,5	42

1,5	2	4
7,5	10	21

3,1	2,8	5,3
2,17	1,96	3,71

3 La vitesse du son dans l'air est 330m/s. Exprime cette vitesse en km/h

4 Aliou quitte sa maison à 9h15, pour se rendre chez son oncle, où il arrive à 10h45. Il a marché à la vitesse de 5 km/h. À quelle distance de chez son oncle habite-t-il ?

5 Un train parcourt 90 km en 45 mn. Quelle distance parcourt-il en 3h20 ? Combien de temps faut-il pour parcourir 150 km ?

6 Les vannes d'un barrage se referment lorsque le lac a été vidé. Il faut alors exactement trois jours pour que la retenue d'eau soit complètement remplie. Durant ces trois jours, le débit de la rivière est de 500 m^3/s.
Quel est le volume d'eau retenu par le barrage ?

7 Une pompe qui débite 5 ℓ/s , peut-elle vider en moins de trois minutes :
- une citerne de 500 litres ?
- une citerne de 1 000 litres ?

8 Un robinet remplit un bidon de 20 litres en 8 secondes. Quel est le débit du robinet :
- en ℓ/s ?
- en m^3/h ?

9 Une brasserie fabrique 12 600 bouteilles de bière en 30 minutes. Combien de bouteilles fabrique cette brasserie en une minute ?

10 Recopie et complète le tableau suivant :

Débit (en m^3/s)	Débit (en m^3/jour)	Débit (en ℓ/s)
		7,2
	43 200	
120		

11 Cossi veut remplir une cuve de 1 500 litres. À 8 heures, il ouvre un robinet qui déverse 5 m^3/h dans la cuve. À quelle heure doit-il revenir pour fermer le robinet ?

12 Lokossi entreprend de lire entièrement son dictionnaire de 1 870 pages. Il lui faut 5 mn pour lire une page. Combien d'heures lui seront-elles nécessaires pour achever de lire cet ouvrage ?

13 Naïmé trouve une pierre dont elle a déterminé le volume (125 cm^3) et la masse (400 g). Quelle est la masse volumique de cette pierre ?

14 La masse volumique du cuivre est 8,9 kg/dm^3.
Quel est le volume (en dm^3) d'un morceau de cuivre de masse 1,5 kg ?

15 Tu disposes de trois objets A, B et C.
- La masse volumique de l'objet A est 2,1 g/cm^3 ;
- L'objet B a pour volume 500 cm^3 et pour masse 1,07 kg ;
- L'objet C a pour masse 4,5 kg et pour volume 4,25 dm^3.

Quel est l'objet qui a la masse volumique la plus élevée ? La plus faible ?

EXERCICES

16 Recopie et complète le tableau suivant :

Masse volumique (en kg/dm^3)	Masse volumique (en g/dm^3)	Masse volumique (en kg/m^3)
	1 500	
2,4		
		3 245

17 Sur une carte à l'échelle 1/200 000, deux villes sont distantes de 2 cm. Quelle est la distance réelle entre ces deux villes ?

18 Dessine à l'échelle 1/200 , un champ rectangulaire de dimensions 20 m et 12 m.

19 Dessine en grandeur réelle un disque dont le diamètre est 2 mm sur un plan à l'échelle 1/45.

20 Sur un plan, 220 m sont représentés par 5,5 cm. Quelle est l'échelle utilisée pour ce plan ?

21 Recopie et complète le tableau suivant :

Échelle	Longueur sur le plan	Longueur réelle
$\frac{1}{50\,000}$	14 cm	... km
$\frac{1}{2\,500}$	... cm	125 m
...	24 mm	360 m

22 Aïcha pèse 70 kg ; sa petite sœur pèse 20% de son poids. Quel est le poids de la petite sœur d'Aïcha ?

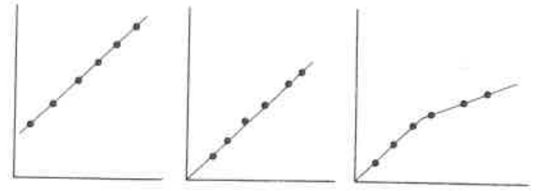
23 Recopie et complète les phrases suivantes :
15 % de 200 est égal à ...
0,2 % de 100 est égal à ....
10 % de ... est égal à 100
... % de 400 est égal à 100

24 Dans une classe de 35 élèves, il y a 7 filles. Quel est le pourcentage de filles dans cette classe ?

25 Sur un article marqué 2 000 F CFA, le vendeur fait à Mamadou une remise de 300 F CFA. Quel est le pourcentage de cette remise ?

2 REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE TABLEAUX DE PROPORTIONNALITÉ

26 Parmi les diagrammes suivants, indique ceux qui représentent une situation de proportionnalité.



APPROFONDISSEMENT

27 En juin 1994, les prix des meubles ont augmenté de 5 % . Quel était le prix d'une table en janvier 1994, si elle coûte 20 500 F CFA en décembre 1994 ?

28 Un automobiliste parcourt 130 km en 2h30. Combien de kilomètres parcourt-il en 1h30 à la même vitesse ?

29 La moto de Ouehi consomme 6 litres d'essence pour parcourir 100 km. 10 litres d'essence suffisent-ils pour parcourir 165 km ?

30 À l'âge de 8 ans, la taille de Moïra était de 110 cm.
Elle a maintenant 24 ans ; est-il possible de connaître sa taille ? Justifie ta réponse.

31 Quand elles sont de même taille, est-il plus avantageux d'acheter " 3 mangues pour 225 F CFA " ou " 10 pour 700 F CFA " ?

32 Trois poules pondent trois œufs en trois jours. Combien d'œufs pondent douze poules en douze jours ?

33 Un commerçant fait une remise de 200 F CFA sur un article vendu habituellement 1 500 F CFA. Sa femme lui dit qu'avec une remise de 15 %, l'article serait vendu moins cher. A-t-elle raison ? Justifie ta réponse.

34 Un article est vendu 2 000 F CFA le 01 janvier 1993.
Le 01 juillet 1993 son prix augmente de 15 %.

Quel est son nouveau prix de vente ?
Le 01 décembre 1993, son prix augmente de 10 %. Quel est son nouveau prix de vente ?
Quel est le pourcentage de l'augmentation entre le 01 janvier 1993 et le 04 décembre 1993 ? Est-il de 25 % ?

35 Recopie et complète les phrases suivantes :

40 m^3/h	est équivalent	à	... ℓ/s
3 dm3/h	est égal	à	... m^3/semaine
135 cl/mn	est égal	à	... ℓ/h
2,3 g/cm^3	est égal	à	... tonne/m^3
1,8 g/cm^3	est équivalent	à	1,8 .../mℓ
16 m/s	est égal	à	... km/s
22 km/h	est égal	à	... m/s
4 cm/mn	est égal	à	... m/h

36 Le 5 mai 1993, il est passé 9 600 voitures sur le pont de Cotonou entre 12h et 14h. En moyenne, combien de voitures sont-elles passées en une minute ?

37 Un robinet débite 0,5 ℓ/s. Il doit remplir une citerne ayant la forme d'un pavé droit de longueur 2,5 m, de largeur 1,5 m et de hauteur 0,8 m. Calcule la contenance de cette citerne, puis le temps nécessaire pour la remplir.

38 Le ruisseau Ode a un débit de 2,5 m^3/mn et celui du ruisseau Koci est de 60 ℓ/s. Quelle quantité d'eau apportent ces deux ruisseaux en une heure au lac dans lequel ils se jettent ?

39 On donne le tableau suivant :

Métal	Argent	Or
Masse volumique (en g/cm^3)	10,5	19,5

Amina possède une bague et veut savoir si elle est entièrement en or. Sa bague pèse 5,25 g et a un volume égal à 350 mm^3.
Calcule la masse volumique de la bague et dis si cette bague est en "or pur".
Quelle serait la masse d'une bague entièrement en or ayant le même volume ? Est-il possible que la bague d'Amina soit composée pour moitié d'or et pour moitié d'argent ?

40 Une photo représente la Lune par un disque de 35 cm de diamètre.
L'échelle de cette photo étant au 1/10 000 000, quel est le rayon réel de la Lune ?

41 Sur une carte au $\frac{1}{200\,000}$, la longueur d'un rectangle est 4,5 cm et sa largeur est 2,5 cm.
a) Quelles sont les dimensions réelles de ce rectangle ?
b) Calcule l'aire et le périmètre du rectangle de la carte et du rectangle réel.
c) Par quel nombre faut-il multiplier le périmètre du rectangle de la carte pour trouver le périmètre du rectangle réel ?
d) Par quel nombre faut-il multiplier l'aire du rectangle de la carte pour trouver l'aire du rectangle réel ?

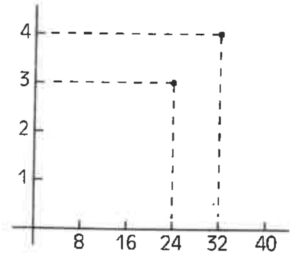
42 Sur une carte au $\frac{1}{5\,000}$; les dimensions d'un rectangle sont 18mm et 32 mm.
Quelles seront les dimensions de ce rectangle sur une carte au $\frac{1}{1\,500}$?

43 Quelle échelle choisis-tu pour représenter un carré de 1 600 m^2 par un carré de 256 mm^2 ?

44 On donne le tableau suivant :

8,4	16	24	32	40	44
1,05	2	3	4	5	5,5

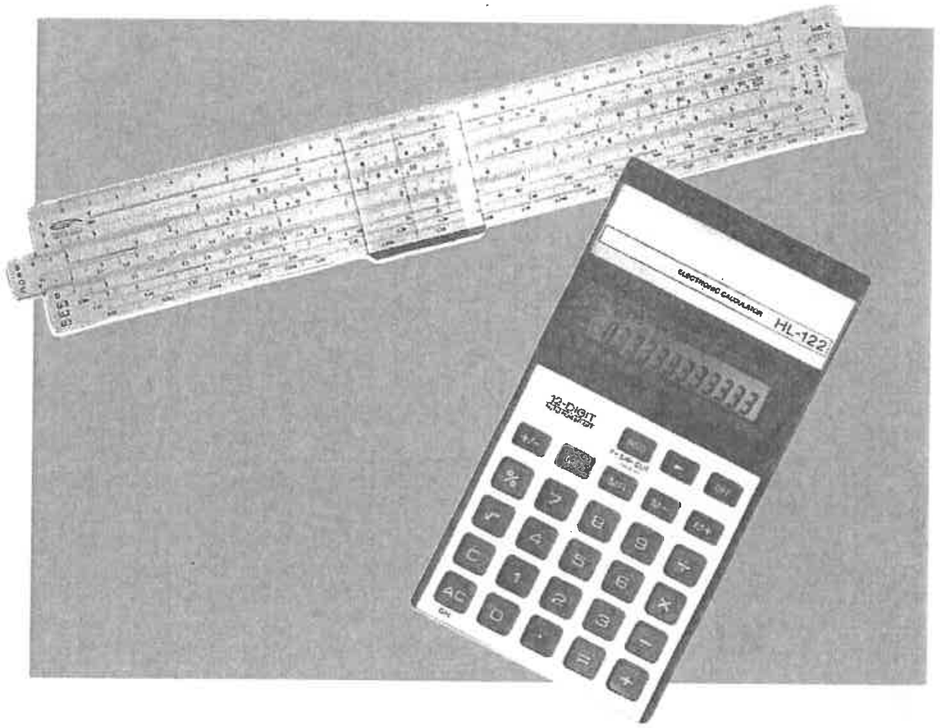
Recopie et complète le graphique en utilisant le tableau ci-dessus.
Ce graphique représente-t-il une situation de proportionnalité ? Si oui, calcule les coefficients de proportionnalité correspondant à ce graphique ?



RECHERCHE

45 Rouka a une boîte vide qui pèse 200 g. Quand elle l'a remplie d'eau, sa masse est 1 550 g. Rouka dépose alors sa boîte au congélateur pour obtenir un glaçon. La masse volumique de l'eau est de 1 g/cm^3 et celle de la glace est de 0,9 g/cm^3. Quel est le volume de glace dont dispose Rouka ?

16 Produit de nombres décimaux relatifs



La calculatrice électronique et son ancêtre, la règle à calcul.

SOMMAIRE

1 Produit de deux nombres décimaux relatifs

Calculer le produit de deux nombres décimaux relatifs

REGLE

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs de même signe :
- on prend le signe + ;
- on multiplie les distances à zéro de ces deux nombres.

Les deux facteurs sont de même signe | Le signe du produit est +

(+3) × (+5) = (+15)

15 est le produit des distances a zéro des deux facteurs

Les deux facteurs sont de même signe | Le signe du produit est +

(−3) × (−5) = (+15)

15 est le produit des distances a zéro des deux facteurs

REGLE

Pour multiplier deux nombres décimaux relatifs de signes contraires :
- on prend le signe − ;
- on multiplie les distances à zéro de ces deux nombres.

Les deux facteurs sont de signes contraires | Le signe du produit est −

(−3) × (+5) = (−15)

15 est le produit des distances a zéro des deux facteurs

Les deux facteurs sont de signes contraires | Le signe du produit est −

(+3) × (−5) = (−15)

15 est le produit des distances a zéro des deux facteurs

Exemples

(+2) × (+7) = (+14)
(−5) × (−1,2) = (+6)
(+4,5) × (−2) = (−9)
(−1,4) × (+3) = (−4,2)

(−6) × (+2,5) = (−15)
(+3,1) × (+4) = (+12,4)
(+5,4) × (−2,5) = (−13,5)
(−4,8) × (−3,1) = (+14,88)

EXERCICES

1.a Quel est le signe de chacun des produits suivants :
(+ 4,2) × (+ 2,5) (− 3,1) × (− 1,7) (+ 1,3) × (− 5,4) (− 2,6) × (+ 3,5)

1.b Calcule les produits suivants :
(+ 3) × (+ 7) (− 5) × (− 6) (+ 4) × (− 2) (− 5) × (+ 9)

1.c Recopie et complète le tableau suivant :

a	(+ 8)	(+ 7)	(− 2)	(− 5)	(− 14)	(− 10)	(+ 6)	(+ 11)	(− 3)	(+ 1)	(− 1)
b	(+ 9)	(− 11)	(+ 12)	(+ 12)	(+ 5)	(− 8)	(− 10)	(+ 12)	(+ 15)	(− 13)	(+ 17)
a × b											

1.d Calcule les produits suivants :
(+ 2,1) × (+ 1,7) (− 3,2) × (+ 4,5) (+ 6,4) × (− 1,9)
(− 3,7) × (− 4) (− 1,25) × (+ 1,6) (+ 0,8) × (− 6,25)

Activité

• Recopie les écritures suivantes et complète chaque case vide par le nombre décimal relatif qui convient :

$\square$ × (+ 5) = (− 30) (− 7) × $\square$ = (+ 42)
$\square$ × (+ 3,6) = (− 7,2) $\square$ × (− 1,5) = (+ 4,5)
(+ 3) × $\square$ = (− 6,3) (− 5) × $\square$ = (− 7)
$\square$ × (− 1,2) = (+ 1,32) (+ 1,3) × $\square$ = (− 1,56)

EXERCICE

1.e Trouve le nombre décimal relatif x tel que:
(− 2) × x = (− 6) (− 7) × x = (+ 63) (+ 1,5) × x = (− 9)
(− 1,3) × x = (+ 9,1) (− 7) × x = (+ 8,4) (− 1,4) × x = (− 2,1)

2 Produit de plusieurs nombres décimaux relatifs

Organiser le calcul d'un produit

• Recopie et complète le tableau suivant et compare les résultats obtenus dans les trois colonnes tramées en gris. Que constates-tu ?

a	b	c	a × b	(a × b) × c	b × c	a × (b × c)	a × c	(a × c) × b
(+ 4)	(+ 3)	(+ 5)						
(+ 2)	(+ 7)	(– 3)						
(– 5)	(+ 4)	(– 6)						
(– 3)	(– 5)	(– 7)						

Pour calculer un produit, on peut déplacer et regrouper certains facteurs.

Trouver le signe d'un produit

Recopie et complète le tableau suivant :

nombre de facteurs négatifs d'un produit	signe de ce produit
0	
1	
2	
3	

REMARQUE

Si le nombre de facteurs négatifs d'un produit de nombres décimaux relatifs est pair (0 ; 2 ; 4 ; ...), alors ce produit est un nombre positif.
Si le nombre de facteurs négatifs d'un produit de nombres décimaux relatifs est impair (1 ; 3 ; 5 ; ...), alors ce produit est un nombre négatif.

EXERCICES

2.a Quel est le signe de chacun des produits suivants :
$(-1) \times (+7) \times (-6)$; $(-2) \times (+3) \times (-4) \times (-5)$; $(-2{,}5) \times (-1{,}7) \times (-3{,}4) \times (-5{,}9)$

2.b Recopie et complète le tableau suivant :

a	*b*	*c*	*d*	*a* × *b*	*c* × *d*	(*a* × *b*) × (*c* × *d*)
(+ 5)	(– 3)	(– 2)	(– 1)			
(– 4)	(+ 5)	(– 3)	(+ 2)			
(– 1)	(– 7)	(+ 5)	(– 2)			
(– 3)	(– 4)	(– 1)	(– 5)			

3 Puissance d'un nombre décimal relatif

Activité

• Calcule les produits suivants :
$a = (-3) \times (-3)$
$b = (-3) \times (-3) \times (-3)$
$c = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$
$d = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

Tu écriras : $a = (-3)^2$ $b = (-3)^3$ $c = (-3)^4$ $d = (-3)^5$

DÉFINITION

***a* est un nombre décimal relatif,**
***n* est un nombre entier naturel plus grand que le nombre 1,**
a^n désigne le produit de *n* facteurs égaux au nombre *a*.

Exemple : $(-3)^5 = \underbrace{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}_{\text{5 facteurs égaux au nombre } (-3)}$

EXERCICES

3.a Recopie et complète le tableau suivant :

le nombre	se lit	est une puissance de	a pour exposant	est le produit	est égal à
$(-5)^3$	(– 5) au cube	(– 5)	3	(– 5) × (– 5) × (– 5)	(– 125)
$(-6)^5$					
				(– 2) × (– 2) × (– 2) × (– 2)	
	(– 7) au carré				
		(– 3)			(– 729)
		(– 1)	7		

3.b Calcule :
$(-1{,}3)^2$; $(-4{,}6)^3$; $(-2{,}5)^4$

3.c Calcule :
$(-10)^3$; $(-10)^5$; $(-10)^6$
$(-100)^3$; $(-0{,}1)^6$; $(-0{,}01)^3$

ENTRAINEMENT

1 Recopie et complète la table de multiplication suivante:

×	+ 1	− 1	+ 4	− 5,1	− 2,5
+ 1					
− 1					
+ 4					
− 5,1					
− 2,5					

2 Quel est le signe du nombre manquant ? (sans effectuer de calcul)
$(-4{,}5) \times \square \times (+2{,}1) = +7{,}585$
$(-2{,}1) \times (-3{,}5) \times \square \times (-2) \times (+8{,}15) = -700$
$(+5) \times (-4) \times \square \times (-2) \times (+8{,}15) = -107{,}15$

3 Calcule mentalement:
$(+0{,}05) \times (+10)$ $\quad$ $(+24) \times (-0{,}5)$
$(-0{,}14) \times (-5)$ $\quad$ $(-18{,}4) \times (+0{,}5)$
$(-1{,}5) \times (+100)$ $\quad$ $(-37{,}5) \times (+2)$
$(-7{,}5) \times (-10)$ $\quad$ $(+484) \times (-1)$
$(-0{,}4) \times (+0{,}001)$ $\quad$ $(+1{,}0001) \times (-0{,}1)$

4 Effectue les calculs suivants :
$(+4) \times (-8) \times (+1)$
$(-2{,}5) \times (+8) \times (+5) \times (-2)$
$(+6{,}7) \times (+10) \times (+10)$
$(-4{,}2) \times (-3{,}75) \times (-5) \times (+200)$
$(+1) \times (-1) \times (+1) \times (-40) \times (+20)$
$(-74{,}5) \times (-1{,}2) \times (+5{,}5)$
$(-0{,}04) \times (+1{,}3) \times (+10) \times (-50)$

5 Parmi les calculs suivants indique ceux qui sont corrects. Corrige les autres.
$(+4) \times (-0{,}375\,6) = +1{,}502\,4$
$(-3{,}1) \times (-10) \times (-5) = -155$
$(-4) \times (-0{,}375\,6) = +1{,}502\,4$
$(-7) \times (-5) \times (-10{,}1) \times (+0{,}2) = +70{,}6$

6 Calcule mentalement:
2^3 ; 3^2 ; 5^2 ; 2^5 ; $(+4)^3$; $(-3)^4$; $(-5)^3$

7 Calcule :
$(-3{,}19)^2$; $(-7{,}05)^3$; $(-0{,}5)^4$

8 Recopie et complète par le signe qui convient :
$(-2)^5 = \square\, 32$; $(+4)^3 = \square\, 64$;
$(-1{,}2)^4 = \square\, 2{,}073\,6$; $(-0{,}5)^4 = \square\, 0{,}062\,5$

9 Calcule :
$(+10) \times (-9) \times (+8) \times (-7) \times \ldots \times (-3) \times (+2) \times (-1)$
$(1-2) \times (2-3) \times (3-4) \times \ldots \times (7-8) \times (8-9) \times (9-10)$

APPROFONDISSEMENT

10 Parmi les calculs suivants indique ceux qui sont corrects. Corrige les autres.
$(-40) \times (+40{,}5) \times (+395) = -63\,900$
$(-55) \times (+12{,}4) \times (-35) = -23\,870$
$(+1{,}15) \times (-421) \times (-7{,}32) = +3\,543{,}978$
$(+7{,}29) \times (+140) \times (-100) \times (-220) = +20\,979{,}4$
$(-14) \times (+40) \times (-3{,}1) \times (+0{,}7) = +110{,}2$

11 Dans chaque cas, trouve le nombre a qui vérifie l'égalité :
$(-7{,}3) \times (+2) = a$
$(-1{,}4) \times (+1{,}5) \times (-1{,}6) = a$
$(+2) \times a = -4$
$(-5) \times (+3) \times (+0{,}2) \times a = -3$
$(+1{,}75) \times a = -3{,}50$

12 J'ai choisi un nombre que j'ai multiplié par 2. J'ai ajouté (− 1) au résultat et j'ai obtenu 4. Quel était le nombre choisi ?

13 On dit que la distance de la Terre au Soleil est de 15×10^7 km. Écris autrement cette distance.

14 Trouve le nombre manquant :
$4^2 + 3^2 = \square^2$
$1^3 + 3^3 + \square^3 = 6^2$
$(+4{,}5)^2 - (+1{,}5)^2 = \square \times (-3)$
$(+4{,}5)^2 \times (+3{,}5)^2 = (15{,}75) \times \square$

RECHERCHE

15 Au 31 décembre 1988, Matado avait une fortune de 500 000 F. Depuis, il prétend qu'elle a doublé tous les ans. À cette date Kokou n'avait que 10 000 F, mais il affirme que sa fortune a triplé tous les ans.
Qui sera le plus riche au 31 décembre 1993 ?
Qui sera le plus riche au 31 décembre 1999 ?
Justifie tes réponses.

16 Quel est le volume de l'eau contenue dans un tuyau cylindrique de longueur 500,80 m et de diamètre 15,2 cm ?

1 Un triangle ABC isocèle en A est tel que : mes $\widehat{A}$ est le double de mes $\widehat{B}$.
Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{A}$, $\widehat{B}$ et $\widehat{C}$? Justifie tes réponses.

2 Le triangle ABC est tel que mes $\widehat{B}$ est le triple de mes $\widehat{A}$ et mes $\widehat{C} = 50°$.
Quelle est la mesure de chacun des angles $\widehat{A}$ et $\widehat{B}$? Justifie tes réponses.

3 Monsieur Dieng possède un champ, en bordure de forêt. Il a l'intention de défricher progressivement cette forêt et compte ainsi, chaque année, agrandir son champ en multipliant par 1,5 la superficie du champ de l'année précédente. Au bout de 3 ans, M. Dieng veut savoir par combien la superficie initiale de son champ a été multipliée. Ses deux enfants Amy et Moussa font les calculs. Amy donne comme réponse $(1{,}5)^3$, alors que Moussa annonce $(1{,}5) \times 3$.
Lequel des deux enfants a la bonne réponse ? Justifie.

4 La figure ci-dessous est une droite graduée (D) d'origine O, dont tous les points sont effacés sauf deux : A et M.

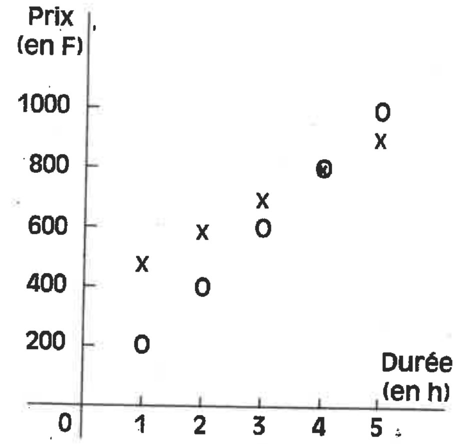
Reconstitue la graduation de (D) en utilisant les informations suivantes :
Une fourmi qui se déplace sur (D) en partant de O :
– arrive au point M, si elle avance de 3 unités
– arrive au point A, si elle recule de 1 unité
– arrive au point N, si elle avance de 5 unités
– arrive au point Q, si elle avance de 4 unités
a) Quelles sont les abscisses des points M, A, N et Q ?
b) Cette fois-ci, la fourmi part du point A. Elle avance de 2 unités, recule de 3 unités, puis avance de 5 unités.
À quel point se trouve-t-elle ?

5 Trouve tous les nombres entiers naturels de quatre chiffres qui sont divisibles à la fois par 3 et par 5 et tels que 1 est le chiffre des milliers et 2 le chiffre des dizaines.

6 Trouve l'ensemble des nombres entiers naturels x tels que la division de x par 5 donne 24 pour quotient entier.

7 Une marchandise coûte 31 640 F (TVA comprise), sa valeur initiale étant de 28 000 F, quel est le taux de la TVA sur ce produit ? *(La TVA est la Taxe sur la Valeur Ajoutée.)*

8 Les usagers d'un parking privé doivent choisir entre l'option 1 et l'option 2.
Les représentations graphiques ci-dessous traduisent ces options :
– la représentation par des × est celle qui correspond à l'option 1
– la représentation par des O est celle qui correspond à l'option 2.



a) Établis le tableau de correspondance associé à chacune de ces représentations graphiques.
b) Pour laquelle de ces deux options, le prix à payer est-il proportionnel à la durée de stationnement ? Justifie ta réponse.
c) Détermine, suivant la durée de stationnement, le prix le plus avantageux pour l'usager.

9 Après avoir donné un acompte pour l'achat d'une villa, Monsieur Kambiré doit choisir l'une des options 1 et 2.
• *Option 1.* Il paie 36 mensualités égales chacune à $\frac{4}{45}$ du prix total de la villa.
• *Option 2.* Il paie 54 mensualités égales chacune à $\frac{1}{60}$ du prix total de la villa.
Quelle est l'option qui permettra à Monsieur Kambiré d'acquérir sa villa au meilleur prix ? Justifie.

10 Dans une ville, 60 % des élèves en fin de cycle élémentaire entrent au collège. À l'issue du collège, 20 % entrent au lycée classique, 15 % au lycée professionnel et 10 % au lycée technique. Dans cette ville on a recensé 600 élèves en fin de cycle élémentaire.

a) Calcule le nombre d'élèves entrés au lycée classique, puis le pourcentage de ce nombre par rapport au nombre d'élèves en fin de cycle élémentaire. Mêmes questions pour le lycée professionnel et le lycée technique.

b) Calcule le nombre d'élèves qui ne sont pas entrés au collège, puis les pourcentages :

– par rapport au nombre d'élèves en fin de cycle élémentaire,

– par rapport au nombre d'élèves entrés au collège.

11 Dans un magasin, l'étiquette d'un article affiche :

6 000 F de remise au comptant — OU BIEN — 4 000 F par mois en 20 mensualités

~~56 000 F~~ **50 000 F**

a) En cas de paiement au comptant, quel pourcentage du prix réel (56 000 F) représente la remise ?

b) En cas de paiement par mensualités, quel pourcentage du prix réel représente l'augmentation causée par l'achat à crédit ?

12 Sur une carte à l'échelle 1/50, un terrain rectangulaire a pour dimension 18 cm et 20 cm. Monsieur Kambou achète ce terrain à 10 000 F le m^2. En ajoutant à ce prix d'achat, les frais d'installation qui représentent les 25 % du prix d'achat et les frais divers, le coût total de ce terrain s'élève alors à 1 125 000 F.

a) Quel est le prix d'achat du terrain ?

b) Quel est le montant des frais divers ?

c) quel pourcentage du prix d'achat représente le montant des frais divers ?

13 Un réservoir ayant la forme d'un pavé contient 92 160 ℓ d'eau. La base de ce pavé est un rectangle de dimensions 80 dm et 64 dm.

a) Quelle est, en dm, la hauteur d'eau dans ce réservoir ?

Une vanne est alors ouverte, qui permet l'écoulement de l'eau, avec un débit de 16 ℓ/s.

b) Quelle est, en heure, la durée nécessaire pour vider complètement la cuve ?

c) Complète les tableaux suivants

Temps écoulé (en mn) après l'ouverture de la vanne	30	60	90	95
Volume d'eau écoulé				

Temps écoulé (en mn) après l'ouverture de la vanne	30	60	90	95
Hauteur de l'eau dans le réservoir				

14 Un cycliste et un coureur à pied s'entraînent sur la même piste. Quand le coureur à pied parcourt 60 m, le cycliste parcourt 100 m. La vitesse du cycliste est 750 m/mn. Quelle est, en m/s et en km/h, la vitesse moyenne du coureur à pied ?

15 Complète les tableaux (de proportionnalité) suivants :

Volume d'or pur (en cm^3)	8	1	2	3	4	5	6	7
Masse de l'or (en g)	156							

Volume d'argent pur (en cm^3)	8	7	6	5	4	3	2	1
Masse d'argent (en g)	84							

Une gourmette est constituée d'un mélange d'or et d'argent. Sa masse est 129 g et son volume est 8 cm^3.

En t'aidant des tableaux précédents, détermine le pourcentage de la masse d'or contenu dans la gourmette, puis le pourcentage du volume d'or contenu dans cette gourmette.

INDEX

des notions abordées

Imprimé en Italie
par Rotolito Lombarda
Dépôt Légal :11321-04/2001
Collection n°61 - Édition n°13
59/4461/6